REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

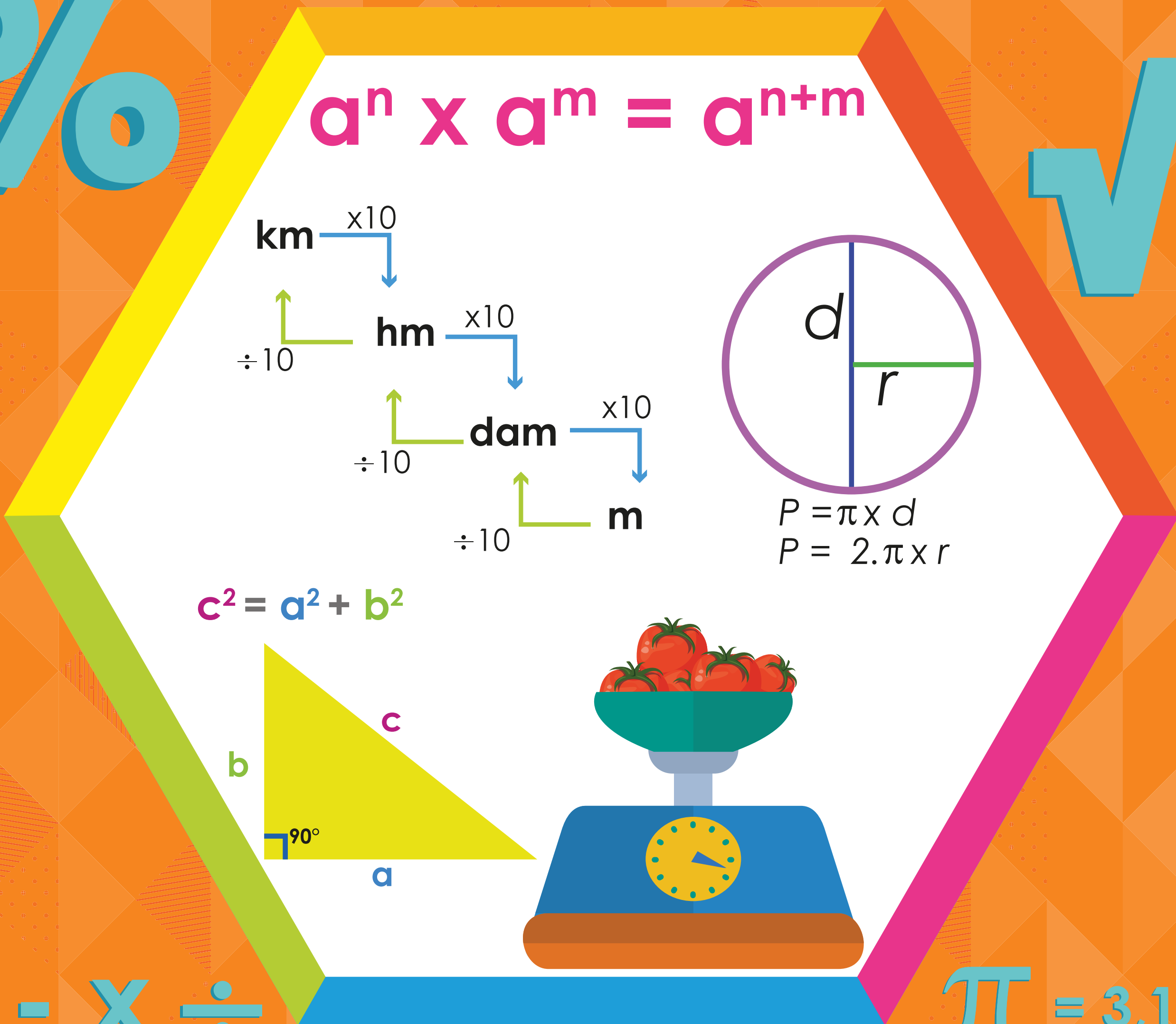
MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Panamática 6

Guía del estudiante

%

√



+, -, x, ÷

π = 3,1416

Material para validación 2022-2023

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Panamática 6

Guía del estudiante

Regreso a clases

Nombre: ______________________

Escuela: ______________________

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Panamática 6

Guía del estudiante

Ministra de Educación	Su Excelencia Maruja Gorday de Villalobos
Viceministro Académico de Educación	Su Excelencia Ariel Rodríguez Gil
Viceministro Administrativo de Educación	Su Excelencia José Pío Castillero
Viceministro de Infraestructura de Educación	Su Excelencia Ricardo Sánchez
Secretario General	Ricardo Alonso Vaz Wilky
Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa	Carmen Heredia Reyes Recuero **Directora Nacional** Yovany Guerra G. **Coordinador Nacional de Matemática**
Comité evaluador	Juventino Vásquez Ortega Yovany Guerra G. Yordys Yisell González
Equipo de contextualizadores	Jesús Domingo Chacón Pinto. Daniel Edil Herrera Muñoz. Manuel Antonio Herrera Herrera. Guillermo Isaac Castillo Castillo.
Coordinación editorial	Esteban Ureña Salazar
Edición	Marilyn Alvarado Vargas
Corrección de estilo	Matilde H. de Loo
Diagramación	Orlando Villalta Solano
Conceptualización de portada	Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa Aracelly Agudo
Coordinación del Proyecto	Organización de Estados Iberoamericanos (OEI)

BID Banco Interamericano de Desarrollo | OEI

La serie Panamática ha sido producido gracias a la colaboración del Ministerio de Educación del Gobierno de El Salvador, a través del proyecto ESMATE, material diseñado para Matemática con el apoyo de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA).

Este material didáctico fue posible con el respaldo de los recursos aportados por el Programa Mejorando la Eficiencia y Calidad del Sector Educativo (PN-L1143), Contrato de Préstamo n.° 4357/OC-PN con el Banco Interamericano de Desarrollo, a través del componente Apoyo Pedagógico Integral y Continuo.

ISBN: 978-9962-737-05-6

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

MENSAJE A LOS ESTUDIANTES

Queridos estudiantes:

En este nuevo año lectivo que regresan a sus escuelas, los exhortamos a que reine el entusiasmo, la alegría y el deseo de aprender, de reencontrarse con sus maestros y compañeros.

Sus maestros les enseñarán contenidos elementales de las asignaturas, pero también a amar la naturaleza, la patria, su historia; a cuidar del ambiente y de sí mismos con las debidas medidas de bioseguridad y valores, cuidados personales y trato respetuoso. En definitiva, normas para que se formen de manera integral.

En la escuela encontrarán libros para aprender a leer, escribir y desarrollar el gusto por la lectura; a realizar las operaciones matemáticas y todas las habilidades numéricas que son importantes para avanzar durante la educación primaria.

El conocimiento de las Ciencias Naturales les permitirá apreciar la belleza de la naturaleza, la flora, la fauna, la necesidad de cuidar la tierra, los árboles y nuestro entorno; a amar nuestro ambiente y cuidar el planeta.

El estudio de las Ciencias Sociales les brindará la oportunidad de conocer la Geografía y la Historia de nuestro país, de la región y del mundo. Además, les enseñará sus deberes y derechos y cómo ser un buen ciudadano.

Este año vamos a contar con bibliotecas de aula, con libros de cuentos, para fomentar y disfrutar la lectura; guías y materiales complementarios para Español, Matemática, Ciencias Sociales y Ciencias Naturales.

Los exhorto para que regresen a sus escuelas con deseos de aprender, de valorar la convivencia con sus maestros y compañeros, con sus libros y materiales educativos, que los ayudarán a avanzar con sus estudios.

¡Retornemos a estudiar, a cuidarnos y a ser felices!

Maruja Gorday de Villalobos
Ministra de Educación

Conozcamos nuestro libro

Secciones de la lección y las clases

Título de la lección

Título de la clase

Analiza

Plantea un problema inicial para motivar el estudio del tema.

Soluciona

Presenta una o más soluciones del problema inicial.

Comprende

Destaca los aspectos más importantes sobre lo desarrollado en la clase.

Observa cómo se hace

Presenta ejemplos resueltos, similares a los que debes resolver en la clase.

Resuelve

Contiene actividades para que ejercites lo aprendido en la clase, en diferentes niveles de dificultad.

Clases especiales

Repasa tus conocimientos

Propone ejercicios al inicio de una lección, con el fin de que recuerdes lo que ya sabes sobre el tema.

Practica lo aprendido

Presenta ejercicios al final de cada lección, para que practiques los contenidos desarrollados en cada clase. Incluye también problemas que debes solucionar, para que apliques tus conocimientos en situaciones reales.

Soy un tamarino de Geoffroy o mono titi panameño. Soy de pequeño tamaño y me gusta desplazarme en pequeñas manadas.

Soy una rana dorada. Me gusta vivir en bosques húmedos y cerca de los arroyos. Sin embargo, ya somos muy pocas las que quedamos.

Secciones especiales

¿Qué pasaría?
Presenta casos particulares relacionados con el contenido de las secciones **Comprende** y **Observa cómo se hace**.

Desarrollo sostenible
Propone textos informativos y acciones que puedes poner en práctica para beneficio de tu comunidad, en armonía con el ambiente.

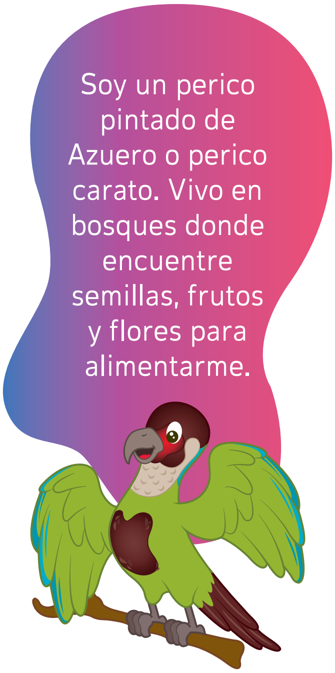
Recuerda
Presenta contenidos de clases, unidades o grados anteriores que son necesarios para comprender el tema desarrollado.

¿Sabías que...?
Proporciona datos curiosos relacionados con el tema desarrollado durante la clase.

Desafíate
Propone retos matemáticos en los que puedes aplicar con creatividad lo visto en clase y ampliar lo que has aprendido.

Nuestros personajes

Estos personajes forman parte de la fauna de Panamá; y en este cuaderno de trabajo te darán pistas, recomendaciones e información adicional para resolver los ejercicios propuestos. Es importante que los respetemos y protejamos, porque son parte de la naturaleza y algunos de ellos están en peligro de extinción.



Índice

Unidad 1

Números enteros

En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer los números enteros y su importancia
- Ubicar números enteros en la recta numérica
- Establecer relaciones de orden entre números enteros
- Resolver operaciones básicas con números enteros
- Identificar algunas propiedades de las operaciones básicas
- Resolver potenciaciones con números naturales
- Calcular la raíz cuadrada de números naturales

Los números enteros

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Anota el número descrito en cada caso y su escritura.

a. Es el mayor número de dos cifras distintas. → ☐

b. Es el menor número de cuatro cifras iguales. → ☐

c. Es el mayor número par de nueve cifras. → ☐

d. Es el menor número impar de cinco cifras. → ☐

Los números pares son los que terminan en 0, 2, 4, 6 u 8. Los impares son aquellos que terminan en 1, 3, 5, 7 o 9.

2. Anota en los recuadros el símbolo < (menor que), > (mayor que) o = (igual que) según corresponda.

a. 204 ☐ 240

b. 32 987 ☐ 7892

c. 3672 ☐ 3672

d. 21 002 914 ☐ 21 002 910

e. 5900 ☐ 9400

f. 30 000 000 ☐ 300 000 000

3. Anota los números que faltan en cada recta numérica.

a. 866, ☐, 868, 869, ☐, 871, ☐, 873

b. ☐, ☐, 100, ☐, 102, ☐, 104, ☐

4. Completa la tabla con los números correspondientes.

Antecesor	Número	Sucesor
	1	
45		
		100
	5379	

El antecesor de un número natural es aquel que está inmediatamente antes que él en la recta numérica y el sucesor es el que está después.

1.2 Concepto y uso de los números enteros

Analiza

Durante el mes de octubre las ventas de una empresa cayeron y la empresa tuvo pérdidas por 2500 balboas. ¿De qué manera se podría representar ese dato numéricamente?

Recuerda

Los números naturales son aquellos que se utilizan para contar (1, 2, 3, 4, 5, ...) y se representan con el símbolo $\mathbb{N}$.

Soluciona

Cuando se habla de ganancias, las cantidades corresponden a valores positivos, pero cuando se hace referencia a una pérdida, los valores correspondientes son negativos.

Para representar un valor negativo se utiliza el símbolo "–".

Respuesta (R): Las pérdidas de la empresa durante el mes de octubre se pueden representar con el número –2500.

Comprende

Números positivos y negativos

Para representar situaciones como las pérdidas de una empresa, no es posible hacerlo mediante los números naturales. En esos casos se utilizan los números negativos.

- Los números positivos se pueden representar con un "+" adelante, o bien se puede omitir. Por ejemplo: +2 = 2, +6 = 6, +10 = 10...
- Los números negativos se representan con un "–" adelante. Por ejemplo: –1, –5, –15...

¿Sabías que...?

Los antiguos chinos estuvieron entre los primeros en usar los números negativos. En sus ábacos, los representaban con bolitas de color rojo.

Números enteros

El conjunto de los números enteros se representa con el símbolo $\mathbb{Z}$ y es la unión de los siguientes conjuntos:

- $\mathbb{Z}^+ \rightarrow$ Números enteros positivos (números naturales).
- $\mathbb{Z}^- \rightarrow$ Números enteros negativos (naturales precedidos del "–").
- $\{0\} \rightarrow$ Número 0 (que no es negativo ni positivo).

Así, el conjunto de los números enteros se puede representar de las siguientes maneras (donde U representa la unión):

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$

$$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

Los puntos suspensivos indican que los números continúan infinitamente.

Observa cómo se hace

Los **números positivos** representan situaciones como las siguientes:

- Temperaturas sobre 0 °C.
- Alturas sobre el nivel del mar.

Los **números negativos** representan situaciones como las siguientes:

- Temperaturas bajo 0 °C.
- Alturas bajo el nivel del mar.

Por ejemplo:

- La temperatura máxima registrada en la ciudad de Panamá es de 40 °C.
- En el volcán Barú se registró una temperatura de –2 °C.

Resuelve

1. Escribe $\mathbb{Z}^-$ o $\mathbb{Z}^+$ según el conjunto al que corresponde cada número.

a. 25 → ☐ **b.** –9 → ☐ **c.** –1 → ☐

d. 1 → ☐ **e.** 100 → ☐ **f.** –100 → ☐

2. Anota el número entero que representa cada situación.

a. Un buzo nada en las aguas de la isla Contadora, a 3 metros bajo el nivel del mar. → ____________

b. Un montañista sube el cerro Marta y se encuentra a 826 m sobre el nivel del mar. → ____________

c. Sara depositó 225 balboas en su cuenta de ahorros. → ____________

d. Elena utilizó su tarjeta de crédito para pagar un monto de 35 balboas en la zapatería. → ____________

e. En Kuwait, en 2016, el termómetro marcó casi 54 °C, una de las temperaturas más altas registradas en el mundo. → ____________

f. En la temporada 2021, Hernández conectó 2 jonrones menos que en la temporada anterior. → ____________

Desafíate

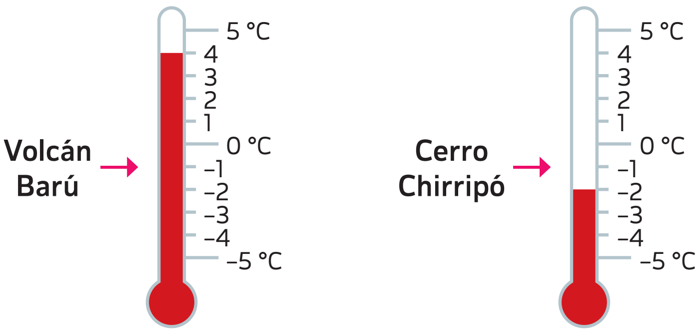
1. La temperatura en una ciudad a las 2 de la tarde era de 5 °C. Si a partir de ese momento la temperatura comenzó a disminuir en 1 °C por hora, en forma constante, ¿qué número entero representa la temperatura a las 8 de la noche?

____

1.3 Números enteros en la recta numérica

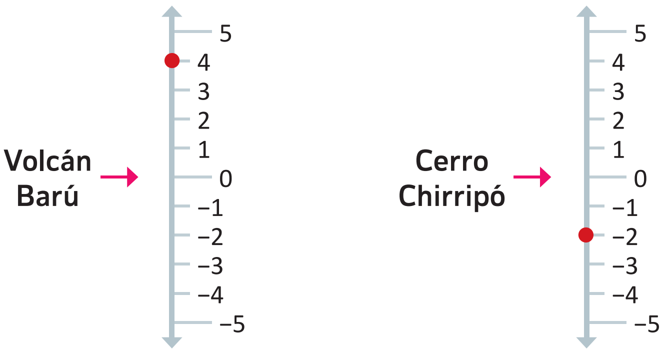
Analiza

¿Cuál es la temperatura en el volcán Barú (Panamá) y cuál en el cerro Chirripó (Costa Rica) según los termómetros?



Soluciona

Se ubican las mismas escalas de números de los termómetros sobre rectas verticales. Luego, se colocan puntos en las temperaturas que indican los termómetros.



R: La temperatura en el volcán Barú es de 4 °C, mientras que en el cerro Chirripó es menor: –2 °C.

Comprende

Para representar gráficamente los números enteros utiliza la **recta numérica.**

- Si la recta es horizontal, los valores positivos se ubican a la derecha del cero (0) y los negativos a la izquierda.
- Si la recta es vertical, los valores positivos se ubican arriba del cero (0) y los negativos abajo.

Desarrollo sostenible

La temperatura del planeta subió más de 1 °C en el último siglo por la acción humana. Esto hace que se derrita el hielo polar y las tormentas sean mucho más destructivas. Infórmate sobre las acciones en tu comunidad contra el cambio climático.

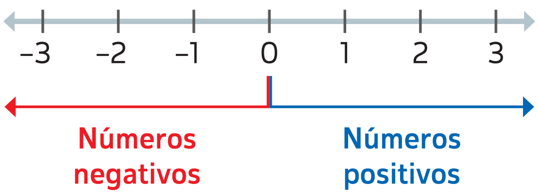
¿Qué pasaría?

Si quieres representar números más grandes, debes elegir una escala apropiada; por ejemplo, de 2 en 2, 5 en 5, 10 en 10, 100 en 100 u otras.

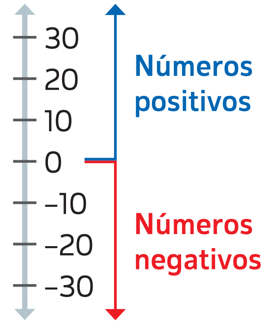
Observa cómo se hace

Observa de qué manera se ubican los números en cada recta.

Recta numérica horizontal



Recta numérica vertical



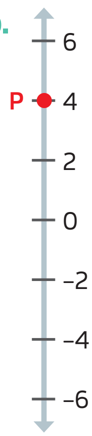
Resuelve

1. Escribe el valor que le corresponde al punto **P** en cada recta numérica.

a.

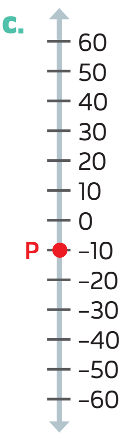
P = ______

b.



P = ______

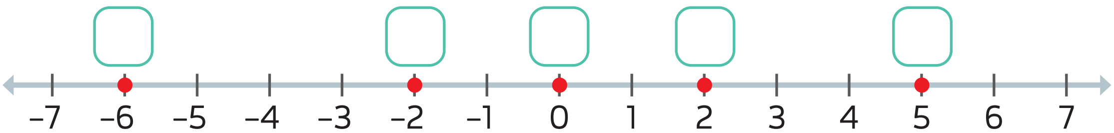
c.



P = ______

2. Anota la letra correspondiente a cada punto según el valor indicado.

A = 2
B = –6
C = –2
D = 5
E = 0



Desafíate

1. Dibuja una recta numérica en tu cuaderno y anota cuántos números enteros se ubican entre cada pareja de números.

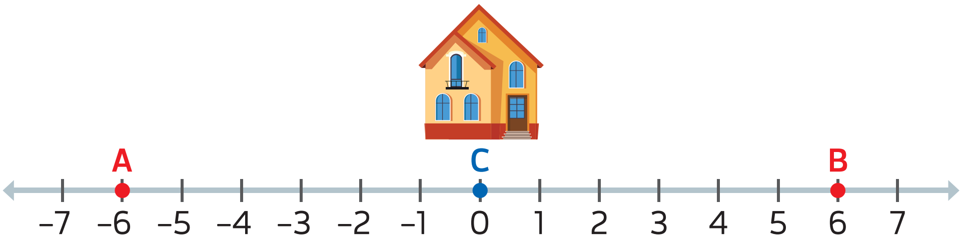
Entre –3 y 8: ______ Entre –7 y 7: ______ Entre –10 y 0: ______

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 8

1.4 Valor absoluto de un número entero

Analiza

Diana salió de su casa (ubicada en el punto **C**) y caminó hacia la izquierda hasta el punto **A**, su hermana Camila salió del mismo punto y caminó hacia la derecha hasta llegar al punto **B.** ¿Cuál de las dos recorrió una mayor distancia si los números de la recta representan metros?



Soluciona

- Desde el 0 hasta el 6 hay 6 metros; es decir, Camila recorrió 6 metros.
- Desde el 0 hasta el –6 también hay 6 metros; es decir, Diana recorrió 6 metros.

R: Ambas recorrieron la misma distancia.

Comprende

El **valor absoluto** de un número entero es su valor numérico sin tener en cuenta su signo. El símbolo que se utiliza para representar el valor absoluto es una línea vertical antes y después del número. Por ejemplo: $|-6|$ se lee "valor absoluto de menos seis".

Ejemplos:

- $|-6| = 6$
- $|6| = 6$
- $|-15| = 15$
- $|0| = 0$

¿Sabías que...?

En la recta numérica el valor absoluto de un número puede definirse como la distancia que hay desde 0 hasta ese número. La distancia siempre es positiva sin importar la dirección.

Resuelve

1. Escribe el valor absoluto indicado en cada caso.

a. $|12| =$ ______________ **b.** $|0| =$ ______________

c. $|-8| =$ ______________ **d.** $|-1| =$ ______________

e. $|-20| =$ ______________ **f.** $-|24| =$ ______________

g. $|18| =$ ______________ **h.** $-|-42| =$ ______________

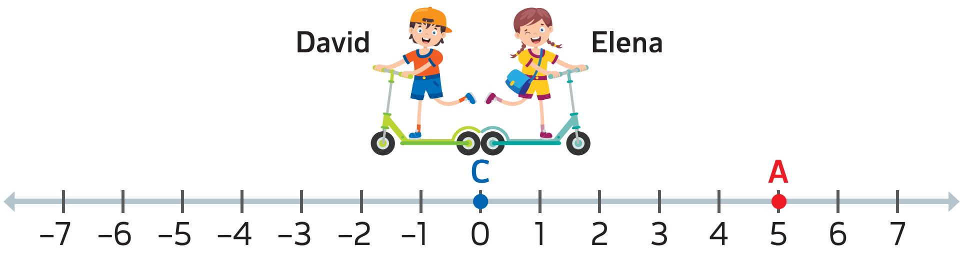
Cuando hay un signo negativo delante del valor absoluto, se debe colocar ese signo en el resultado. Por ejemplo:
$-|-35| = -35$
$-|19| = -19$

1.5 Opuesto de un número entero

Si en el problema no se dijera que conducían en direcciones opuestas, no se podría analizar la situación sobre una recta numérica.

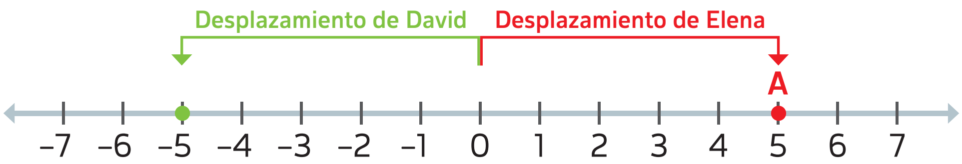
Analiza

Elena y David salen a jugar con sus monopatines todas las tardes. En una ocasión decidieron conducir en direcciones opuestas. Si ambos partieron del punto **C** de la recta y Elena llegó hasta el punto **A**, ¿a cuál punto llegó David si recorrió la misma distancia que Elena?



Soluciona

Al observar en la recta el desplazamiento de Elena se puede averiguar el punto al que llegó David, pues es el mismo desplazamiento, pero en sentido contrario. Gráficamente se representa así:



R: David llegó al punto ubicado en –5.

¿Qué pasaría?

Al sumar una pareja de números enteros opuestos el resultado siempre será 0. Por ejemplo:

- 5 + (–5) = 0
- –8 + 8 = 0

Comprende

El **opuesto de un número entero** es otro número que tiene el mismo valor absoluto que este, pero de signo contrario. Por ejemplo, el opuesto de 5 es –5 y el opuesto de –11 es 11.

Al representar un número entero en la recta numérica y su opuesto, estos se ubican a la misma distancia del 0, pero uno a la derecha y el otro a la izquierda del 0.

Resuelve

1. Escribe el opuesto de cada número entero.

a. 2 → ☐ **b.** –26 → ☐ **c.** –100 → ☐

1.6 Comparación de números enteros

Analiza

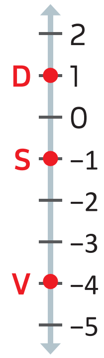
Los siguientes datos corresponden a las temperaturas mínimas registradas en la ciudad de Nueva Jersey (Estados Unidos) durante tres días. ¿En cuál de esos días se presentó la menor temperatura y en cuál la mayor?

Soluciona

Se ubican las temperaturas anteriores en una recta numérica vertical como la de la derecha y se observa lo siguiente:

- El menor valor se ubica más abajo.
- El mayor valor se ubica más arriba.

R: La menor temperatura se presentó el día viernes y la mayor el domingo.



¿Sabías que...?
La temperatura más baja registrada en la Tierra es de −98 °C. Esta se presentó en una región de la Antártida.

Comprende

Para **comparar números enteros**, considera lo siguiente:

- Cualquier número positivo es mayor que cualquier número negativo.
- Todo número negativo es menor que 0.
- Todo número positivo es mayor que 0.

Además, si se ubican dos números enteros en una recta numérica horizontal, siempre es mayor el que está más hacia la derecha.

Signos para la relación de orden

Cuando se comparan dos números enteros se puede establecer entre ellos una relación de orden. Para esto se utilizan los símbolos < (menor que), > (mayor que) e = (igual que).

El orden de un grupo de números enteros puede ser de dos tipos:

- Orden progresivo: Los números van del menor al mayor.
- Orden regresivo: Los números van del mayor al menor.

¿Qué pasaría?
Si se ubican dos números enteros en una recta numérica vertical, el mayor está más arriba y el menor está más abajo.

Recuerda

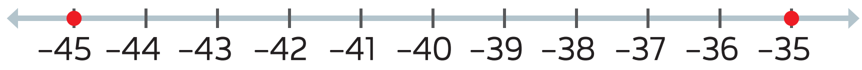
Al usar los símbolos < o >, recuerda que la punta siempre debe señalar al número menor y la parte abierta al número mayor.

Observa cómo se hace

a. Al comparar 8 y –1 se observa que uno es positivo y el otro negativo, por lo tanto el positivo es mayor. Es decir:

$$8 > -1 \quad \text{o bien} \quad -1 < 8$$

b. Para establecer una relación de orden entre –45 y –35 se representan en la recta numérica.



Como –35 está más a la derecha que –45, entonces –35 es mayor. Es decir:

$$-35 > -45 \quad \text{o bien} \quad -45 < -35$$

Resuelve

1. Escribe el símbolo < (menor que), > (mayor que) o = (igual que) según corresponda.

a. 23 ☐ –14 **b.** –8 ☐ –8 **c.** $|-3|$ ☐ –3

d. –5 ☐ 1 **e.** –31 ☐ –13 **f.** $|-10|$ ☐ 10

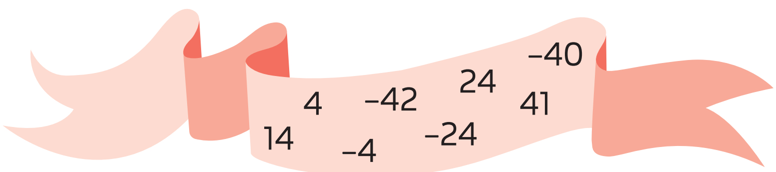
2. Escribe, en forma progresiva, los números enteros del –4 al 4.

☐ – ☐ – ☐ – ☐ – ☐ – ☐ – ☐ – ☐ – ☐

3. Escribe, en forma regresiva, los números enteros del 2 al –6.

☐ – ☐ – ☐ – ☐ – ☐ – ☐ – ☐ – ☐ – ☐

4. Ordena los números dados en orden progresivo y en orden regresivo.



Orden progresivo → ____ < ____ < ____ < ____ < ____ < ____ < ____ < ____

Orden regresivo → ____ > ____ > ____ > ____ > ____ > ____ > ____ > ____

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 9

1.7 Practica lo aprendido

1. Escribe tres situaciones que se puedan representar con un número entero negativo y anota el número correspondiente.

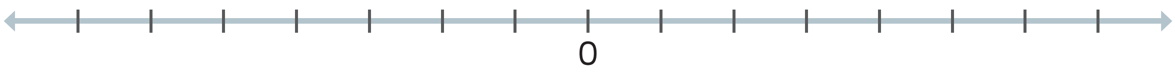
Situación	Número

2. Relaciona cada número entero con su opuesto.

26	62	–6	–2	–22
6	2	–26	22	–62

3. Representa los siguientes puntos en la recta numérica.

A = 6   B = –4   C = –7   D = 1



4. Escribe cuatro relaciones de orden con base en los números representados en la recta anterior.

<   <   <   <

5. Escribe tres números que cumplan con las condiciones indicadas en cada caso.

a. Es mayor que 0 y menor que 10. →

b. Es mayor que –8 y menor que 0. →

c. Es mayor que –5 y menor que 5. →

Adición y sustracción con números enteros

2.1 Repasa tus conocimientos

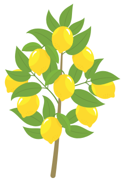
1. Resuelve las siguientes adiciones y sustracciones.

a. 639 + 217 **b.** 720 – 524 **c.** 8261 + 1064

d. 10 715 – 5420 **e.** 781 172 425 + 261 276 **f.** 97 234 410 – 7 175 121

g. (64 – 21) + 22 **h.** 14 – (33 – 22) **i.** 8712 – (231 + 6245)

2. Alberto cosechó de los limoneros de su finca 254 limones el lunes, 194 el martes y 305 el miércoles. ¿Cuántos limones cosechó en total en esos tres días?



3. Adela compró una botella de agua con 1750 ml. Si en la mañana se tomó 425 ml y por la tarde, 640 ml más, ¿cuántos mililitros de agua quedan en la botella?

4. En la vitrina de una librería había 46 bolígrafos. Si en un día vendieron 15, pero después colocaron 22 más, ¿cuántos bolígrafos hay ahora?

2.2 Adición con números enteros

Analiza

Fabián solicitó un préstamo por 500 balboas a un banco para reparar su casa. Si tenía una deuda anterior de 200 balboas, ¿cuál número entero representa la cantidad de dinero que debe Fabián en total?

Recuerda

En una adición, los números que se suman se llaman "sumandos" y el resultado, "total".

Sumandos   Total

$5 + 7 = 12$

Soluciona

Se representan las deudas de Fabián mediante números enteros.

- Préstamo para reparaciones → –500
- Préstamo anterior → –200

El total de las deudas se obtiene sumando ambas, pero manteniendo el signo "–", pues es una deuda. Es decir:

Operación (O): $(-500) + (-200) = -700$

R: La cantidad de dinero que debe Fabián se representa con –700.

Comprende

Para resolver **adiciones con números enteros**, considera las siguientes **reglas de signos**:

- Si ambos números tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se mantiene el signo. Por ejemplo:

  $(-4) + (-7) = -11 \leftarrow |-4| + |-7| = 4 + 7 = 11$

  $(9) + (5) = 14 \leftarrow |9| + |5| = 9 + 5 = 14$

- Si tienen diferente signo, se resta el menor del mayor valor absoluto y se mantiene el signo del número que tiene mayor valor absoluto. Por ejemplo:

  $(-7) + (4) = -3 \leftarrow$ $7 - 4 = 3$ y como $|-7| > |4|$ entonces se mantiene el –.

  $(12) + (-8) = 4 \leftarrow$ $12 - 8 = 4$ y como $|12| > |8|$ entonces se mantiene el +.

Observa que algunos de los casos presentados corresponden a operaciones básicas con números naturales. Por ejemplo, 9 + 5 y 12 – 8 son operaciones que sabes resolver desde años anteriores.

Adiciones en la recta numérica

Las adiciones de números enteros también pueden resolverse utilizando la recta numérica. Sigue estos pasos:

1) Se ubica el primer sumando.

2) Se mueve a la derecha si el segundo sumando es positivo.

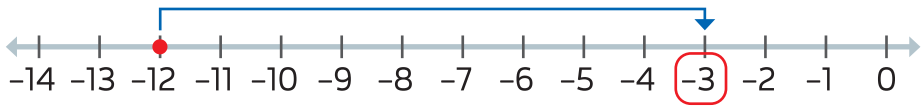
3) Se mueve a la izquierda si el segundo sumando es negativo.

Los números negativos se colocan entre paréntesis para mayor claridad en las operaciones de suma y resta; sin embargo, lo usual es que se escriban sin ellos. Por ejemplo: –12 + 9

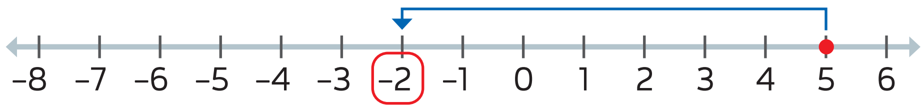
Observa cómo se hace

Observa la forma en que se resuelve cada adición en la recta.

a. (–12) + 9 = –3 → Se ubica el –12, se avanza 9 números a la derecha y se llega al –3.



b. 5 + (–7) = –2 → Se ubica el 5, se retrocede 7 números a la izquierda y se llega al –2.



Resuelve

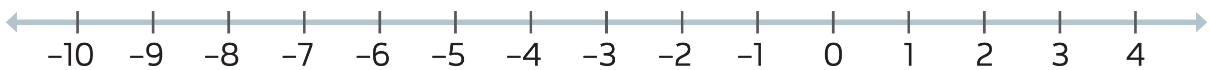
1. Anota el resultado de las siguientes adiciones con números enteros.

a. (–8) + 7 = ☐ **b.** (–20) + 15 = ☐ **c.** (–11) + (–6) = ☐

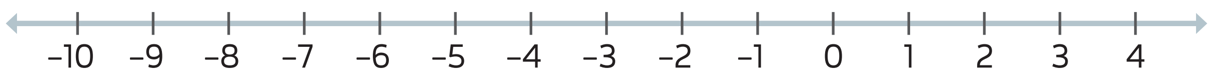
d. 5 + 13 = ☐ **e.** 9 + (–2) = ☐ **f.** (–50) + (–50) = ☐

2. Representa cada adición en la recta numérica y anota su resultado.

a. (–8) + 10 = ☐



b. 0 + (–7) = ☐



3. La temperatura en la estación científica Esperanza (Antártida) a las 6 de la mañana era de –22 °C. Si a las 10 de la mañana había subido 6 °C, ¿cuál era la temperatura a esa hora del día? Anota la adición de números enteros que permite resolver la situación.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 10

2.3 Sustracción con números enteros

Analiza

Un buzo observa un arrecife ubicado a 17 metros bajo el nivel del mar. Si el buzo se mantiene a 12 metros bajo el nivel del mar, ¿qué distancia lo separa del arrecife?

Soluciona

Se representan las ubicaciones del arrecife y del buzo mediante números enteros.

- Ubicación del arrecife → –17
- Ubicación del buzo → –12

Para hallar la distancia entre dos puntos se resta, al número mayor, el número menor. En este caso el número mayor es –12, porque está a la derecha de –17 en la recta numérica. Por lo tanto:

O: (–12) – (–17)

La operación anterior también se puede escribir así: (–12) + 17

Por lo tanto, se resuelve como si fuera una adición.

$$(-12) + 17 = 5$$

R: La distancia que separa al buzo del arrecife es de 5 m.

Comprende

Para resolver **sustracciones con números enteros** se utilizan las mismas leyes explicadas para la adición, porque cualquier sustracción puede escribirse como una adición. Por ejemplo:

- $20 - 25 = 20 + (-25) = -5$
- $(-25) - (-20) = -25 + 20 = -5$

Sustracciones en la recta numérica

Las sustracciones de números enteros también pueden representarse en la recta numérica. Sigue estos pasos:

1) Se ubica el minuendo.

2) Se mueve a la izquierda si el sustraendo es positivo.

3) Se mueve a la derecha si el sustraendo es negativo.

Recuerda

En una sustracción, el primer número se llama "minuendo"; el segundo, "sustraendo", y el resultado, "diferencia".

Minuendo

Diferencia

$6 - 2 = 4$

Sustraendo

Cuando se tienen dos signos menos seguidos, estos se convierten en un signo más.
Por ejemplo:

- $-(-2) = 2$
- $(-12) - (-17) = (-12) + 17$

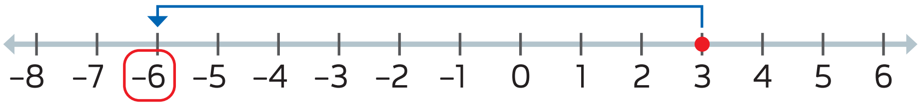
¿Qué pasaría?

También puedes convertir las sustracciones en adiciones y aplicar los mismos criterios de la adición para resolver en la recta. Por ejemplo:
(–12) – (–11)
= (–12) + 11

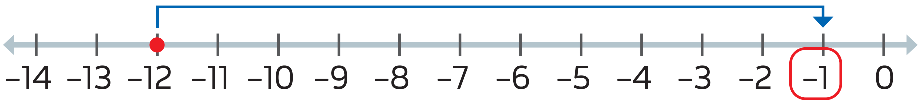
Observa cómo se hace

Observa la forma en que se resuelve cada sustracción en la recta.

a. 3 – 9 = –6 → Se ubica el 3, se retrocede 9 números a la izquierda y se llega al –6.



b. (–12) – (–11) = –1 → Se ubica el –12, se avanza 11 números a la derecha y se llega al –1.



Resuelve

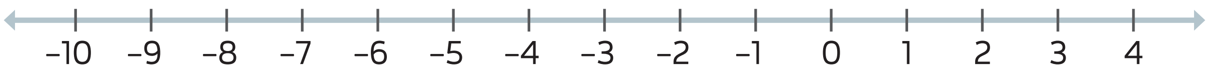
1. Anota el resultado de las siguientes sustracciones con números enteros.

a. 2 – 9 = ☐ b. (–10) – (–5) = ☐ c. 6 – (–7) = ☐

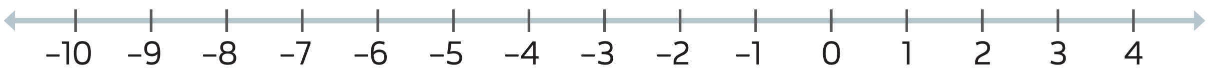
d. (–7) – 3 = ☐ e. 20 – 15 = ☐ f. 25 – 50 = ☐

2. Representa cada sustracción en la recta numérica y anota su resultado.

a. (–1) – 8 = ☐



b. 4 – 8 = ☐



3. En un laboratorio químico, una sustancia se mantiene a –5 °C. Si después de realizar un procedimiento, se reduce su temperatura en 7 °C, ¿cuál es su temperatura final? Anota la sustracción de números enteros que permite resolver la situación.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 11

2.4 Propiedad conmutativa de la adición

Analiza

¿Cuál de los niños perdió más puntos según lo que dice cada uno?

Soluciona

Se suman los puntos perdidos por cada uno y se comparan los resultados.

- Juan: (–5) + (–8) = –13
- Laura: (–8) + (–5) = –13

R: Ambos perdieron la misma cantidad de puntos.

Comprende

La adición tiene la **propiedad conmutativa.** Esto significa que el orden de los sumandos no cambia el total. Es decir, si **a** y **b** son dos números enteros, entonces se cumple la siguiente igualdad:

$$a + b = b + a$$

Observa cómo se hace

Para comprobar la conmutatividad con la adición (–5) + 9, se resuelve la operación de las siguientes dos maneras:

- (–5) + 9 = 4
- 9 + (–5) = 4

¿Qué pasaría?

Si en una sustracción se cambia el orden de los números, el resultado cambia. Por ejemplo:

- 25 – 15 = 10
- 15 – 25 = –10

Por lo tanto, la sustracción no es conmutativa.

Resuelve

1. Escribe la adición equivalente en cada caso según la propiedad conmutativa.

   a. 16 + 7 → ☐
   b. –20 + 15 → ☐
   c. 32 + (–12) → ☐
   d. (–3) + (–7) → ☐

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 12

2.5 Propiedad asociativa de la adición

¿Qué pasaría?

Si en una sustracción se cambia el orden en el que se agrupan los números, el resultado no es el mismo. Por lo tanto, la sustracción no es asociativa. Por ejemplo:

- (14 – 5) – 10
  = 9 – 10
  = –1
- 14 – (5 – 10)
  = 14 – (–5)
  = 19

Analiza

¿Cuál de los niños obtuvo más puntos según lo que dice cada uno?

Soluciona

Se suman los puntos obtenidos por cada uno y se comparan los resultados.

- Sofía: (10 + 12) + 8 = 22 + 8 = 30
- Samuel: 10 + (12 + 8) = 10 + 20 = 30

R: Ambos obtuvieron la misma cantidad de puntos.

Comprende

La adición tiene la **propiedad asociativa.** Esto significa que el orden en que se agrupen los sumandos no cambia el total. Es decir, si **a**, **b** y **c** son números enteros, entonces se cumple la siguiente igualdad:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Resuelve

1. Resuelve cada adición de dos maneras distintas para comprobar la asociatividad de la adición con números enteros.

   a. (–18) + 5 + (–7)

   b. 25 + (–25) + 13

Desafíate

1. Aplica las propiedades conmutativa y asociativa de la adición para resolver mentalmente la operación 1750 + 3210 + (–750).

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 13

2.6 Practica lo aprendido

1. Resuelve las siguientes operaciones con números enteros.

a. $12 - 18 =$ ______ **b.** $(-21) + 15 =$ ______

c. $(-29) + (-8) =$ ______ **d.** $30 - (-25) =$ ______

e. $(-24) - 20 =$ ______ **f.** $(-36) + 16 =$ ______

2. Asocia las operaciones equivalentes.

$(-15) + 7$	$(-15 + 7) + 9$
$(-15) + (7 + 9)$	$(-9) + (15 + (-7))$
$9 - 15$	$(-7) + (-9)$
$(-9 + 15) + (-7)$	$7 + (-15)$
$(-9) + (-7)$	$(-15) + 9$

Dos operaciones son equivalentes si tienen el mismo resultado.

Soluciona problemas

3. Un pájaro que vuela a una altura de 25 metros sobre el nivel del mar; se ubica, exactamente, sobre un pez que se encuentra 5 metros por debajo del nivel del mar. ¿Qué distancia separa a los dos animales? Anota la operación con números enteros que permite resolver la situación.

4. Felipe tenía una deuda de 450 balboas. Si realizó un abono de 224 balboas, ¿cuál número entero representa la cantidad de dinero que aún debe Felipe? Anota la operación con números enteros que permite resolver la situación.

Lección 3

Multiplicación y división con números enteros

3.1 Repasa tus conocimientos

1. Completa la siguiente tabla según los resultados de las multiplicaciones correspondientes. Observa el ejemplo.

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6				24						
7										
8										
9										
10										

2. Anota el producto de las siguientes multiplicaciones.

a. 74 × 6 =

b. 450 × 130 =

c. 256 × 9 =

d. 15 245 × 23 560 =

3. Anota el cociente de las siguientes divisiones.

a. 72 ÷ 9 =

b. 1800 ÷ 120 =

c. 50 ÷ 10 =

d. 68 500 000 ÷ 5000 =

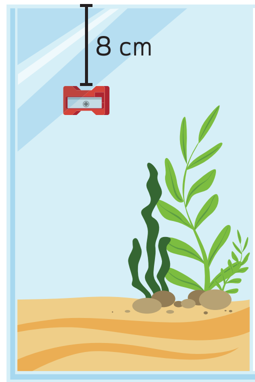
4. En una lechería tienen 45 vacas. Si cada vaca da 15 litros de leche por día, ¿cuántos litros de leche se obtienen en total en un mes de 30 días en esa lechería?

5. En Panamá, en el año 2019, se sembraron 99 870 hectáreas de arroz. Si cada hectárea rinde en promedio 78 quintales de arroz, ¿cuánto se cosechó en total del grano?

3.2 Multiplicación con números enteros

Analiza

A María se le cae su sacapuntas en la pecera. Después de un segundo, el sacapuntas está a una profundidad de 8 cm con respecto a la superficie. Si después de 5 segundos la profundidad del sacapuntas se triplica, ¿cuál número entero representa su profundidad en ese momento?



Soluciona

Se representa la profundidad del sacapuntas al transcurrir un segundo mediante el número entero –8.

Para calcular la profundidad a los cinco segundos se multiplica esa profundidad por 3, pues dice que se triplica:

$-8 \times 3 = \boxed{-24} \rightarrow$ El triple de 8 es 24, y el resultado es negativo porque se refiere a profundidad.

Por lo tanto, el número entero que representa la profundidad a los 5 segundos es –24.

Recuerda

En una multiplicación, al primer número se le llama multiplicando y al segundo, multiplicador, que en conjunto se les conoce como "factores" y al resultado se le denomina "producto".

Factores Producto

$\underbrace{3 \times 4}_{\text{Factores}} = \underbrace{12}_{\text{Producto}}$

Comprende

Para resolver **multiplicaciones con números enteros** se multiplican los factores, sin considerar su signo, y se aplican las siguientes reglas para colocar el signo en el producto:

- Si los dos factores son positivos, el producto será positivo.
- Si los dos factores son negativos, el producto será positivo.
- Si un factor es negativo y el otro es positivo, el producto será negativo.

(+) × (+) = +

(–) × (–) = +

(+) × (–) = –
(–) × (+) = –

En pocas palabras: "El producto de dos números con el mismo signo es positivo y el producto de dos números con distinto signo es negativo".

Observa cómo se hace

Se multiplican los números normalmente y se aplica la ley de signos.

a. $6 \times 7 = \boxed{42} \rightarrow$ (+) × (+) = +

b. $6 \times -7 = \boxed{-42} \rightarrow$ (+) × (–) = –

c. $-6 \times -7 = \boxed{42} \rightarrow$ (–) × (–) = +

d. $-6 \times 7 = \boxed{-42} \rightarrow$ (–) × (+) = –

Resuelve

1. Clasifica las multiplicaciones de los recuadros según el signo de su producto. No calcules el resultado.

15×-12 24×13 76×8 -34×-21 -65×16

-32×-6 -42×9 22×-7 -62×-9

Positivos	Negativos

2. Anota el resultado de las siguientes multiplicaciones con números enteros.

a. $-2 \times 5 =$ ______ b. $-6 \times -9 =$ ______

c. $8 \times -3 =$ ______ d. $-5 \times -7 =$ ______

e. $25 \times 4 =$ ______ f. $-43 \times 5 =$ ______

g. $438 \times 22 =$ ______ h. $760 \times -10 =$ ______

3. Esteban compró, con su tarjeta de crédito, 5 escritorios para su empresa. Si cada escritorio cuesta 428 balboas, ¿cuál número entero representa la deuda que tiene Esteban por la compra de esos artículos? Anota la multiplicación de números enteros que permite resolver la situación.

Desafíate

Una operación que involucra más de un tipo de operación aritmética se llama "combinación de operaciones".

1. Resuelve las siguientes combinaciones.

a. $-4 + 7 \times 3 =$ ______

b. $15 \times 2 - 50 =$ ______

c. $3 \times -5 + (-8) \times 4 =$ ______

Para determinar el resultado de una combinación de operaciones, primero se resuelven las multiplicaciones y las divisiones y luego las adiciones y las sustracciones.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 14

3.3 División con números enteros

Analiza

Emilia compró a crédito un celular de B/.300 y la tienda le dio la opción de pagarlo en 6 meses, cancelando el mismo monto cada mes. ¿Cuál número entero representa la deuda mensual que tiene Emilia con la tienda?

Recuerda

En una división, el primer número se llama "dividendo", el segundo, "divisor" y el resultado, "cociente". Lo que sobra o no se puede repartir se llama "residuo".

Dividendo

Cociente

$$\begin{array}{r} 16 \div 3 = 5 \\ -15 \\ \hline 1 \end{array}$$

Divisor

Residuo

Soluciona

Se representa el total que debe Emilia mediante un número entero.

- Deuda total → –300

Para calcular la deuda mensual de Emilia, se divide la deuda total entre 6, pues se pagará en 6 meses:

$-300 \div 6 = \boxed{-50}$ → 300 ÷ 6 = 50 y el resultado es negativo porque se refiere a una deuda.

Por lo tanto, el número entero que representa la deuda mensual de Emilia es –50.

Una división es exacta cuando el residuo es 0. Por ejemplo, la siguiente división es inexacta porque el residuo es 3.

$$\begin{array}{r} 39 \div 4 = 9 \\ -36 \\ \hline 3 \end{array}$$

Comprende

Para resolver **divisiones con números enteros** se dividen los números sin considerar su signo y se aplican las mismas reglas de signos usadas para la multiplicación:

- Si ambos números son positivos, el resultado será positivo.
  (+) ÷ (+) = +
- Si ambos números son negativos, el resultado será positivo.
  (–) ÷ (–) = +
- Si uno es negativo y el otro es positivo, el resultado será negativo.
  (+) ÷ (–) = –
  (–) ÷ (+) = –

Recuerda

Para resolver una división, piensa en un número que multiplicado por el divisor dé como resultado el dividendo. Por ejemplo, 24 ÷ 3 = 8 porque 8 × 3 = 24.

Observa cómo se hace

Se dividen los números normalmente y se aplica la ley de signos.

a. 24 ÷ 3 = $\boxed{8}$ → (+) ÷ (+) = +

b. –24 ÷ –3 = $\boxed{8}$ → (–) ÷ (–) = +

c. 24 ÷ –3 = $\boxed{-8}$ → (+) ÷ (–) = –

d. –24 ÷ 3= $\boxed{-8}$ → (–) ÷ (+) = –

Resuelve

1. Clasifica las divisiones de los recuadros según el signo que tendrá su cociente. No calcules el resultado.

120 ÷ –15 60 ÷ 12 624 ÷ 26 –200 ÷ –25 –676 ÷ 52

–144 ÷ –6 –490 ÷ 5 204 ÷ –3 –522 ÷ –6

Positivos	Negativos

2. Anota el cociente de las siguientes divisiones exactas con números enteros.

a. –20 ÷ 5 = ____ **b.** 75 ÷ 3 = ____ **c.** –42 ÷ 6 = ____

d. 18 ÷ –3 = ____ **e.** –54 ÷ –9 = ____ **f.** 532 ÷ –38 = ____

g. 60 ÷ 4 = ____ **h.** –35 ÷ –7 = ____ **i.** 1456 ÷ 52 = ____

3. Un buzo descendió 8 metros para observar un arrecife. Si a la mitad del camino observó una mantarraya, ¿cuál número entero representa la profundidad a la que se encontraba ese animal al ser observado? Anota la división de números enteros que resuelve la situación.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 15

3.4 Propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación

Analiza

¿De qué manera se podría resolver la multiplicación dada para facilitar los cálculos?

$$20 \times 53 \times 5$$

Recuerda

Para multiplicar un número entero por un múltiplo de 10, se le añade la misma cantidad de ceros del múltiplo de 10.

Soluciona

- Se cambia el orden de los factores:

$$20 \times 53 \times 5 = 20 \times 5 \times 53$$

- Se agrupan los dos primeros.

$$20 \times 5 \times 53 = (20 \times 5) \times 53$$

- Se resuelve.

$$(20 \times 5) \times 53 = 100 \times 53 = 5300$$

Comprende

La multiplicación, al igual que la adición, cumple con las propiedades conmutativa y asociativa. Es decir:

- **Conmutatividad**: En una multiplicación, el orden de los factores no cambia el producto. Si **a** y **b** son números enteros, entonces:

$$a \times b = b \times a$$

- **Asociatividad**: En una multiplicación, el orden en que se agrupen los factores no afecta el resultado. Si **a**, **b** y **c** son números enteros, entonces:

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

¿Qué pasaría?

Si en una división se cambia el orden de los números el resultado cambia. Por ejemplo:

- $24 \div 6 = 4$
- $6 \div 24 = 0{,}25$

Por lo tanto, la división no es conmutativa ni tampoco asociativa.

Resuelve

1. Anota el nombre de la propiedad de la multiplicación ejemplificada en cada caso.

   a. $-9 \times 4 = 4 \times -9$ ________________

   b. $8 \times (-15 \times -3) = (8 \times -15) \times -3$ ________________

   c. $9 \times (5 \times -23) = (5 \times -23) \times 9$ ________________

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 16

La multiplicación también es distributiva respecto de la sustracción. Al multiplicar un número por la diferencia entre dos números, da el mismo resultado que al multiplicarlo por cada uno de los términos de la sustracción y restar los productos. Por ejemplo:

- $4 \times (3 - 5)$
  $= 4 \times -2 = -8$
- $4 \times (3 - 5)$
  $= (4 \times 3) - (4 \times 5)$
  $= 12 - 20 = -8$

3.5 Propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición

Analiza

Durante una semana, Juan le encargo a un emprendedor una empanada de 50 cts. y un refresco de 75 cts. cada día para llevar al trabajo. Al viernes, ¿cuánto le debe por los 5 días?

Soluciona

Se puede plantear la operación de dos formas distintas:

- Calcula lo que debe por empanadas, lo que debe por refrescos y suma ambos resultados:

$$-50 \times 5 + -75 \times 5 = -250 + (-375) = -625$$

- Suma lo que debe por una empana y por un refresco, multiplícalo por 5.

$$(-50 + (-75)) \times 5 = -125 \times 5 = -625$$

R: Juan debe pagar 625 centavos por los 5 días.

Comprende

La multiplicación cumple la propiedad de ser **distributiva con respecto a la adición.** Esto quiere decir que multiplicar un factor por el total de una adición es igual que multiplicar ese factor por cada uno de los sumandos y luego sumar esos productos. Es decir, si **a**, **b** y **c** son números enteros, entonces

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

Resuelve

1. Escribe, en cada caso, una operación equivalente aplicando la propiedad distributiva.

   a. $12 \times (4 + 11) =$ ____________

   b. $(3 \times 32) + (3 \times 55) =$ ____________

   c. $-5 \times (8 + 15) =$ ____________

   d. $(-10 \times 4) + (-10 \times 3) =$ ____________

   e. $7 \times (-2 + 16) =$ ____________

   f. $(2 \times (-5)) + (2 \times (-6)) =$ ____________

3.6 Practica lo aprendido

1. Escribe el número entero que completa correctamente cada operación.

a. $4 \times \square = -12$

b. $18 \div \square = 9$

c. $\square \times 7 = 42$

d. $\square \div -7 = -3$

e. $-2 \times \square = 20$

f. $60 \div \square = -15$

g. $\square \times -5 = -40$

h. $-24 \div \square = 4$

i. $12 \times \square = 48$

j. $\square \div -6 = 10$

k. $\square \times 15 = -120$

l. $160 \div \square = 32$

Recuerda que la multiplicación y la división son operaciones inversas. Por ejemplo, $2 \times -4 = -8$ y $-8 \div -4 = 2$.

2. Anota el nombre de la propiedad de las operaciones aplicada en cada caso.

a. $-9 \times (1 + 4) = (-9 \times 1) + (-9 \times 4)$ → ____________________

b. $5 \times -8 = -8 \times 5$ → ____________________

c. $-15 \times (-2 \times 3) = (-15 \times -2) \times 3$ → ____________________

d. $-9 + 3 = 3 - 9$ → ____________________

e. $(-7 + 4) - 8 = -7 + (4 - 8)$ → ____________________

Soluciona problemas

3. Karen y Pamela compraron 8 basureros a crédito para colocar en su comunidad. Si cada uno les costó 25 balboas y cada una debe pagar la mitad, ¿cuál número entero representa la deuda de cada una? Anota las operaciones de números enteros que permiten resolver la situación.

4. En una panadería preparan pan 5 veces al día. En cada turno hornean 25 unidades de pan de queso y 15 de pan flauta. ¿Cuántos panes hornean cada día? Anota dos operaciones distintas que permitan resolver la situación usando la propiedad distributiva.

Potenciación y radicación

4.1 Repasa tus conocimientos

1. Relaciona cada suma de sumandos iguales con la multiplicación correspondiente.

8 + 8 + 8 + 8	5 × 6
3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3	3 × 4
5 + 5	6 × 3
6 + 6 + 6 + 6 + 6	4 × 8
4 + 4 + 4	2 × 5
3 + 3 + 3 + 3	4 × 3

La multiplicación es una forma abreviada de representar una suma de sumandos iguales. Por ejemplo, 5 × 9 se puede leer como cinco veces nueve y corresponde a la adición

9 + 9 + 9 + 9 + 9.

2. Resuelve cada multiplicación.

a. 5 × 5

b. 7 × 7 × 7 × 7

c. 4 × 4 × 4

d. 3 × 3 × 3 × 3 × 3

3. Escribe una división para comprobar el resultado de cada multiplicación.

a. 8 × 9 = 72 ____________________

b. 6 × 4 = 24 ____________________

c. 15 × 6 = 90 ____________________

d. 24 × 12 = 288 ____________________

e. 35 × 5 = 175 ____________________

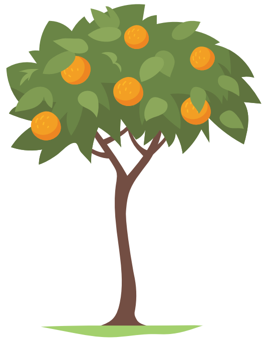
f. 246 × 18 = 4428 ____________________

Recuerda

La multiplicación y la división son operaciones inversas, al igual que la adición y la sustracción. Para comprobar el resultado de una multiplicación, se divide el producto entre cualquiera de los factores y el resultado debe ser igual al otro factor. Por ejemplo:

15 × 34 = 510 → 510 ÷ 15 = 34

4.2 La potenciación



Analiza

Un productor de naranjas empaca las frutas en bolsas de 15 unidades. Luego, coloca 15 bolsas por caja para distribuirlas en diferentes comercios. Si un día repartió 15 cajas, ¿cuántas naranjas entregó en total? ¿De qué manera se puede plantear esa cantidad como una sola operación?

Soluciona

- Se calcula la cantidad de naranjas por caja.

$15 \times 15 = 225$ ← 15 bolsas con 15 naranjas cada una.

- Se determina la cantidad de naranjas que hay en 15 cajas.

$225 \times 15 = 3375$ ← 15 cajas con 225 naranjas cada una.

- Por lo tanto, la operación que permite calcular el total de naranjas entregadas se puede plantear de la siguiente manera:

$$15 \times 15 \times 15 = 3375$$

R: Ese día, el productor entregó 3375 naranjas.

Comprende

La **potenciación** es una forma abreviada de representar una multiplicación de factores iguales. La notación de la potenciación es la siguiente:

Exponente ↑ Potencia ↑

Base ← $15^3 = 15 \times 15 \times 15 = 3375$

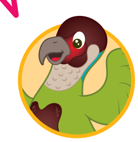
En una potenciación la **base** es el factor que se repite y el **exponente** indica la cantidad de repeticiones. El resultado se llama **potencia.**

Para leer una potenciación, se menciona el número que está como base seguido de "a la" y el número del exponente. Por ejemplo, 15^3 se lee "quince a la tres".

Cálculo de una potencia

Para calcular el valor de una potencia se multiplica la base por sí misma tantas veces como lo indique el exponente; para esto, se resuelven una a una las multiplicaciones como se hizo en el problema inicial.

El exponente 2 se suele leer "al cuadrado", y el exponente 3, "al cubo". Por ejemplo, 5^2 se puede leer "cinco al cuadrado" y 5^3, "cinco al cubo".



¿Qué pasaría?

Si la base de una potenciación es 1, el resultado siempre será 1. El 1 multiplicado por sí mismo cualquier número de veces es 1. Ejemplos:

- $1^2 = 1 \times 1 = 1$
- $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$

Observa cómo se hace

Para calcular el valor de 6^4 se expresa como multiplicación de factores iguales y luego se resuelve.

$$6^4 = \underline{6 \times 6} \times 6 \times 6$$
$$6^4 = \underline{36 \times 6} \times 6$$
$$6^4 = \underline{216 \times 6}$$
$$6^4 = 1296$$

Resuelve

1. Completa la tabla.

Potenciación	Base	Exponente	Lectura
8^2			
16^5			
20^3			
35^7			

2. Escribe cada potenciación como multiplicación de factores iguales y determina el resultado.

a. 6^2 **b.** 7^4 **c.** 11^2

d. 9^5 **e.** 12^3 **f.** 3^6

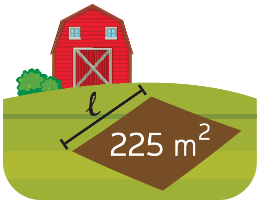
3. En una librería hay cajas con 12 lápices de color cada una. Si se colocan esas cajas en 12 columnas, con 12 cajas por columna, ¿cuántos lápices hay en total? Anota la potenciación que permite resolver la situación.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 17

4.3 La radicación

Analiza

Sara tiene un terreno de forma cuadrada de 225 m^2 de área y lo quiere cercar para hacer una huerta. ¿Cuántos metros de valla necesita Sara para colocar alrededor del terreno?



Soluciona

Determina la medida de cada uno de los lados del cuadrado para luego calcular su perímetro (lo que mide su borde).

- Denominamos "ℓ" al lado del cuadrado. Entonces:

$$\ell \times \ell = 225$$

- Encuentra un número que multiplicado por sí mismo dé como resultado 225.

$$15 \times 15 = 225$$

- Cada lado del cuadrado mide 15 m. Se calcula el perímetro sumando los cuatro lados:

$$15 + 15 + 15 + 15 = 4 \times 15 = 60$$

R: Sara necesita 60 m de valla para cercar la huerta.

Comprende

La **radicación** es la operación inversa de la potenciación. Se representa con el símbolo $\sqrt{}$ y su resultado se conoce como raíz.

La **raíz cuadrada** es inversa a una potenciación de exponente 2. Por ejemplo:

$$\sqrt{25} = 5 \text{ porque } 5^2 = 25$$

$\sqrt{25}$ se lee "raíz cuadrada de veinticinco"

Cálculo de una raíz cuadrada

Para calcular una raíz cuadrada se debe pensar en un número que, elevado al cuadrado, dé como resultado el número dentro del símbolo radical; es decir, un número multiplicado por sí mismo dos veces.

Recuerda

Para calcular el área (A) de un cuadrado, se multiplica lado por lado. Esto se expresa con la siguiente fórmula:

- $A = \ell \times \ell = \ell^2$

¿Sabías que...?

En la radicación hay un número que se coloca sobre el símbolo de raíz y se conoce como índice. Por ejemplo, en la radicación de abajo el índice es 3.

$$\sqrt[3]{25}$$

En la raíz cuadrada, el índice siempre es 2, pero por norma no se escribe, sino que se utiliza solamente el símbolo de raíz. Ejemplo:

$$\sqrt[2]{25} = \sqrt{25}$$

Es útil recordar algunos resultados como estos:

- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- ...

Observa cómo se hace

Para calcular las siguientes raíces se deben buscar números que multiplicados por sí mismos den como resultado el número dado.

a. $\sqrt{64}$ → Al recordar las tablas se sabe que $8 \times 8 = 64$.
Por lo tanto, $\sqrt{64} = 8$.

b. $\sqrt{256}$ → Se puede utilizar la calculadora para probar que $16 \times 16 = 256$ o bien calcular usando el símbolo de raíz cuadrada que aparece en esta.
Por lo tanto, $\sqrt{256} = 16$.

Resuelve

1. Anota la radicación correspondiente a cada potenciación y su resultado. Observa el ejemplo.

a. $9^2 = 81$ → ____

b. $18^2 = 324$ → ____

c. $32^2 = 1024$ → ____

2. Escribe el resultado de las siguientes radicaciones.

a. $\sqrt{9} =$ ____ **b.** $\sqrt{36} =$ ____ **c.** $\sqrt{4} =$ ____

d. $\sqrt{16} =$ ____ **e.** $\sqrt{49} =$ ____ **f.** $\sqrt{100} =$ ____

3. Una banda musical con 144 integrantes, desea hacer una formación de manera que en cada fila y en cada columna haya la misma cantidad de músicos. ¿Cuántas filas y cuántas columnas deben formar? Anota la radicación que permite resolver la situación.

Desafíate

1. Sonia tiene un terreno cuadrado de 196 m^2 que desea cercar. Si cada metro de la valla cuesta 1,5 balboas, ¿cuánto cuesta cercar el terreno?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 18

4.4 Practica lo aprendido

1. Escribe la forma en que se lee cada expresión.

a. 17^3 → ____________________

b. 22^5 → ____________________

c. $\sqrt{25}$ → ____________________

d. $\sqrt{56}$ → ____________________

2. Relaciona cada potenciación con la radicación correspondiente.

$13^2 = 169$	$\sqrt{400} = 20$
$17^2 = 289$	$\sqrt{1296} = 36$
$23^2 = 529$	$\sqrt{196} = 13$
$20^2 = 400$	$\sqrt{529} = 23$
$36^2 = 1296$	$\sqrt{289} = 17$

Soluciona problemas

3. En un edificio de 5 pisos se construyen 5 apartamentos en cada piso. Si en cada apartamento se deben colocar 5 ventanas, ¿cuántas ventanas se necesitan en total? Anota la potenciación que permite resolver la situación.

4. Jaime distribuyó 196 fresas en cierta cantidad de cajas, de manera que la cantidad de fresas por caja y la cantidad de cajas es la misma. ¿Cuántas cajas utilizó? Anota la radicación que permite resolver la situación.

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Comprendo la necesidad de utilizar los números enteros para resolver diversas situaciones de la vida cotidiana.			
Ubico números enteros en rectas numéricas verticales y horizontales.			
Determino el valor absoluto de un número entero.			
Identifico el opuesto de un número entero.			
Comparo números enteros usando los símbolos > (mayor que), < (menor que) o = (igual).			
Resuelvo adiciones y sustracciones con números enteros aplicando la regla de signos.			
Resuelvo adiciones y sustracciones con números enteros utilizando la recta numérica.			
Resuelvo multiplicaciones y divisiones con números enteros aplicando la regla de signos.			
Comprendo las propiedades (conmutativa, asociativa y distributiva) de las operaciones básicas.			
Identifico la potenciación como una multiplicación de factores iguales.			
Calculo potenciaciones con números naturales.			
Identifico la radicación como la operación inversa de la potenciación.			

Unidad

2

Operaciones con fracciones y decimales

En esta unidad aprenderás a:

- Transformar números decimales finitos o periódicos a fracción y viceversa
- Comparar y ordenar en la recta números enteros, fraccionarios y decimales
- Redondear números decimales
- Multiplicar y dividir fracciones por números enteros
- Resolver multiplicaciones y divisiones con fracciones
- Aplicar las propiedades de las operaciones usando fracciones
- Resolver operaciones combinadas que involucren fracciones y números decimales

Fracciones y números decimales

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Encuentra tres fracciones equivalentes por simplificación.

a. $\frac{24}{36} \rightarrow \boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}$

b. $\frac{60}{90} \rightarrow \boxed{}\ \boxed{}\ \boxed{}$

2. Simplifica las siguientes fracciones hasta su mínima expresión.

a. $\frac{20}{6} = \boxed{}$

b. $\frac{45}{30} = \boxed{}$

c. $\frac{30}{50} = \boxed{}$

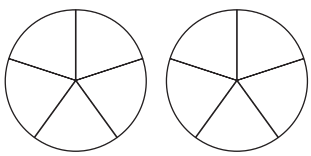
Recuerda

Dos fracciones son equivalentes si tienen el mismo valor, aunque parezcan distintas. Dada una fracción, se pueden encontrar fracciones equivalentes a ella por simplificación, al dividir el numerador y denominador por un mismo número. Simplificar una fracción hasta su mínima expresión es escribirla con el menor numerador y denominador posible. Por ejemplo:

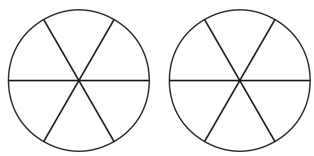
$$\frac{10}{20} \underset{\div 2}{\overset{\div 2}{=}} \frac{5}{10} \underset{\div 5}{\overset{\div 5}{=}} \frac{1}{2}$$

3. Colorea en la imagen la parte representada por cada fracción.

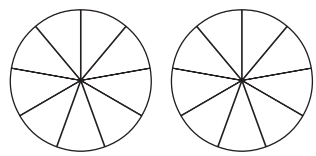
a. $\frac{3}{5}$



b. $\frac{7}{6}$



c. $\frac{7}{9}$



4. Completa la siguiente tabla sobre la escritura y la lectura de números decimales.

Número decimal	Parte entera	Parte decimal	Lectura
0,7			
51,24			
2,307			
4,0098			
123,001			

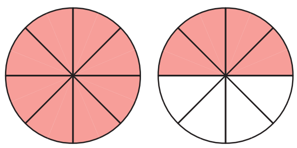
1.2 La unidad y sus fracciones

Analiza

La familia Rodríguez, de 5 miembros, y la familia Aguilar, de 7 miembros, van a una pizzería que vende la pizza en porciones. Si las pizzas se cortan en 8 porciones y ambas familias ordenan 1 porción por persona, ¿cómo se representa gráfica y numéricamente el total de porciones que ordenaron?

Soluciona

Se representan las pizzas mediante círculos divididos en 8 partes iguales y se colorea el total de porciones ordenadas.

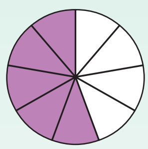


5 partes
+ 7 partes
= 12 partes

La forma numérica de representar el total de porciones corresponde a la fracción 12 partes de 8, que se escribe así: $\frac{12}{8}$

Comprende

Si se divide una unidad en partes de igual tamaño, una o más de esas partes corresponde a una **fracción**. Por ejemplo:



$\rightarrow \frac{5}{9}$

Una fracción puede ser propia, impropia o igual a la unidad:

- **Propias.** El numerador es menor que el denominador. Por ejemplo: $\frac{5}{6}$
- **Impropias.** El numerador es mayor que el denominador. Por ejemplo: $\frac{8}{3}$
- **Igual a la unidad.** El numerador y el denominador son iguales. Por ejemplo: $\frac{4}{4}$

También hay **números mixtos**, los cuales tienen una parte entera y una parte fraccionaria. Por ejemplo: $2\frac{1}{3}$

Los números mixtos se pueden expresar como fracciones impropias y las fracciones impropias se pueden convertir en números mixtos.

Recuerda

En una fracción el número de abajo (denominador) es la cantidad de partes en que se dividió la unidad, y el de arriba (numerador), la cantidad de partes que se toman.

$\frac{12}{8}$ ← Numerador ← Denominador

Cuando el numerador y el denominador son iguales, la fracción es igual a 1 porque un número dividido por sí mismo siempre da 1. Por ejemplo:

$\frac{5}{5} = 1$

Observa cómo se hace

a. Convierte $\frac{27}{4}$ a número mixto.

- Se divide el numerador de la fracción impropia entre su denominador; el cociente será el número entero del número mixto y el residuo es el numerador de la fracción propia.
- El denominador de la fracción impropia es el mismo que el de la fracción propia del número mixto.

$27 \div 4 = 6$, residuo 3 $\rightarrow$ $\frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$

La división realizada:

$$\begin{array}{r} 27 \div 4 = 6 \\ -24 \\ \hline 3 \end{array}$$

b. Convierte $1\frac{3}{5}$ a fracción impropia.

- Se multiplica el denominador por el número entero y se suma el numerador; el resultado será el numerador de la fracción impropia.
- El denominador de la fracción propia en el número mixto es el denominador de la fracción impropia.

$5 \times 1 + 3 = 8$ $\rightarrow$ $1\frac{3}{5} = \frac{8}{}$ $\rightarrow$ $1\frac{3}{5} = \frac{8}{5}$

Resuelve

1. Clasifica las siguientes fracciones. Anota **P** (propia), **I** (impropia), **M** (número mixto) o **U** (igual a la unidad), según corresponda.

a. $\frac{1}{2} \rightarrow$ ☐

b. $\frac{3}{3} \rightarrow$ ☐

c. $2\frac{3}{5} \rightarrow$ ☐

d. $\frac{6}{9} \rightarrow$ ☐

e. $\frac{5}{4} \rightarrow$ ☐

f. $\frac{8}{3} \rightarrow$ ☐

g. $\frac{7}{2} \rightarrow$ ☐

h. $\frac{7}{7} \rightarrow$ ☐

2. Convierte las fracciones impropias a números mixtos.

a. $\frac{10}{3}$

b. $\frac{5}{4}$

3. Convierte los números mixtos a fracciones impropias.

a. $1\frac{1}{2}$

b. $5\frac{2}{5}$

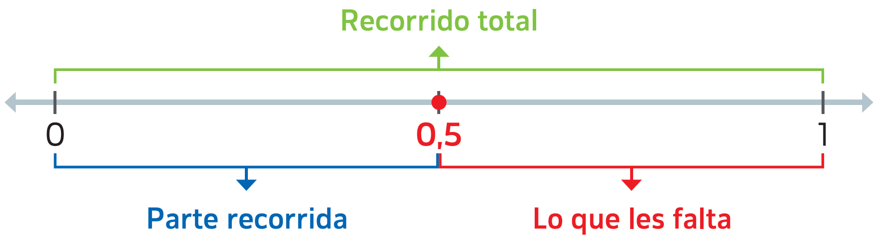
1.3 Transformación de números decimales finitos o periódicos a fracciones

Analiza

Ana y Ángel realizan una caminata en el sendero Los Quetzales, en la provincia de Chiriquí. Según su GPS, les falta por recorrer un 0,5 del total del sendero. ¿Qué fracción representa la parte del sendero que les falta por recorrer?

Soluciona

- Se considera una unidad en la recta numérica como el recorrido total del sendero y se ubica el número decimal 0,5.



- Al observar la parte recorrida como la representación gráfica de una fracción se obtiene lo siguiente:

- Del recorrido total hay dos tramos de igual tamaño, uno recorrido y otro por recorrer.
- **R**: La fracción del sendero que les falta por recorrer es $\frac{1}{2}$.

Comprende

Decimal finito a fracción

Para transformar a fracción un número decimal finito se coloca la parte decimal como numerador. Como denominador, se usa 10; 100; 1000... Según la cantidad de decimales, se agregan ceros al 1. Para un decimal la división será entre 10; para dos decimales, será entre 100; para tres decimales, será entre 1000 y así sucesivamente. Por ejemplo:

- $0{,}4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ → Una cifra decimal, cuya fracción equivalente se pudo simplificar.
- $0{,}30 = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$ → Dos cifras decimales, cuya fracción equivalente se pudo simplificar.
- $0{,}359 = \frac{359}{1000}$ → 3 cifras decimales.

Desarrollo sostenible

Realizar caminatas en lugares libres de contaminación es beneficioso para la salud física y también para la salud mental. Por eso debemos apoyar la conservación de las zonas protegidas.

Recuerda

Los números decimales pueden ser:

- **Finitos.** Tienen una cantidad de decimales que se puede contar. Ejemplo: 2,4
- **Infinitos periódicos.** Tienen una cantidad infinita de decimales, que se repiten. Ejemplo: 2,444...
- **Infinitos no periódicos.** Tienen una cantidad infinita de cifras decimales que no se repiten. Ejemplo: 2,324...

Recuerda

En un número decimal periódico, se llama periodo a las cifras decimales que se repiten. Por ejemplo:

- En 3,4545... el periodo es 45.
- En 0,5555... el periodo es 5.
- En 1,052052... el periodo es 052.

¿Sabías que...?

Normalmente, el 0,21 del volumen del aire que respiramos corresponde a oxígeno, esto representa $\frac{21}{100}$ del volumen.

Si el número por transformar tiene una parte entera, esta se usa como la parte entera del número mixto. Por ejemplo:

- $2{,}7 \rightarrow 2\frac{7}{10} \rightarrow$ Parte entera: 2. Parte decimal: una cifra.
- $7{,}25 \rightarrow 7\frac{25}{100} = 7\frac{1}{4} \rightarrow$ Parte entera: 7. Parte decimal: dos cifras.

Decimal periódico a fracción

Para transformar a fracción un número decimal periódico, se usa el periodo como numerador. Como denominador, se usa 9; 99; 999...; según la cantidad de decimales del periodo. Por ejemplo:

- $0{,}7777... = \frac{7}{9} \rightarrow$ Periodo: 7 (periodo de una cifra)
- $0{,}121212... = \frac{12}{99} = \frac{4}{33} \rightarrow$ Periodo: 12 (periodo de dos cifras)
- $0{,}438438... = \frac{438}{999} = \frac{146}{333} \rightarrow$ Periodo: 438 (periodo de tres cifras)

Si el número decimal periódico por transformar tiene una parte entera, esta se usa como la parte entera del número mixto. Por ejemplo:

- $4{,}8888... \rightarrow 4\frac{8}{9} \rightarrow$ Parte entera: 4 (periodo de una cifra)
- $1{,}050505... \rightarrow 1\frac{5}{99} \rightarrow$ Parte entera: 1 (periodo de dos cifras)

Resuelve

1. Convierte los siguientes números decimales finitos a fracción o a número mixto.

a. 0,7 **b.** 2,58 **c.** 0,824

2. Convierte los siguientes números decimales periódicos a fracción o a número mixto.

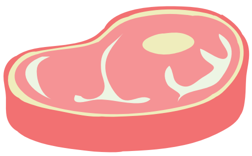
a. 0,5656... **b.** 7,8888... **c.** 15,712712...

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 20

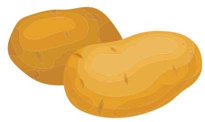
1.4 Transformación de fracciones a números decimales

Analiza

Samuel compró la cantidad de carne y papas que se indican en la imagen. ¿De qué manera se puede expresar la cantidad de kilogramos que compró Samuel de cada producto sin utilizar fracciones?



→ $\frac{7}{4}$ kg



→ $\frac{7}{8}$ kg

Soluciona

Se divide el numerador entre el denominador en ambos casos, hasta obtener residuo 0.

- Carne: $\frac{7}{4}$

$$\begin{array}{l} \ \ 7 \div 4 = 1{,}75 \\ \underline{-4} \\ \ \ \ 30 \\ \underline{-28} \\ \ \ \ \ 20 \\ \ \ \underline{-20} \\ \ \ \ \ \ \ 0 \end{array}$$

- Papas: $\frac{7}{8}$

$$\begin{array}{l} \ \ 70 \div 8 = 0{,}875 \\ \underline{-64} \\ \ \ \ 60 \\ \underline{-56} \\ \ \ \ \ 40 \\ \ \ \underline{-40} \\ \ \ \ \ \ \ 0 \end{array}$$

R: Samuel compró 1,75 kg de carne y 0,875 kg de papas.

Comprende

Para **transformar una fracción a número decimal** se debe dividir el numerador entre el denominador hasta obtener decimales en el cociente y residuo 0 si es posible.

- Cuando una fracción corresponde a un número decimal finito siempre se obtendrá 0 en el residuo.
- Si una fracción corresponde a un número decimal periódico, el residuo nunca será 0, pero al reconocer que los números del cociente forman un periodo se detiene el proceso de división.

Recuerda

Para dividir números naturales con decimales en el cociente, considera dos casos:

- El dividendo es mayor que el divisor: Se divide hasta que el residuo sea menor que el divisor. Entonces se agrega la coma al cociente, un **0** al residuo y se continua el proceso.
- El dividendo es menor que el divisor: Se agrega un **0** al dividendo y se coloca **0,** en el cociente para iniciar el procedimiento.

¿Qué pasaría?

Si se desea convertir un número mixto a número decimal, se escribe primero como fracción impropia y luego se efectúa la división correspondiente. Por ejemplo:

$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3{,}75$

Observa cómo se hace

Convierte las siguientes fracciones a número decimal.

- Divide el numerador entre el denominador en cada caso.

a. $\frac{12}{5} \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 12 \div 5 = 2{,}4 \\ -10 \\ \hline 20 \\ -20 \\ \hline 0 \end{array}$$

Se agrega una coma al cociente y un 0 al residuo para continuar la división.

b. $\frac{2}{3} \rightarrow$

$$\begin{array}{r} 20 \div 3 = 0{,}66 \\ -18 \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 2 \end{array}$$

Se agrega un 0 al dividendo y se coloca 0, en el cociente para iniciar la división.

Se observa que el residuo siempre será el mismo.

Resuelve

1. Convierte las siguientes fracciones a número decimal.

a. $\frac{11}{5}$ **b.** $\frac{13}{20}$ **c.** $\frac{14}{6}$

2. Convierte los siguientes números mixtos a número decimal.

a. $1\frac{1}{2}$ **b.** $3\frac{3}{25}$ **c.** $8\frac{1}{8}$

Desafíate

1. Ricardo sale a correr de lunes a viernes, si esta semana corrió 5,5 km el lunes, $\frac{25}{4}$ km el martes, $7\frac{1}{5}$ km el miércoles, 7,85 km el jueves y $\frac{262}{25}$ km el viernes. ¿Cuál número decimal representa la cantidad total de kilómetros que recorrió esa semana?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 21

1.5 Comparación y ordenamiento de números enteros, fraccionarios y decimales

Analiza

En la tabla de abajo se muestran los tiempos de tres atletas en una competencia de 100 m planos. ¿Cuál de ellos hizo el mejor tiempo y cuál tardó más?

Atleta	Tiempo en segundos
Alejandro	14,56
Rusbel	$\frac{73}{5}$
Randall	14

¿Sabías que...?

El record mundial masculino en 100 m planos fue logrado por el jamaiquino Usain Bolt en el 2009 y se ha mantenido por más de 10 años. El tiempo logrado por este atleta fue de 9,58 s.

Soluciona

Para determinar cuál fue el menor o mejor tiempo y el mayor tiempo es necesario expresar todos los tiempos en la misma notación. En este caso se convierte la fracción $\frac{73}{5}$ a número decimal.

- $\frac{73}{5} = 14{,}6$
- De esa manera se comparan los tres números y se obtiene lo siguiente:

$$14 < 14{,}56 < 14{,}6$$

R: El que hizo el mejor tiempo fue Randall y el que tardó más, Rusbel.

Recuerda

Para comparar números decimales, sigue estos pasos.

- Observa la parte entera. El de mayor parte entera es el mayor.
- Si tienen la misma parte entera, observa las cifras decimales. Hazlo de izquierda a derecha, hasta encontrar la primera cifra distinta.
- Se determina cuál número es mayor o menor dependiendo de los valores de las cifras desiguales.

Comprende

Para **comparar números enteros**, **fraccionarios o decimales**, expresa todas las cantidades en la misma notación; es decir, todas como fracción o todas como número decimal.

Se recomienda la notación decimal, pues permite realizar una comparación de forma visual, rápida y directa.

Ordenamiento de números

Un grupo de números puede ordenarse del menor al mayor (orden ascendente) o del mayor al menor (orden descendente).

Recuerda

Cualquier fracción impropia es mayor que 1 y toda fracción propia es menor que 1. Por lo tanto, las fracciones impropias son mayores que las propias.

Observa cómo se hace

Compara las siguientes parejas de números.

a. $\frac{3}{5} < 3{,}5$ ← $\frac{3}{5}$ es una fracción propia; por lo tanto es menor que 1 y menor que 3,5.

b. $\frac{9}{2} > 0{,}92$ ← $\frac{9}{2}$ es una fracción impropia; por lo tanto es mayor que 1 y mayor que 0,92.

Ordena los siguientes números de manera descendente..

$5{,}6 \quad \frac{5}{8} \quad 8{,}5 \quad 6 \quad \frac{6}{5} \quad \frac{63}{10}$

- Primero se convierten las fracciones a número decimal:

$\frac{5}{8} = 0{,}625 \qquad \frac{6}{5} = 1{,}2 \qquad \frac{63}{10} = 6{,}3$

- Se comparan y ordenan, de mayor a menor, los números decimales.

$8{,}5 \rightarrow 6{,}3 \rightarrow 6 \rightarrow 5{,}6 \rightarrow 1{,}2 \rightarrow 0{,}625$

- Luego, se reemplazan los decimales por las fracciones respectivas.

$8{,}5 \rightarrow \frac{63}{10} \rightarrow 6 \rightarrow 5{,}6 \rightarrow \frac{6}{5} \rightarrow \frac{5}{8}$

Resuelve

1. Escribe los símbolos < (menor que), > (mayor que) o = (igual a) según corresponda.

a. $1 \ \square \ \frac{7}{8}$ **b.** $\frac{11}{6} \ \square \ 0{,}611$ **c.** $\frac{8}{5} \ \square \ 1$

d. $\frac{1}{4} \ \square \ 1{,}45$ **e.** $\frac{12}{8} \ \square \ 1{,}5$ **f.** $0{,}5 \ \square \ \frac{15}{20}$

2. Ordena, en forma ascendente, los números dados.

$8{,}4 \quad \frac{4}{5} \quad 0{,}84 \quad \frac{43}{50} \quad 4 \quad \frac{24}{5}$ → $\square - \square - \square - \square - \square - \square$

Desafíate

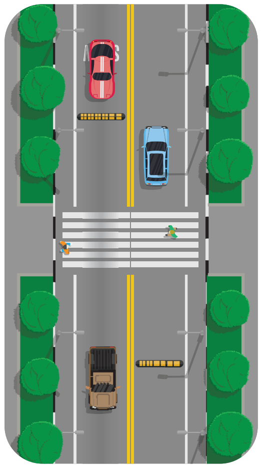
1. ¿Cuál de los números es mayor: 3,33 o $\frac{10}{3}$?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 22

1.6 Las fracciones y los números decimales en la recta numérica

Analiza

En una calle recta de 2 km de largo, se realiza un estudio de riesgo de accidente por cruce de peatones y se decide colocar 3 reductores de velocidad o resaltos en la vía. Si los ingenieros indicaron que se debe colocar el primero a $\frac{1}{4}$ km, el segundo a los 0,8 km y el tercero en $\frac{3}{2}$ km, ¿qué posición ocupará cada reductor en ese tramo?

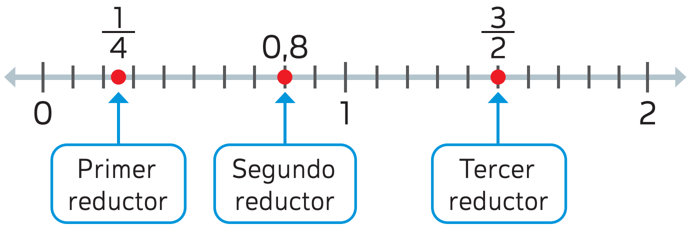


Soluciona

- Se convierten todos los números a decimales para ubicarlos en una recta numérica.

$\frac{1}{4} = 0{,}25$ $\qquad\qquad$ $\frac{3}{2} = 1{,}5$

- Se dibuja una recta numérica en la que se representen los 2 km de largo de la calle y se marcan las décimas para facilitar la ubicación de los números decimales.

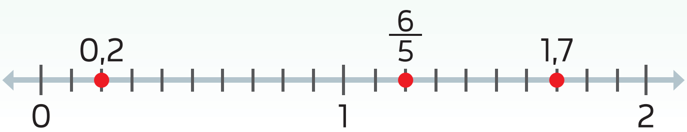


Comprende

Para **representar fracciones y números decimales en la recta numérica**, se expresan todos en forma decimal. Luego, se ubican en la recta.

A partir de la representación en la recta se pueden identificar los números enteros entre los cuales se ubica un número decimal y una fracción, o también el número entero más cercano.

Además, al representar varias fracciones y números decimales en una misma recta numérica es posible compararlos y ordenarlos ascendente o descendentemente. Ejemplo:



→ $0{,}2 < \frac{6}{5} < 1{,}7$

Recuerda

Recuerda que 1 unidad está formada por 10 décimas, o por 100 centésimas, o por 1000 milésimas. Por esta razón, separa cada unidad de la recta numérica en 10 partes iguales para usarlo de referencia.

¿Qué pasaría?

Un número mixto se puede expresar en la recta numérica como fracción impropia, y se le aplica el mismo procedimiento. La parte entera del número mixto permite saber entre cuáles enteros se ubica: entre ese entero y su sucesor. Por ejemplo, $4\frac{1}{6}$ se ubica entre 4 y 5.

Observa cómo se hace

Observa cómo se representan los siguientes números y fracciones en la recta numérica.

4,6 $\frac{2}{5}$ 1,25 3 $\frac{5}{2}$ $\frac{17}{4}$

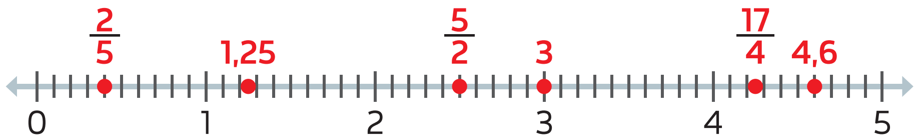
- Se expresan todos en su forma decimal.

$\frac{2}{5} = 0,4$ $\frac{5}{2} = 2,5$ $\frac{17}{4} = 4,25$

- Se identifica el menor y el mayor valor para considerar de dónde a dónde se debe dibujar la recta.

Menor: 0,4 Mayor: 4,6

- Por lo tanto, conviene dibujar una recta de 0 a 5.



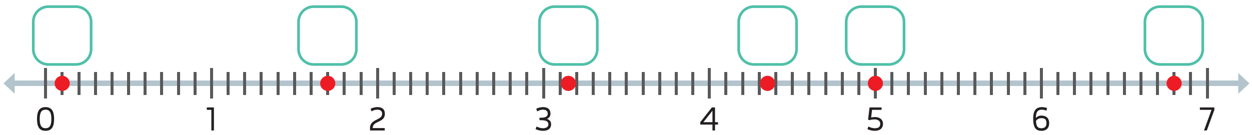
A partir de la recta anterior se puede observar determinaciones como:

- 1,25 está entre 1 y 2, pero más cerca de 1.
- $\frac{17}{4}$ se ubica entre 4 y 5, pero más cerca de 4.

Resuelve

1. Anota la letra correspondiente a cada punto según el valor indicado.

a. $\frac{63}{20}$ **b.** 4,35 **c.** 0,1 **d.** $\frac{17}{10}$ **e.** $\frac{34}{5}$ **f.** $\frac{25}{5}$



2. Responde según los números y fracciones representados en la recta anterior.

a. ¿Entre cuáles números enteros se ubica $\frac{63}{20}$? → ______________________

b. ¿Cuál es el entero más cercano a 4,35? → ______________________

c. ¿Cuál fracción se ubicó entre 1 y 2? → ______________________

d. ¿Cuál fue el menor número representado? → ______________________

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 23

1.7 Regla del redondeo

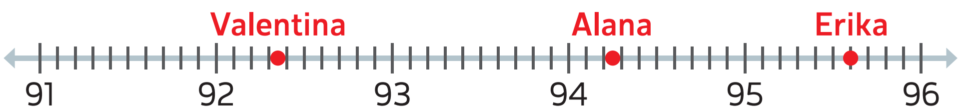
Analiza

En la calificación de un examen universitario tres compañeras obtuvieron las calificaciones que se indican en la tabla; sin embargo, el profesor anota en su registro solamente números enteros. ¿Cuáles calificaciones asignará el profesor a cada estudiante?

Estudiante	Calificación
Valentina	92,35
Erika	95,6
Alana	94,25

Soluciona

Se representan las calificaciones en una recta numérica para observar cuál es el número entero más cercano a cada una.



- 92,35 está más cerca de 92.
- 94,25 está más cerca de 94
- 95,6 está más cerca de 96.

R: Las calificaciones que asignará el profesor serán 92 a Valentina, 94 a Alana y 96 a Erika.

Comprende

Redondear un número decimal es eliminar una o más cifras de la parte decimal para obtener una aproximación del número. Es más fácil calcular con números redondeados, pero menos exactos.

Un número decimal se puede redondear a las unidades, décimas, centésimas, milésimas o más, según la cantidad de cifras que posea en la parte decimal. Para esto se observa la cifra del orden a la derecha del que se desea redondear y se aplican estos criterios:

- Si es menor que 5, el número que se ubica en el orden al que se desea redondear se mantiene igual.
- Si es mayor o igual a 5, se suma 1 a ese número.

¿Sabías que…?
Una aproximación es un valor cercano al real, pero no exacto. Se representa con el símbolo ≈.

Recuerda

Los órdenes de la parte decimal son: décimas, centésimas, milésimas...

U	d	c	m
1,	3	4	2

Observa cómo se hace

Redondea 8,562 a diferentes órdenes.

- A las unidades:

Se observa la cifra del orden a la derecha: las décimas

8,562 ≈ 9

Como es 5, se suma 1 a las unidades (8 + 1 = 9).

- A las centésimas:

Se observa la cifra del orden a la derecha: las milésimas

8,562 ≈ 8,56

Como es 2, se mantiene igual la cifra de las centésimas.

Resuelve

1. Redondea los siguientes números a las unidades.

a. 8,298 → ____________ **b.** 50,91 → ____________ **c.** 0,8 → ____________

2. Redondea los siguientes números a las décimas.

a. 2,578 → ____________ **b.** 14,19 → ____________ **c.** 0,012 → ____________

3. Redondea los siguientes números a las centésimas.

a. 4,0122 → ____________ **b.** 8,192 → ____________ **c.** 0,527 → ____________

4. Redondea los siguientes números a las milésimas.

a. 9,7125 → ____________ **b.** 1,0001 → ____________ **c.** 0,9999 → ____________

5. Tatiana compró un libro que estaba marcado con un precio de 5,67 balboas y otro de 10,52 balboas. Si al momento de pagar, el sistema redondea los precios a un solo decimal, ¿cuánto deberá pagar Tatiana por su compra?

Desafíate

1. Al redondear un número decimal a las unidades, décimas y centésimas siempre se obtiene como resultado el número 5. Si la cifra de las milésimas es 1, ¿cuál es ese número?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 24

1.8 Practica lo aprendido

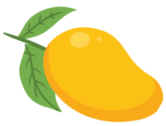
1. Relaciona cada fracción con el número decimal correspondiente.

$\frac{28}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{31}{5}$	$\frac{56}{9}$	$\frac{13}{2}$

6,2	6,5	6,222...	5,6	0,5

Soluciona problemas

2. Carmen cosechó 3 mangos de un árbol que está en el patio de su casa. Ella le regaló el más pesado a su mamá, el más liviano a su hermano y se comió el otro. Si los mangos pesaron 0,8 kg, 0,78 kg y $\frac{17}{20}$ kg, ¿cuál mango se comió ella?



3. Carla y Jimena participan de una carrera. En el kilómetro 5 de la ruta hay un puesto de hidratación. Si Carla ha avanzado 4,7 km y Jimena $\frac{23}{5}$ km, ¿cuál de las dos se encuentra más cerca del puesto de hidratación?

4. Pablo pesa exactamente 45,762 kg; sin embargo, se pesó en una báscula que redondea a la décima. ¿Cuál es la diferencia entre el peso exacto y el que marca la báscula?

Multiplicación de fracciones y números mixtos por números enteros

Recuerda
Para representar los litros se utiliza el símbolo L.

2.1 Multiplicación de fracciones por números enteros

Analiza

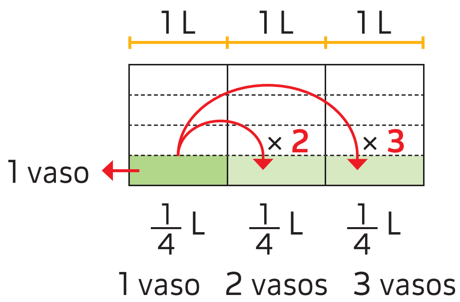
Alberto preparó un batido de kiwi en un vaso que tiene una capacidad de $\frac{1}{4}$ L. ¿A cuántos litros equivalen tres batidos similares?

Soluciona

Considera que para calcular la cantidad total de litros que hay en 3 vasos se multiplica la capacidad de un vaso por 3.

O: $\frac{1}{4} \times 3$

La multiplicación $\frac{1}{4} \times 3$ significa tener $\frac{1}{4}$ repetido 3 veces.



→ En el gráfico observa que:

$$\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$$

R: Tres batidos equivalen a $\frac{3}{4}$ L.

Comprende

Para **multiplicar una fracción por un número entero**:

- Se multiplica el numerador por el número entero y se aplica la ley de signos en caso de ser necesario.
- Se mantiene el mismo denominador.
- Se simplifica si es posible.

¿Qué pasaría?
Si el primer factor es un número entero y el segundo factor una fracción, el procedimiento es el mismo: se multiplica el entero por el numerador y se mantiene el denominador.
Por ejemplo:
$2 \times \frac{3}{7} = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$

Observa cómo se hace

Para resolver $\frac{3}{7} \times 2$:

- Se multiplica 3×2 y se coloca en el numerador.
- El denominador se mantiene; es decir, 7.
- Así, $\frac{3}{7} \times 2 = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}$

Para resolver $\frac{7}{4} \times -5$:

- Se multiplica 7×-5, considerando la ley de signos para la multiplicación de enteros y se coloca en el numerador.
- El denominador se mantiene; es decir, 4.
- Así:

$$\frac{7}{4} \times -5 = \frac{7 \times -5}{4} = \frac{-35}{4}$$

Recuerda

La ley de signos para la multiplicación de enteros es la siguiente:

- $+ \times + = +$
- $- \times - = +$
- $- \times + = -$
- $+ \times - = -$

Resuelve

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones con **fracciones y números enteros positivos**. Simplifica el resultado final cuando sea posible.

a. $\frac{2}{9} \times 4$ **b.** $\frac{6}{8} \times 3$ **c.** $\frac{2}{5} \times 2$

d. $\frac{3}{10} \times 10$ **e.** $7 \times \frac{2}{3}$ **f.** $4 \times \frac{7}{5}$

g. $\frac{4}{15} \times 2$ **h.** $\frac{7}{10} \times 2$ **i.** $5 \times \frac{3}{2}$

2. Efectúa las siguientes multiplicaciones con **fracciones y números enteros negativos**.

a. $\frac{1}{5} \times -3$ **b.** $\frac{7}{4} \times -1$ **c.** $-5 \times \frac{2}{3}$

3. Una receta para galletas de chocolate y avena requiere $\frac{3}{4}$ tazas de avena. Si preparamos 5 de estas recetas, ¿cuántas tazas de avena necesitamos?

4. Camila dedica cada tarde $\frac{3}{2}$ de hora para hacer sus tareas. ¿Cuántas horas dedicará para realizar sus tareas en 4 días?

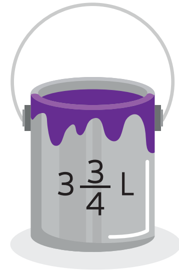
Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 25

2.2 Multiplicación de números mixtos por números enteros

El galón es una unidad de capacidad para cantidades mayores que un litro. Esta unidad de medida forma parte del Sistema Inglés de medidas.

Analiza

Viviana compró 6 galones de pintura para el techo de su casa. Si un galón contiene aproximadamente la cantidad de litros que se indica en la lata de la imagen, ¿cuántos litros de pintura compró?



Soluciona

Para calcular el total de litros se multiplica la cantidad de litros que tiene un galón por la cantidad de galones comprados.

$$O: 3\frac{3}{4} \times 6$$

- Para resolver la multiplicación anterior, primero se convierte el número mixto a fracción impropia.

$$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$$

- Luego, se cambia el número mixto por la fracción impropia y se multiplica con el mismo procedimiento del tema anterior.

$$\frac{15}{4} \times 6 = \frac{90}{4} = \frac{45}{2} = 22\frac{1}{2} \rightarrow$$ Se simplifica y se convierte en número mixto.

- **R**: Viviana compró $22\frac{1}{2}$ L de pintura.

Recuerda

Para convertir un número mixto a fracción impropia se multiplica el entero por el denominador y se le suma el numerador, para obtener el numerador de la nueva fracción, mientras que el denominador se mantiene igual.

Comprende

Para **multiplicar un número mixto por un número entero** se realiza lo siguiente:

- Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- Se multiplica la fracción impropia por el número entero según el procedimiento estudiado anteriormente, aplicando la ley de signos cuando corresponda.
- Se simplifica si es posible.
- Si el resultado es otra fracción impropia, se puede convertir a número mixto. Esto es mayormente necesario para dar respuesta a los problemas.

Observa cómo se hace

Para resolver $2\frac{3}{5} \times 4$:

- Se convierte $2\frac{3}{5}$ a fracción impropia. → $2\frac{3}{5} = \frac{13}{5}$
- Se cambia el número mixto por la fracción impropia, así:

$$\frac{13}{5} \times 4 = \frac{13 \times 4}{5} = \frac{52}{5}$$

Para resolver $1\frac{1}{3} \times -2$:

- Se convierte $1\frac{1}{3}$ a fracción impropia. → $1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$
- Se cambia el número mixto por la fracción impropia, así:

$$\frac{4}{3} \times -2 = \frac{4 \times -2}{3} = \frac{-8}{3} \rightarrow \boxed{\text{Se aplica la ley de signos.}}$$

¿Qué pasaría?

Si se multiplica cualquier número mixto por 0 el resultado siempre será 0. Esta es una propiedad de la multiplicación llamada elemento absorbente.

Resuelve

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones con **números mixtos y números enteros positivos.** Simplifica el resultado final cuando sea posible.

   a. $2\frac{1}{2} \times 3$ b. $1\frac{3}{4} \times 5$ c. $7 \times 3\frac{2}{3}$

   d. $4\frac{3}{10} \times 5$ e. $3 \times 7\frac{2}{5}$ f. $2\frac{8}{9} \times 6$

2. Efectúa las siguientes multiplicaciones con **números mixtos y números enteros negativos.**

   a. $2\frac{1}{4} \times -5$ b. $3\frac{5}{7} \times -4$ c. $-10 \times 1\frac{2}{3}$

3. Se necesitan $1\frac{1}{3}$ L de jugo para llenar una jarra. ¿Cuántos litros de jugo se necesitarán para llenar 5 jarras?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 26

2.3 Simplificación de multiplicación de fracciones por números enteros

¿Sabías que...?

Se recomienda que los adolescentes consuman en promedio $\frac{11}{4}$ de vasos de agua diariamente. Lo cual corresponde a $\frac{77}{4}$ de vasos de agua a la semana.

Analiza

Simplifica hasta su mínima expresión la siguiente multiplicación:

$$\frac{5}{12} \times 9$$

Soluciona

La situación planteada se puede resolver de dos maneras diferentes.

Método I

- Realizar primero la multiplicación; luego, simplificar el resultado:

$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times 9}{12}$$

$$= \frac{\cancel{45}}{\cancel{12}} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c}\text{Se dividen ambos entre 3.}\\ 45 \div 3 = 15 \text{ y } 12 \div 3 = 4\end{array}}$$

$$= \frac{15}{4}$$

Método II

- Simplificar antes de realizar la multiplicación, si es posible:

$$\frac{5}{12} \times 9 = \frac{5 \times \cancel{9}}{\cancel{12}} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c}\text{Se dividen ambos entre 3.}\\ 9 \div 3 = 3 \text{ y } 12 \div 3 = 4\end{array}}$$

$$= \frac{5 \times 3}{4}$$

$$= \frac{15}{4}$$

Recuerda

Para simplificar, repasa las reglas de divisibilidad. Son divisibles entre:

- 2: todos los terminados en 2, 4, 6, 8 o 0.
- 3: Si la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- 5: todos los terminados en 0 o 5.

Comprende

Simplificar una fracción antes de **multiplicar** facilita los cálculos.

Este método se aplica en multiplicaciones de fracciones con una pareja de números divisibles por el mismo número, siempre que uno esté en el numerador y el otro en el denominador.

Es conveniente simplificar al máximo para trabajar con los números más pequeños posibles.

Observa cómo se hace

Para resolver $\frac{5}{12} \times 8$:

- Se plantea la multiplicación:

$$\frac{5}{12} \times 8 = \frac{5 \times 8}{12}$$

- Se identifica que 8 y 12 son divisibles entre 4 y se simplifica.

$$\frac{5 \times \cancel{8}}{\cancel{12}} = \frac{5 \times 2}{3} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c}\text{Se dividen ambos entre 4.}\\ 8 \div 4 = 2 \text{ y } 12 \div 4 = 3\end{array}}$$

- Así el resultado es $\frac{10}{3}$.

¿Qué pasaría?

Si en una multiplicación de una fracción por un entero, el denominador es igual que el entero, entonces el resultado es igual al numerador. Por ejemplo:

$\frac{5}{\cancel{6}} \times \cancel{6} = 5$

Resuelve

1. Simplifica y efectúa las multiplicaciones.

a. $\frac{1}{6} \times 3$ **b.** $\frac{5}{18} \times 9$ **c.** $\frac{7}{12} \times 18$

d. $20 \times \frac{7}{24}$ **e.** $5 \times \frac{3}{5}$ **f.** $\frac{9}{10} \times 10$

2. Si en la familia de Olivia se consumen $\frac{3}{4}$ L de leche cada día, ¿cuánto consumirán en 14 días?

3. Un apicultor recolecta $\frac{8}{5}$ kg de miel por cada panal de abejas. ¿Cuántos kilogramos recolectará por 10 panales?

¿Sabías que...?

Las abejas necesitan celdas adecuadas a la anatomía de sus cuerpos que les permita optimizar el espacio. Por tal razón, sus panales están conformados por celdas hexagonales, y más aún, son hexágonos regulares; esto con el fin de maximizar la superficie útil.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 27

2.4 Practica lo aprendido

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones.

a. $\frac{2}{9} \times 4$

b. $11 \times \frac{1}{10}$

c. $\frac{4}{5} \times 3$

d. $3\frac{7}{8} \times 6$

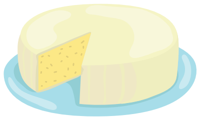
e. $2 \times 3\frac{1}{4}$

f. $10 \times \frac{3}{8}$

Soluciona problemas

2. María Fernanda practica con su banda $1\frac{1}{3}$ horas cada día. ¿Cuántas horas practicarán en 5 días?

3. Un ganadero produce $\frac{23}{4}$ kg de queso diariamente. Si la mitad del queso que produce durante 8 días lo distribuye en comercios locales y el resto lo vende a los vecinos de su pueblo, ¿cuántos kilogramos de queso distribuye en los comercios?



Desafíate

1. Julia trabajó $\frac{3}{4}$ horas cada día, durante 2 días, en su proyecto de Ciencias. Mario trabajó $\frac{1}{4}$ de hora cada día, durante 6 días, en el mismo proyecto. ¿Quién de ellos trabajó más tiempo en su proyecto?

División de fracciones y números mixtos entre números enteros

3.1 Repasa tus conocimientos

1. Relaciona cada división con su cociente.

10 ÷ 5	7
28 ÷ 4	8
36 ÷ 12	5
56 ÷ 7	2
48 ÷ 12	3
75 ÷ 15	4

Para resolver divisiones correctamente es necesario recordar las tablas de multiplicar.

2. Escribe la palabra “positivo” o “negativo” según el signo del resultado de cada división.

a. 20 ÷ −5 = ____________________ **b.** 20 ÷ 5 = ____________________

c. −20 ÷ −5 = ____________________ **d.** −20 ÷ 5 = ____________________

3. Mariana exprime naranjas todos los días para envasar el jugo y venderlo en el mercado. Si cada día obtiene 12 L de jugo y lo envasa en recipientes de 2 L, ¿cuántos envases utiliza de lunes a viernes?

4. Rolando tiene 250 tarjetas de colección y decidió regalarle la mitad a sus 5 sobrinos. Si le quiere dar la misma cantidad a todos, ¿cuántas debe darle a cada uno?

3.2 División de fracciones entre números enteros

Para calcular el agua que se necesita para un pan, se divide lo que se usó entre 2.

Analiza

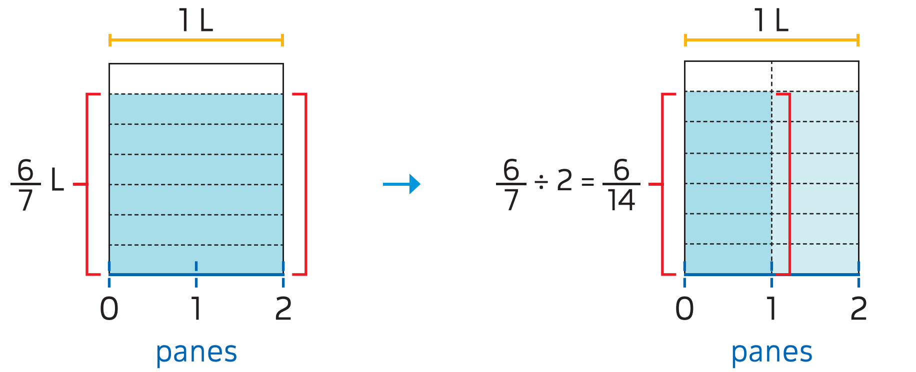
Si para elaborar 2 panes se utilizaron $\frac{6}{7}$ L de agua, ¿cuántos litros de agua se necesitan para elaborar solamente un pan?

Soluciona

O: $\frac{6}{7} \div 2$

La división $\frac{6}{7} \div 2$ significa repartir los $\frac{6}{7}$ litros en dos partes iguales.

Para esto se puede realizar un análisis gráfico como el siguiente:



- Del gráfico se deduce lo siguiente:

$$\frac{6}{7} \div 2 = \frac{6}{14}$$

- Además, al simplificar se obtiene que:

$$\frac{6}{7} \div 2 = \frac{3}{7}$$

¿Sabías que...?

En las recetas de cocina es común encontrar la medida de ciertos ingredientes dada mediante fracciones. Este es uno de los muchos usos que se les dan a las fracciones en la vida cotidiana.

Comprende

Cuando se **divide una fracción entre un número entero** se aplica el siguiente procedimiento:

- Se mantiene el mismo numerador de la fracción.
- Se multiplica el denominador por el número entero y se aplica la ley de signos si es necesario.
- Se simplifica si es posible.

El procedimiento anterior se puede representar de la siguiente manera:

$\frac{a}{b} \div c = \frac{a}{b \times c}$, donde **a**, **b** y **c** son números enteros.

Observa cómo se hace

Para resolver $\frac{8}{3} \div 2$:

- El numerador se mantiene; es decir, 8.
- Se multiplica 3 × 2 y se coloca en el denominador.
- Así:

$$\frac{8}{3} \div 2 = \frac{8}{3 \times 2} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

→ Se simplifica.

¿Qué pasaría?

Si se divide entre un entero negativo, el resultado que se debe colocar en el denominador será negativo; sin embargo, se acostumbra colocar el signo en el numerador. Por ejemplo:

$$\frac{3}{2} \div -2 = \frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$$

Resuelve

1. Efectúa las siguientes divisiones con **fracciones y números enteros positivos.** Simplifica el resultado final cuando sea posible.

a. $\frac{3}{5} \div 2$ b. $\frac{3}{7} \div 4$ c. $\frac{2}{7} \div 3$

d. $\frac{1}{4} \div 5$ e. $\frac{5}{6} \div 7$ f. $\frac{4}{9} \div 11$

g. $\frac{9}{15} \div 3$ h. $\frac{12}{21} \div 4$ i. $\frac{24}{25} \div 8$

2. Efectúa las siguientes divisiones con **fracciones y números enteros negativos.**

a. $\frac{7}{4} \div -5$ b. $\frac{5}{9} \div -2$ c. $\frac{5}{2} \div -10$

3. Si se reparten equitativamente $\frac{2}{5}$ L de leche en 3 vasos, ¿qué cantidad de leche queda en cada vaso?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 28

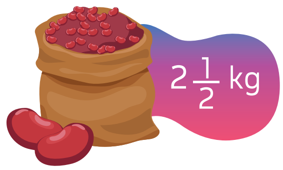
3.3 División de números mixtos entre números enteros

Desarrollo sostenible

El cultivo de alimentos es esencial para la sociedad. Sin embargo, debe hacerse de manera responsable. Esto significa usar menos sustancias químicas que pueden afectar la salud y promover fertilizantes y plaguicidas amigables con el ambiente.

Analiza

Carlos cosechó una bolsa de porotos como la de la imagen. Si él desea empacarlos en tres recipientes de manera que en todos haya la misma cantidad, ¿cuántos kilogramos debe guardar en cada uno?



Soluciona

O: $2\frac{1}{2} \div 3$

Primero, se escribe el número mixto como fracción impropia.

$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Se aplica lo aprendido en la clase anterior, es decir: se deja el mismo numerador y se multiplica el denominador por el número natural.

$$2\frac{1}{2} \div 3 = \frac{5}{2} \div 3$$

$$= \frac{5}{2 \times 3} \rightarrow$$ Se cambia el número mixto por la fracción impropia.

$$= \frac{5}{6} \rightarrow$$ Se aplica el procedimiento.

R: En cada recipiente debe guardar $\frac{5}{6}$ kg de porotos.

Comprende

Para **dividir un número mixto entre un número entero** se realiza lo siguiente:

- Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- Se divide la fracción impropia entre el número entero según el procedimiento estudiado anteriormente y se aplica la ley de signos cuando corresponda.
- Se simplifica si es posible.
- Si el resultado es una fracción impropia, se puede convertir a número mixto. Esto es mayormente necesario para dar respuesta a los problemas.

¿Qué pasaría?

Si se divide cualquier número mixto entre 1, el resultado siempre será igual al número mixto. Por ejemplo:

$5\frac{4}{7} \div 1 = 5\frac{4}{7}$

Observa cómo se hace

Para resolver $4\frac{2}{5} \div 8$:

- Se convierte $4\frac{2}{5}$ a fracción impropia. $\rightarrow$ $4\frac{2}{5} = \frac{22}{5}$
- Se cambia el número mixto por la fracción impropia, así:

$\frac{22}{5} \div 8 = \frac{22}{5 \times 8} = \frac{22}{40} = \frac{11}{20}$ $\rightarrow$ Se simplifica.

Para resolver $2\frac{3}{4} \div -2$:

- Se convierte $2\frac{3}{4}$ a fracción impropia. $\rightarrow$ $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$
- Se cambia el número mixto por la fracción impropia, así:

$\frac{11}{4} \div -2 = \frac{11}{4 \times -2} = \frac{-11}{8}$ $\rightarrow$ Se traslada el – al numerador.

Recuerda

La división entre 0 no existe; por lo tanto, tampoco es posible dividir un número mixto entre 0.

Resuelve

1. Efectúa las siguientes divisiones con **números mixtos y números enteros positivos.** Simplifica el resultado final cuando sea posible.

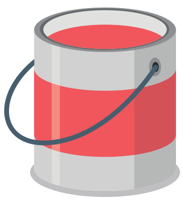
a. $2\frac{1}{5} \div 3$ **b.** $3\frac{1}{4} \div 4$ **c.** $4\frac{2}{3} \div 5$

d. $3\frac{1}{5} \div 3$ **e.** $4\frac{3}{7} \div 5$ **f.** $5\frac{3}{8} \div 4$

2. Efectúa las siguientes divisiones con **números mixtos y números enteros negativos.**

a. $2\frac{1}{2} \div -3$ **b.** $1\frac{2}{5} \div -2$ **c.** $3\frac{3}{2} \div -6$

3. Si con $4\frac{1}{4}$ galón de pintura se cubrió una pared de 40 m^2, ¿cuánta pintura se necesita para abarcar una superficie de 1 m^2?



Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 29

Para simplificar una fracción a la mínima expresión, encuentra el mayor divisor en común que tengan el numerador y el denominador.

3.4 Simplificación de divisiones de fracciones por números enteros

Analiza

Simplifica hasta su mínima expresión la siguiente división:

$$\frac{4}{5} \div 12$$

Soluciona

La situación planteada se puede resolver de dos maneras diferentes.

Método I

- Realizar primero la división; luego, simplificar el resultado:

$$\frac{4}{5} \div 12 = \frac{4}{5 \times 12}$$

$$= \frac{\cancel{4}}{\cancel{60}} \rightarrow$$

Se dividen ambos entre 4.
4 ÷ 4 = 1 y 60 ÷ 4 = 15.

$$= \frac{1}{15}$$

Método II

- Simplificar antes de realizar la división:

$$\frac{4}{5} \div 12 = \frac{\cancel{4}}{5 \times \cancel{12}} \rightarrow$$

Se dividen ambos entre 4.
4 ÷ 4 = 1 y 12 ÷ 4 = 3

$$= \frac{1}{5 \times 3}$$

$$= \frac{1}{15}$$

¿Qué pasaría?

Algunas divisiones con números mixtos también se pueden simplificar al convertir el número mixto a fracción impropia. Por ejemplo:

$$2\frac{4}{5} \div 6$$

$$= \frac{14}{5} \div 6$$

$$= \frac{\cancel{14}}{5 \times \cancel{6}}$$

$$= \frac{7}{5 \times 3}$$

$$= \frac{7}{15}$$

Comprende

Simplificar una fracción antes de **dividir** facilita los cálculos.

Este método de solución se aplica en divisiones de fracciones con una pareja de números divisibles por el mismo número, siempre que uno esté en el numerador y el otro en el denominador.

Es conveniente simplificar al máximo para trabajar con los números más pequeños posible.

Observa cómo se hace

Para resolver $\frac{3}{4} \div 9$:

- Se plantea la división:

$$\frac{3}{4} \div 9 = \frac{3}{4 \times 9}$$

- Se identifica que 3 y 9 son divisibles entre 3 y se simplifica.

$$\frac{\cancel{3}}{4 \times \cancel{9}} = \frac{1}{4 \times 3} \rightarrow \boxed{\text{Se dividen ambos entre 3. } 3 \div 3 = 1 \text{ y } 9 \div 3 = 3}$$

- Así el resultado es $\frac{1}{12}$.

¿Qué pasaría?

Si en una división de una fracción entre un entero, el numerador es igual que el entero, entonces el resultado es 1 entre el denominador. Por ejemplo:

$$\frac{\cancel{5}}{6} \div \cancel{5} = \frac{1}{6}$$

Resuelve

1. Simplifica y efectúa las multiplicaciones.

a. $\frac{2}{5} \div 8$ **b.** $\frac{12}{13} \div 6$ **c.** $\frac{6}{7} \div 3$

d. $\frac{18}{11} \div 9$ **e.** $\frac{24}{7} \div 6$ **f.** $\frac{22}{7} \div 11$

2. Si $\frac{16}{5}$ kg de alimento para perro se distribuyen equitativamente en 4 bolsas, ¿cuántos kilogramos hay en cada bolsa?

3. Si $3\frac{3}{4}$ quintales de maíz se dividen en 5 paquetes con la misma cantidad cada uno, ¿qué cantidad de maíz hay en cada paquete?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 30

3.5 Practica lo aprendido

1. Efectúa las siguientes divisiones.

a. $\frac{4}{5} \div 3$

b. $\frac{1}{10} \div 6$

c. $\frac{4}{7} \div 10$

d. $3\frac{1}{2} \div 5$

e. $2\frac{3}{8} \div 6$

f. $\frac{9}{8} \div 9$

Soluciona problemas

2. En un taller de costura utilizaron $8\frac{1}{2}$ metros de tela para fabricar 5 vestidos iguales. ¿Cuántos metros utilizaron para cada vestido?

3. Si se reparten $3\frac{3}{4}$ quintales de arroz en cantidades iguales en 3 sacos, ¿cuántos quintales de arroz quedan en cada saco?

Desafíate

1. Al final de una jornada de ciclismo entre 5 compañeros, el equipo consumió 15 botellas de agua de $\frac{3}{2}$ L cada botella. Suponiendo que todos bebieron la misma cantidad de agua, ¿cuántos litros bebió cada uno?

Multiplicación con fracciones

4.1 Repasa tus conocimientos

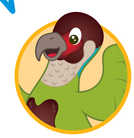
1. Anota tres divisores en común de cada pareja de números.

a. 12 y 18 → ______ ______ ______

b. 20 y 10 → ______ ______ ______

c. 28 y 42 → ______ ______ ______

Un número es divisor de otro si lo divide en forma exacta. El máximo común divisor de dos o más números es el mayor número que es divisor de ambos.



2. Escribe el máximo común divisor de cada pareja de números.

a. 12 y 18 → ☐ **b.** 28 y 42 → ☐

c. 20 y 10 → ☐ **d.** 50 y 75 → ☐

3. Simplifica las siguientes fracciones a la mínima expresión.

a. $\frac{5}{15}$ → ☐ **b.** $\frac{30}{21}$ → ☐ **c.** $\frac{11}{44}$ → ☐

4. Escribe una fracción según lo indicado en cada caso.

a. Menor que 1 ☐ **b.** Mayor que 1 ☐ **c.** Igual que 1 ☐

Recuerda

Para sumar o restar fracciones homogéneas se suman o se restan los numeradores y se mantiene el denominador. Es decir: $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ y $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

Para sumar o restar fracciones heterogéneas se obtiene primero el denominador del resultado que es el mínimo común múltiplo de los denominadores. Luego ese m. c. m. se divide entre los denominadores de las fracciones y se multiplican por los numeradores respectivos, cuyos resultados parciales se suman o se restan para obtener el numerador del resultado.

5. Resuelve las siguientes adiciones y sustracciones con fracciones.

a. $\frac{5}{12} + \frac{3}{12}$ **b.** $\frac{4}{3} - \frac{1}{3}$ **c.** $\frac{8}{11} + \frac{1}{11}$

d. $\frac{6}{7} - \frac{5}{7}$ **e.** $\frac{3}{5} + \frac{1}{2}$ **f.** $\frac{5}{6} - \frac{2}{3}$

4.2 Multiplicación por fracciones unitarias

Recuerda

Se llaman fracciones unitarias a aquellas cuyo numerador es 1; por ejemplo: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$...

Analiza

Si una botella equivale a $\frac{3}{4}$ L, ¿cuántos litros hay en $\frac{1}{2}$ botella?

Soluciona

Piensa: ¿Cómo sería calcular la cantidad de litros en 2 botellas y en 3 botellas? ¿Cómo sería entonces para $\frac{1}{2}$ botella?

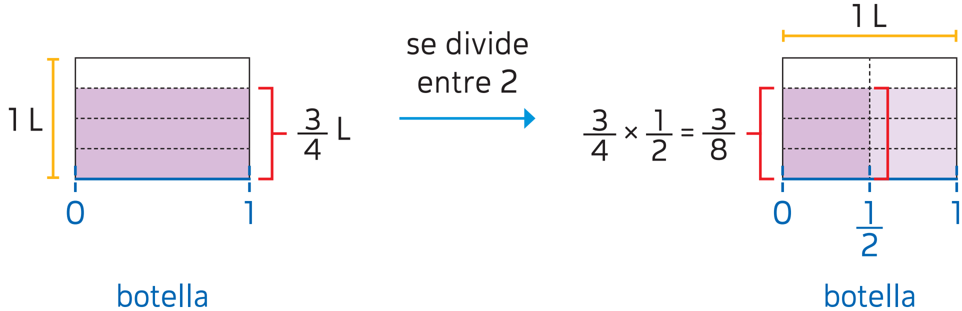
- 2 botellas: $\frac{3}{4} \times 2$, es decir, $\frac{3}{4}$ repetido 2 veces.
- 3 botellas: $\frac{3}{4} \times 3$, es decir, $\frac{3}{4}$ repetido 3 veces.
- $\frac{1}{2}$ botellas: $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$, es decir, $\frac{3}{4}$ repetido $\frac{1}{2}$ veces.

Por lo tanto, se plantea la operación así:

$$\textbf{O}: \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

La multiplicación $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ significa tener $\frac{3}{4}$ repetido $\frac{1}{2}$ veces.

Esto equivale a calcular $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$, es decir, la mitad de $\frac{3}{4}$. Lo cual se puede representar gráficamente así:



Al dividir la representación en dos partes iguales, la unidad queda dividida en 8 partes iguales, por lo tanto la mitad del agua de la botella corresponde a 3 de esas partes. De esa forma se deduce el resultado de la operación $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$.

R: En $\frac{1}{2}$ botella hay $\frac{3}{8}$ L de agua.

¿Qué pasaría?

La cantidad de litros en media botella se puede encontrar también dividiendo entre 2 la cantidad de litros en 1 botella, es decir:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \div 2$$

Y al resolver se obtiene:

$$\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{8}$$

Comprende

Para **multiplicar una fracción por una fracción unitaria** se mantiene el numerador de la fracción no unitaria y se multiplican los denominadores.

El procedimiento se representa de la siguiente manera:

$\frac{a}{b} \times \frac{1}{c} = \frac{a}{b \times c}$, donde **a**, **b** y **c** son números naturales.

Observa cómo se hace

Para resolver $\frac{2}{5} \times \frac{1}{9}$ se dan los siguientes pasos:

$\frac{2}{5} \times \frac{1}{9} = \frac{2}{5 \times 9}$ → El numerador de la fracción no unitaria es 2.

$= \frac{2}{45}$

Resuelve

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones.

a. $\frac{2}{5} \times \frac{1}{7}$

b. $\frac{8}{9} \times \frac{1}{3}$

c. $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}$

d. $\frac{7}{11} \times \frac{1}{2}$

2. Calcula cuántos litros hay en las siguientes cantidades.

a. $\frac{1}{7}$ botellas

b. $\frac{1}{5}$ botellas

c. $\frac{1}{3}$ botellas

d. $\frac{1}{9}$ botellas

¿Sabías que...?

Las fracciones ya eran utilizadas por los egipcios hace casi 4000 años. Los romanos también usaron algunas fracciones, hace unos 2000 años, aunque las representaban con palabras y no con símbolos. En India, en el siglo VI después de Cristo, se empezaron a escribir las fracciones con un número sobre otro y la civilización árabe, introdujo la línea que separa los elementos de la fracción en el siglo VII.

Considera una botella como $\frac{3}{4}$ L.

Recuerda que mayormente la palabra botella es usada como una unidad de medida no convencional y se refiere a una capacidad de 750 ml o 0,75 L. Si lo expresamos con una fracción, esto corresponde a $\frac{3}{4}$ L.

4.3 Procedimiento de la multiplicación con fracciones

Analiza

Alonso tenía una botella de leche como la de la imagen y se tomó $\frac{5}{7}$ de su contenido, ¿cuántos litros de leche se tomó Alonso?

Soluciona

Para calcular cuántos litros hay en $\frac{5}{7}$ de una botella se plantea la operación:

$$\textbf{O}: \frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$$

- $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7}$ significa tener $\frac{3}{4}$ repetido $\frac{5}{7}$ veces.

  Esto equivale a calcular $\frac{5}{7}$ de $\frac{3}{4}$.
- En $\frac{5}{7}$ hay **5** veces $\frac{1}{7}$, es decir, $\frac{1}{7} \times 5$; por lo tanto, se calcula primero $\frac{1}{7}$ de $\frac{3}{4}$ y luego, se multiplica por **5**.
- $\frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{7}\right) \times 5$

  $= \frac{3}{4 \times 7} \times 5$ → Se resuelve la multiplicación por una fracción unitaria.

  $= \frac{3}{28} \times 5$

  $= \frac{15}{28}$ → Se resuelve la multiplicación por un número entero.
- **R**: Alonso se tomó $\frac{15}{28}$ L de leche.

Recuerda

Para multiplicar números naturales por fracciones, multiplica el número natural por el numerador y deja el mismo denominador.

Comprende

Para **multiplicar una fracción por otra fracción** se dan estos pasos:

- Se multiplican los numeradores.
- Se multiplican los denominadores.
- Se simplifica si es posible.
- Si el resultado es una fracción impropia, puede convertirse a número mixto.

El procedimiento anterior se puede representar de la siguiente manera:

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$, donde **a**, **b**, **c** y **d** son números naturales.

¿Qué pasaría?

La multiplicación de una fracción por un número entero se puede resolver como una multiplicación de fracciones. Para esto se expresa el número entero como una fracción colocando un 1 en el denominador. Por ejemplo:

$\frac{2}{3} \times 4 = \frac{2}{3} \times \frac{4}{1}$

Observa cómo se hace

Calcula $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$.

- $\frac{2}{3} \times \frac{5}{6} = \frac{2 \times 5}{3 \times 6}$

$= \frac{10}{18}$ → Se multiplican los numeradores y los denominadores.

$= \frac{5}{9}$ → Se simplifica.

Para multiplicar por un número mixto primero se convierte en fracción impropia. Por ejemplo:

$\frac{2}{5} \times 1\frac{1}{2} = \frac{2}{5} \times \frac{3}{2}$

Resuelve

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones.

a. $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$

b. $\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}$

c. $\frac{2}{3} \times 5$

d. $\frac{8}{9} \times \frac{7}{4}$

e. $4 \times \frac{2}{9}$

f. $\frac{7}{5} \times \frac{10}{3}$

g. $2\frac{1}{4} \times \frac{6}{7}$

Este procedimiento se puede aplicar siempre: también al multiplicar una fracción por un número entero o por una fracción unitaria.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 31

4.4 Simplificación de multiplicación de fracciones

¿Sabías que...?

El verbo "simplificar" significa hacer más sencilla o menos complicada una cosa.

Analiza

Simplifica hasta su mínima expresión la siguiente multiplicación:

$$\frac{10}{9} \times \frac{3}{5}$$

Soluciona

La situación planteada se puede resolver de dos maneras diferentes.

Método I

- Realizar primero la multiplicación; luego, simplificar el resultado:

$$\frac{10}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{10 \times 3}{9 \times 5}$$

$$= \frac{\cancel{30}^{2}}{\cancel{45}_{3}} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c}\text{Se dividen ambos entre 15.}\\ 30 \div 15 = 2 \text{ y } 45 \div 15 = 3\end{array}}$$

$$= \frac{2}{3}$$

Método II

- Simplificar antes de realizar la multiplicación:

$$\frac{10}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{\cancel{10}^{2} \times \cancel{3}^{1}}{\cancel{9}_{3} \times \cancel{5}_{1}} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c}\text{Se dividen 10 y 5 entre 5 } (10 \div 5 = 2 \text{ y } 5 \div 5 = 1).\\ \text{Se dividen 3 y 9 entre 9 } (3 \div 3 = 1 \text{ y } 9 \div 3 = 3).\end{array}}$$

$$= \frac{2 \times 1}{3 \times 1}$$

$$= \frac{2}{3}$$

Recuerda

El máximo común divisor de dos números es el mayor número que los divide exactamente a ambos. Por ejemplo, 5 es divisor común de 10 y de 20, pero el máximo común divisor de esos números es 10.

Comprende

Cuando sea posible, es mejor **simplificar antes de resolver una multiplicación con fracciones.** Esto evita trabajar con números muy grandes. Puede simplificarse cualquier numerador con cualquier denominador siempre que tengan divisores en común.

Para aplicar la simplificación es adecuado identificar el mayor divisor común entre los números que se van a simplificar. De lo contrario, hay que volver a simplificar el resultado.

Observa cómo se hace

Calcula $\frac{5}{12} \times \frac{8}{15}$:

- Se plantea la multiplicación:

$$\frac{5}{12} \times \frac{8}{15} = \frac{5 \times 8}{12 \times 15}$$

- Se identifica que 5 y 15 son divisibles entre 5.
- Y 12 y 8 son divisibles entre 4.

$$\frac{\cancel{5}^{1} \times \cancel{8}^{2}}{\cancel{12}_{3} \times \cancel{15}_{3}} = \frac{1 \times 2}{3 \times 3} \rightarrow \boxed{\begin{array}{c} 5 \div 5 = 1 \text{ y } 15 \div 5 = 3 \\ 8 \div 4 = 2 \text{ y } 12 \div 4 = 3 \end{array}}$$

- Así el resultado es $\frac{2}{9}$.

¿Qué pasaría?

Se puede simplificar antes de plantear la multiplicación. Por ejemplo:

$$\frac{\cancel{5}}{\cancel{12}} \times \frac{\cancel{8}}{\cancel{15}}$$
$$= \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}$$
$$= \frac{1 \times 2}{3 \times 3}$$
$$= \frac{2}{9}$$

Resuelve

1. Aplica la simplificación.

a. $\frac{12}{5} \times \frac{2}{15} = \frac{\boxed{}}{5} \times \frac{2}{\boxed{}}$

b. $\frac{10}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} \times \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

2. Resuelve las siguientes multiplicaciones.

a. $\frac{4}{21} \times \frac{7}{10}$

b. $\frac{7}{24} \times \frac{4}{7}$

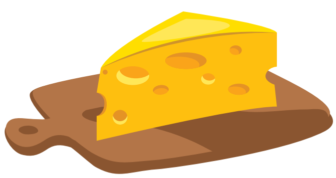
c. $\frac{12}{35} \times \frac{14}{15}$

d. $\frac{5}{9} \times \frac{7}{15}$

e. $\frac{3}{8} \times \frac{6}{7}$

f. $\frac{11}{7} \times \frac{49}{44}$

3. Raquel tenía $\frac{5}{4}$ kg de queso en su refrigeradora. Si en una semana se comió $\frac{2}{10}$ del total de queso que tenía, ¿cuántos kilogramos de queso se comió?



Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 32

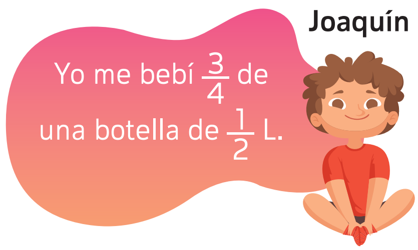
4.5 Propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación con fracciones

Desarrollo sostenible

El agua es esencial para la vida humana y para el funcionamiento del canal interoceánico. Para proteger este recurso, cierra la pluma mientras te enjabonas y dúchate rápidamente.

Analiza

¿Cuál de los niños bebió más agua según lo que indica cada uno?



Soluciona

Se calcula la cantidad de agua que bebió Ana.

- Para esto se multiplica la cantidad de agua de la botella por la parte que se tomó.

O: $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$

Se calcula la cantidad de agua que bebió Joaquín.

- Para esto se multiplica la cantidad de agua de la botella por la parte que se tomó.

O: $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{8}$

R: Ambos niños tomaron la misma cantidad de agua.

Comprende

Las **propiedades conmutativa y asociativa** de la multiplicación también se cumplen cuando los factores son fracciones:

- **Propiedad conmutativa:** al multiplicar dos fracciones, no importa en qué orden se haga, el resultado es el mismo. Es decir, si **a** y **b** son fracciones, entonces: a × b = b × a.
- **Propiedad asociativa:** al multiplicar tres o más fracciones, no importa la forma en que se agrupen. Es decir, si **a**, **b** y **c** son fracciones, entonces: a × (b × c) = (a × b) × c.

Recuerda

En una multiplicación los números que se multiplican se llaman **factores** y el resultado es el **producto**.

Observa cómo se hace

Comprueba la propiedad asociativa de la multiplicación en la operación siguiente: $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{7}{2}$

- **Paso 1:** Agrupa las dos primeras:

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{7}{2} = \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}\right) \times \frac{7}{2}$$
$$= \frac{5}{6} \times \frac{7}{2}$$
$$= \frac{35}{12}$$

- **Paso 2:** Agrupa las dos últimas:

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} \times \frac{7}{2} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{5}{4} \times \frac{7}{2}\right)$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{35}{8}$$
$$= \frac{35}{12}$$

Los paréntesis en una operación indican que se debe resolver primero lo que está dentro de ellos.

Resuelve

1. Comprueba la propiedad conmutativa de la multiplicación con las siguientes operaciones.

a. $\frac{5}{7} \times \frac{4}{9}$ **b.** $\frac{2}{11} \times \frac{3}{8}$ **c.** $\frac{18}{25} \times \frac{5}{9}$

2. Comprueba la propiedad asociativa de la multiplicación con las siguientes operaciones.

a. $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{5}{4}$ **b.** $\frac{6}{7} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{2}$

Desafíate

1. Identifica la propiedad aplicada en la siguiente igualdad:

$$\frac{4}{13} \times \left(\frac{11}{2} \times \frac{5}{12}\right) = \left(\frac{11}{2} \times \frac{5}{12}\right) \times \frac{4}{13}$$

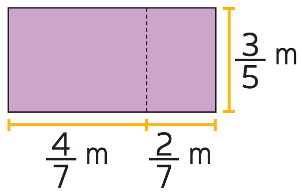
4.6 Propiedad distributiva de la multiplicación con fracciones

Recuerda

El área de un rectángulo se calcula multiplicando la medida de su largo por la medida de su ancho.

Analiza

Encuentra el área total del rectángulo de la figura mediante dos estrategias de cálculo diferentes:



Soluciona

Método I

En el rectángulo completo se observa que el largo mide $\left(\frac{4}{7} + \frac{2}{7}\right)$ m y el ancho $\frac{3}{5}$ m. Entonces, su área es largo por ancho:

Área total:

$$\left(\frac{4}{7} + \frac{2}{7}\right) \times \frac{3}{5} = \frac{6}{7} \times \frac{3}{5}$$
$$= \frac{18}{35}\ \text{m}^2$$

Método II

Se puede calcular el área de cada rectángulo pequeño por separado y sumarlas para encontrar el área total.

Áreas de los rectángulos:

- $\frac{4}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{35}\ \text{m}^2$
- $\frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{35}\ \text{m}^2$

Suma de las áreas:

$$\frac{12}{35} + \frac{6}{35} = \frac{18}{35}\ \text{m}^2$$

Para sumar o restar fracciones homogéneas (con igual denominador) se suman o se restan los numeradores según corresponda y se mantiene el mismo denominador.

Comprende

La **propiedad distributiva** de la multiplicación con respecto a la adición también se cumple para fracciones. Multiplicar un factor por el total de una adición es igual que multiplicar ese factor por cada uno de los sumandos y luego sumar esos productos. Es decir, si **a**, **b** y **c** son fracciones, entonces:

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

Observa cómo se hace

Comprueba la propiedad distributiva de la multiplicación en la operación siguiente: $\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{4}\right)$

Método 1:

- $\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{4}\right) = \frac{2}{3} \times \frac{6}{4}$
  $= \frac{1 \times 2}{1 \times 2}$
  $= \frac{2}{2}$
  $= 1$

Método 2:

- $\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{4}\right) = \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}\right)$
  $= \frac{2}{12} + \frac{10}{12}$
  $= \frac{12}{12}$
  $= 1$

¿Qué pasaría?

La propiedad distributiva de la multiplicación también se cumple con respecto a la resta. Por ejemplo:

$\frac{2}{3} \times \left(\frac{5}{4} - \frac{1}{4}\right) =$
$\left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}\right) - \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}\right)$

Resuelve

1. Anota y resuelve una operación equivalente a la dada en cada caso según la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma y a la resta.

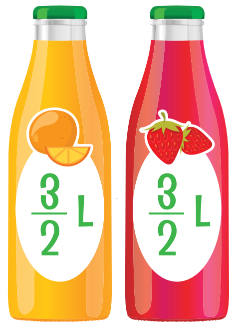
a. $\frac{3}{7} \times \left(\frac{5}{4} + \frac{1}{3}\right) \rightarrow$ ____________________

b. $\left(\frac{2}{3} \times \frac{6}{5}\right) - \left(\frac{2}{3} \times \frac{7}{8}\right) \rightarrow$ ____________________

c. $\frac{11}{5} \times \left(\frac{3}{11} + \frac{4}{7}\right) \rightarrow$ ____________________

d. $\left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{2}\right) - \left(\frac{3}{4} \times \frac{7}{9}\right) \rightarrow$ ____________________

2. Jaime usó $\frac{2}{5}$ del contenido de la botella de jugo de naranja de la imagen y $\frac{1}{4}$ del contenido de la botella de jugo de fresa para preparar un batido. ¿Cuántos litros de jugo de fruta usó Jaime en total? Plantea dos operaciones que permitan dar respuesta a la situación y resuélvelas.



Desafíate

1. Anota una operación equivalente a la dada según la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma.

$\frac{-3}{2} \times \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right) \rightarrow$ ____________________

4.7 Relación entre los factores y el producto

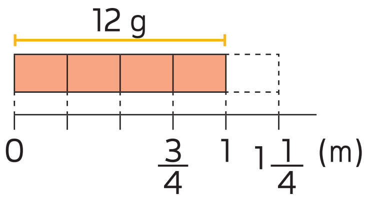
Analiza

Un alambre de 1 m de longitud pesa 12 g. Encuentra cuál de los siguientes alambres pesa más de 12 g, exactamente 12 g y menos de 12 g:

a. $1\frac{1}{4}$ m **b.** 1 m **c.** $\frac{3}{4}$ m

Soluciona

Piensa con un gráfico:



Observa que:

Peso de alambre de 1 m (12 g) × nueva longitud = peso de alambre con nueva longitud.

a. **O**: $12 \times 1\frac{1}{4}$

$= 12 \times \frac{5}{4}$

$= 15$

Peso: 15 g

b. **O**: 12×1

$= 12$

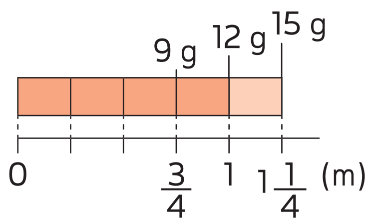
Peso: 12 g

c. **O**: $12 \times \frac{3}{4}$

$= 9$

Peso: 9 g

Observa lo siguiente: el alambre de $1\frac{1}{4}$ m pesa más que 12 g, y el de $\frac{3}{4}$ m pesa menos que 12 g. Sin necesidad de hacer la multiplicación, puedo verificar lo anterior con la gráfica:



Pesa menos de 12 g ← → Pesa más de 12 g

R: El alambre de $1\frac{1}{4}$ m pesa más de 12 g.

El alambre de 1 m pesa exactamente 12 g.

El alambre de $\frac{3}{4}$ m pesa menos de 12 g.

Observa que, en $12 \times 1\frac{1}{4}$, el segundo factor es mayor a 1 y el resultado es mayor a 12. En cambio, en $12 \times \frac{3}{4}$ el segundo factor es menor a 1 y el resultado es menor a 12.

Comprende

En una multiplicación se cumplen las siguientes **relaciones de orden entre sus factores y el producto**:

- Cuando uno de los factores es menor que 1 (como $\frac{2}{3}$), el resultado es menor que el otro factor.

  Por ejemplo: $60 \times \frac{2}{3} = 40 \rightarrow$ Y $40 < 60$
- Cuando uno de los factores es igual a 1, el resultado es igual al otro factor. Por ejemplo: $60 \times 1 = 60$
- Cuando uno de los factores es mayor que 1 (como $1\frac{1}{3}$), el resultado es mayor que el otro factor.

  Por ejemplo: $60 \times 1\frac{1}{3} = 80 \rightarrow$ Y $80 > 60$

Resuelve

1. Marca con un ✔ las multiplicaciones en las que el producto es mayor que 20.

a. ☐ $20 \times \frac{1}{3}$ **b.** ☐ 20×1 **c.** ☐ $20 \times 2\frac{1}{2}$

d. ☐ $20 \times \frac{5}{3}$ **e.** ☐ $20 \times \frac{2}{5}$ **f.** ☐ $20 \times \frac{4}{4}$

2. Marca con un ✔ las multiplicaciones en las que el producto es menor que 35.

a. ☐ $35 \times \frac{7}{8}$ **b.** ☐ 35×1 **c.** ☐ $35 \times \frac{2}{2}$

d. ☐ $35 \times \frac{8}{7}$ **e.** ☐ $35 \times \frac{2}{5}$ **f.** ☐ $35 \times 1\frac{4}{9}$

3. Completa con las palabras "menor que", "mayor que" o "igual a" según corresponda.

a. El resultado de $15 \times \frac{2}{3}$ es ____________ 15.

b. El resultado de $12 \times \frac{6}{5}$ es ____________ 12.

c. El resultado de $25 \times \frac{7}{7}$ es ____________ 25.

Desafíate

La relación entre el multiplicador y el producto también se cumple para multiplicaciones en donde los dos factores son fracciones.

1. Escribe "mayor" o "menor" según corresponda.

a. El producto de $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$ es ____________ que $\frac{2}{3}$.

b. El producto de $\frac{2}{3} \times \frac{5}{2}$ es ____________ que $\frac{2}{3}$.

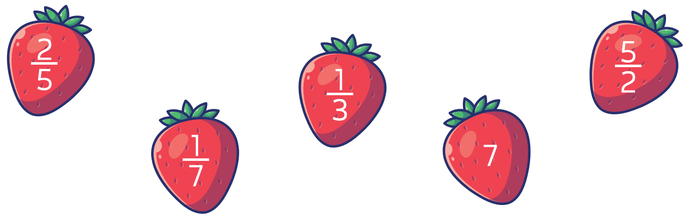
Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 33

4.8 Números recíprocos

Recuerda
Para facilitar el procedimiento al multiplicar fracciones primero se simplifican todos los términos que sea posible.

Analiza

Si se seleccionan dos de los siguientes números y se multiplican, ¿cuáles parejas dan como producto 1?



Soluciona

Multiplica $\frac{2}{5}$ con $\frac{5}{2}$, y $\frac{1}{7}$ con 7 (se simplifica):

$$\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{5}_{1}} \times \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{2}_{1}} = 1 \times 1 = 1$$

$$\frac{1}{\cancel{7}} \times \cancel{7} = 1 \times 1 = 1$$

R: $\frac{2}{5}$ y $\frac{5}{2}$; también $\frac{1}{7}$ y 7.

Los recíprocos de algunas fracciones son números naturales. Por eso no hablamos de "fracciones recíprocas" sino de "números recíprocos", de manera más general.

Comprende

Si el producto de dos números es 1, se trata de **números recíprocos**. Cada uno es el número recíproco del otro. Por ejemplo:

- $\frac{2}{5}$ es el número recíproco de $\frac{5}{2}$; y $\frac{5}{2}$ es el número recíproco de $\frac{2}{5}$.
- $\frac{1}{7}$ es el número recíproco de 7; y 7 es el número recíproco de $\frac{1}{7}$.

Dado un número, su recíproco se encuentra intercambiando numerador con denominador. En el caso de los números naturales, se escribe primero en forma de una fracción de denominador 1 y a partir de esto se obtiene su inverso. Se puede representar así:

Número dado $\leftarrow \frac{a}{b} \rightleftarrows \frac{b}{a} \rightarrow$ Número recíproco

Se puede comprobar que dos números son recíprocos, si al multiplicarlos el resultado es 1.

Observa cómo se hace

Para determinar el recíproco de cada número se intercambian el numerador y el denominador.

a. $\frac{2}{3}$ → El recíproco es $\frac{3}{2}$.

b. 5, se escribe como la fracción $\frac{5}{1}$ → El recíproco es $\frac{1}{5}$.

c. $\frac{1}{7}$ → El recíproco es $\frac{7}{1}$ que corresponde al número 7.

¿Qué pasaría?

El recíproco de una fracción unitaria siempre corresponderá a un número natural. Pues al ser su numerador igual a 1 e invertir sus términos quedará siempre un 1 en el denominador.

Resuelve

1. Relaciona cada número con su recíproco.

$\frac{10}{11}$	$\frac{11}{7}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{5}{7}$	7	$\frac{10}{7}$

5	$\frac{11}{10}$	$\frac{7}{11}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{7}{5}$	$\frac{1}{7}$

2. Un grupo de amigos pidió una pizza y cada uno se comió $\frac{1}{8}$, ¿cuántos amigos eran si entre todos se comieron la pizza completa?

Para resolver los problemas debes encontrar el número que multiplicado por la fracción dé como resultado 1. Lo que correspondería al recíproco.

3. Carmen tenía un recipiente con $\frac{5}{2}$ L de agua lluvia. Si usó 1 L para regar sus plantas, ¿qué fracción del total del agua usó?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 34

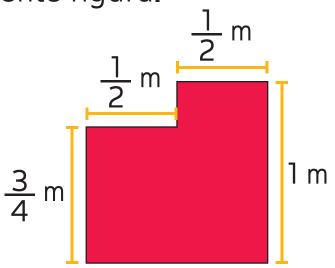
4.9 Practica lo aprendido

1. Resuelve las operaciones.

a. $\frac{3}{5} \times \frac{1}{4}$ **b.** $\frac{8}{9} \times \frac{6}{7}$ **c.** $2\frac{3}{5} \times \frac{25}{26}$

d. $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4}$ **e.** $2\frac{1}{3} \times 1\frac{4}{5}$ **f.** $\left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{5}{6}\right)$

2. Determina el área de la siguiente figura.



Soluciona problemas

3. Una receta para un pan de chocolate y vainilla requiere $\frac{3}{4}$ taza de vainilla. Si preparamos $\frac{7}{6}$ de la receta, ¿cuánta vainilla necesitamos?

4. Juan avanza en su bicicleta $\frac{2}{5}$ km por minuto. Si le toma $3\frac{1}{2}$ minutos llegar desde su casa a la casa de su amigo, ¿a qué distancia se encuentra su casa?

5. Eduardo sacó 1 kg de arroz de un paquete para cocinarlo. Si el paquete contenía 2 kg, ¿qué parte del total del arroz del paquete va a cocinar Eduardo?

División entre fracciones

5.1 Repasa tus conocimientos

1. Escribe el recíproco de cada número.

a. $\frac{7}{8} \rightarrow$ ____________ **b.** $\frac{1}{3} \rightarrow$ ____________

c. $1\frac{2}{5} \rightarrow$ ____________ **d.** $6 \rightarrow$ ____________

2. Anota el resultado de las siguientes divisiones.

a. $\frac{3}{4} \div 1 =$ ____________ **b.** $\frac{6}{5} \div 1 =$ ____________

c. $2\frac{1}{2} \div 1 =$ ____________ **d.** $5\frac{2}{7} \div 1 =$ ____________

Cualquier número dividido entre 1, da como resultado el mismo número. Por ejemplo:

- $4 \div 1 = 4$
- $\frac{5}{3} \div 1 = \frac{5}{3}$
- $0{,}5 \div 1 = 0{,}5$

Recuerda

En una división al multiplicar el dividendo y el divisor por un mismo número, distinto de cero, el resultado no cambia. Por ejemplo:

$$\begin{array}{ccccc} 12 & \div & 3 & = & 4 \\ \downarrow \times 5 & & \downarrow \times 5 & & \uparrow \\ 60 & \div & 3 & = & 4 \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} 2400 & \div & 300 & = & 8 \\ \downarrow \times \frac{1}{100} & & \downarrow \times \frac{1}{100} & & \uparrow \\ 24 & \div & 3 & = & 8 \end{array}$$

3. Escribe en los recuadros los datos faltantes para comprobar la propiedad de la división.

a.
$$\begin{array}{ccccc} 6 & \div & 3 & = & 2 \\ \downarrow \times \square & & \downarrow \times \square & & \uparrow \\ 60 & \div & 30 & = & 2 \end{array}$$

b
$$\begin{array}{ccccc} 45 & \div & 9 & = & 5 \\ \downarrow \times 2 & & \downarrow \times 2 & & \uparrow \\ \square & \div & \square & = & \square \end{array}$$

c.
$$\begin{array}{ccccc} 63 & \div & 9 & = & 7 \\ \downarrow \times \frac{1}{9} & & \downarrow \times \frac{1}{9} & & \uparrow \\ \square & \div & \square & = & \square \end{array}$$

d.
$$\begin{array}{ccccc} 27 & \div & \square & = & \square \\ \downarrow \times \square & & \downarrow \times \square & & \uparrow \\ 81 & \div & 9 & = & \square \end{array}$$

Observa que la división **c** se ha transformado en otra donde el divisor es 1.

5.2 División de la unidad entre una fracción unitaria

Recuerda

Se llaman fracciones unitarias a aquellas cuyo numerador es 1; por ejemplo: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$...

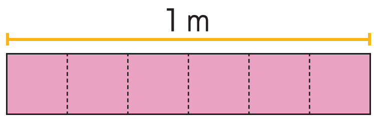
¿Qué pasaría?

Si se aplica la propiedad de multiplicar ambos términos de la división $1 \div \frac{1}{6}$ por 6, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \div & \frac{1}{6} & = & 6 \\ \downarrow \times 6 & & \downarrow \times 6 & & \\ 6 & \div & 1 & = & 6 \end{array}$$

Analiza

Una cinta de 1 m de longitud se cortará en cintas más pequeñas de $\frac{1}{6}$ m. ¿Cuántos cintas se obtendrán?

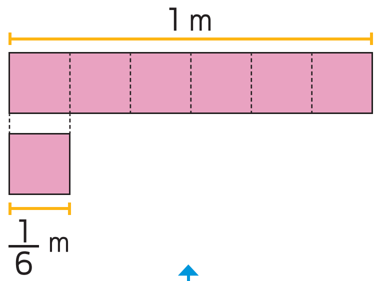


Soluciona

O: $1 \div \frac{1}{6}$

En la gráfica, observa que la cinta de 1 m se dividió en 6 partes iguales y la longitud de cada una es $\frac{1}{6}$ m.

R: Se obtendrá 6 cintas.



En 1 m cabe 6 veces $\frac{1}{6}$ m.

Comprende

El resultado de **dividir la unidad entre una fracción unitaria** es igual al denominador de la fracción. Se representa así:

$1 \div \frac{1}{\mathbf{a}} = \mathbf{a}$, donde **a** es un número natural.

Por ejemplo: $1 \div \frac{1}{15} = 15$.

Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones.

a. $1 \div \frac{1}{3} =$ ________ **b.** $1 \div \frac{1}{5} =$ ________ **c.** $1 \div \frac{1}{8} =$ ________

d. $1 \div \frac{1}{10} =$ ________ **e.** $1 \div \frac{1}{12} =$ ________ **f.** $1 \div \frac{1}{100} =$ ________

2. De 1 kg de maíz se quieren hacer bolsitas de $\frac{1}{4}$ kg. ¿Cuántas bolsitas se obtendrán?

5.3 División de la unidad entre una fracción

Analiza

¿Cuál es el resultado de la división $1 \div \frac{2}{5}$?

Soluciona

Multiplica ambos términos de la división para obtener una división entre uno. Se multiplica el dividendo y el divisor por el recíproco de $\frac{2}{5}$, o sea, $\frac{5}{2}$:

$$
\begin{array}{ccccc}
1 & \div & \frac{2}{5} & = & \boxed{\frac{5}{2}} \\
\downarrow \times \frac{5}{2} & & \downarrow \times \frac{5}{2} & & \\
\frac{5}{2} & \div & 1 & = & \frac{5}{2}
\end{array}
$$

R: $1 \div \frac{2}{5} = \frac{5}{2}$

Recuerda

Un número multiplicado por su recíproco siempre da 1.

Piensa qué número debe multiplicarse por el dividendo y por el divisor para que el nuevo divisor sea 1.

Comprende

El resultado de **dividir la unidad entre una fracción** es igual al recíproco de la fracción. Se representa así:

$1 \div \frac{a}{b} = \frac{b}{a}$, donde **a** y **b** son números naturales.

Por ejemplo: $1 \div \frac{3}{11} = \frac{11}{3}$.

Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones.

a. $1 \div \frac{2}{3} =$ ________ **b.** $1 \div \frac{3}{5} =$ ________ **c.** $1 \div \frac{2}{7} =$ ________

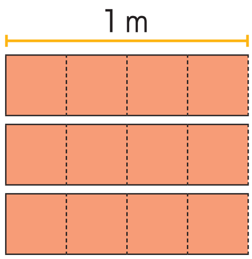
d. $1 \div \frac{4}{9} =$ ________ **e.** $1 \div \frac{5}{14} =$ ________ **f.** $1 \div \frac{13}{100} =$ ________

2. Un litro de agua se reparte en botellas de $\frac{2}{4}$ L de capacidad. ¿Cuántas botellas se obtendrán?

5.4 División de números enteros entre fracciones

¿Qué pasaría?

Para resolver gráficamente la primera situación se podrían dibujar 3 unidades de manera que cada una represente 1 m. Luego, se divide cada una en cuartos para observar cuántos trozos se obtienen.



De esta manera se observa que se obtienen 12 trozos.

Analiza

Ana tiene dos cintas, una de 3 m de longitud que cortará en cintas más pequeñas de $\frac{1}{4}$ m, y otra de 4 m de longitud que cortará en cintas más pequeñas de $\frac{2}{5}$ m.

¿Cuántas cintas pequeñas obtendrá en cada caso?

Soluciona

a. **O**: $3 \div \frac{1}{4}$

Utiliza la propiedad de la división y multiplica el dividendo y el divisor por 4 para obtener una operación equivalente que ya sepas resolver.

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \div & \frac{1}{4} & & \\ \downarrow \times 4 & & \downarrow \times 4 & & \\ 12 & \div & 1 & = & 12 \end{array}$$

Observa que $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times 4$.

R: Ana obtendrá 12 cintas de $\frac{1}{4}$ m.

Observa que la división se podría escribir así: $(3 \times 4) \div 1$.

b. **O**: $4 \div \frac{2}{5}$

Multiplica el dividendo y el divisor por el recíproco de $\frac{2}{5}$ para obtener una operación equivalente que ya sepas resolver.

$$\begin{array}{ccccc} 4 & \div & \frac{2}{5} & & \\ \downarrow \times \frac{5}{2} & & \downarrow \times \frac{5}{2} & & \\ 10 & \div & 1 & = & 10 \end{array}$$

Observa que $4 \div \frac{2}{5} = 4 \times \frac{5}{2}$.

R: Ana obtendrá 10 cintas de $\frac{2}{5}$ m.

Observa que la división se podría escribir así: $(4 \times 5) \div 2$.

Recuerda

Para multiplicar números naturales por fracciones, multiplica el número natural por el numerador y deja el mismo denominador.

Comprende

Dividir un número entero entre una fracción es igual a multiplicar el número entero por el recíproco de la fracción. Se representa así:

$a \div \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b}$, donde **a**, **b** y **c** son números naturales.

Recuerda

Al multiplicar un número entero por una fracción, simplifica primero si es posible, para evitar trabajar con números muy grandes.

Observa cómo se hace

Calcula $9 \div \frac{3}{7}$.

- $9 \div \frac{3}{7} = \cancel{9} \times \frac{7}{\cancel{3}}$ → Se escribe como multiplicación por el recíproco.

  $= 3 \times 7$ → Se simplifica.

  $= 21$

Resuelve

1. Anota la multiplicación equivalente a cada división.

a. $2 \div \frac{5}{3} =$ ☐ **b.** $5 \div \frac{1}{6} =$ ☐ **c.** $10 \div \frac{7}{9} =$ ☐

2. Resuelve las siguientes divisiones.

a. $3 \div \frac{1}{2}$ **b.** $2 \div \frac{1}{4}$ **c.** $5 \div \frac{1}{3}$

d. $4 \div \frac{2}{3}$ **e.** $3 \div \frac{2}{5}$ **f.** $6 \div \frac{7}{9}$

3. Si 4 gal de helado se reparten en porciones de $\frac{2}{5}$ gal, ¿cuántas porciones se obtienen?

Desafíate

1. Resuelve las siguientes divisiones de un número entero negativo entre una fracción.

a. $-4 \div \frac{1}{2} =$ ______ **b.** $-4 \div \frac{4}{5} =$ ______ **c.** $-10 \div \frac{3}{2} =$ ______

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 35

5.5 División de fracciones entre fracciones unitarias

Analiza

a. ¿Cuántas cintas pequeñas de $\frac{1}{8}$ m se pueden obtener de una cinta de $\frac{1}{4}$ m?

b. ¿Cuántas cintas pequeñas de $\frac{1}{8}$ m se pueden obtener de una cinta de $\frac{3}{4}$ m?

Soluciona

Se plantean las operaciones. Luego se multiplican el dividendo y el divisor por el mismo número: el recíproco del divisor. De este modo se obtienen operaciones equivalentes que ya sabes resolver.

Observa que para calcular la cantidad de cintas se divide la longitud de la cinta entre el tamaño de los trozos que se desean en cada caso.

a. $\frac{1}{4} \div \frac{1}{8}$

$= \frac{1}{4} \times \mathbf{8} \div \frac{1}{8} \times \mathbf{8}$

$= \frac{1}{4} \times 8 \div 1$

$= 2$

b. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8}$

$= \frac{3}{4} \times \mathbf{8} \div \frac{1}{8} \times \mathbf{8}$

$= \frac{3}{4} \times 8 \div 1$

$= 6$

R: Se pueden obtener 2 trozos de la cinta de $\frac{1}{4}$ m y 6 trozos de la que mide $\frac{3}{4}$ m.

Comprende

Dividir una fracción entre una fracción unitaria es igual a multiplicar la fracción por el denominador de la fracción unitaria. Se representa así:

$\frac{a}{b} \div \frac{1}{c} = \frac{a}{b} \times c$, donde **a**, **b** y **c** son números naturales.

Por ejemplo: $\frac{5}{6} \div \frac{1}{3} = \frac{5}{\cancel{6}_{2}} \times \cancel{3}^{1} = \frac{5}{2}$

Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones.

a. $\frac{2}{3} \div \frac{1}{6}$

b. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{5}$

c. $\frac{3}{7} \div \frac{1}{7}$

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 36

5.6 División de fracciones entre fracciones

Analiza

a. ¿Cuántas cintas pequeñas de $\frac{3}{8}$ m se pueden obtener de una cinta de $\frac{3}{4}$ m?

b. ¿Cuántas cintas pequeñas de $\frac{3}{10}$ m se pueden obtener de una cinta de $\frac{4}{5}$ m?

Soluciona

a. O: $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$

Utiliza la propiedad de la división y multiplica el dividendo y el divisor por $\frac{8}{3}$ para obtener una división equivalente que ya sepas resolver.

$$\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$$

$$\downarrow \times \frac{8}{3} \qquad \downarrow \times \frac{8}{3}$$

Se multiplica por el recíproco para obtener 1.

$$\frac{3}{4} \times \frac{8}{3} \div 1 = 2$$

Observa que $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{3}$.

R: Se pueden obtener 2 cintas de $\frac{3}{8}$ m.

b. O: $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}$

Multiplica por el recíproco de $\frac{3}{10}$ para obtener una operación equivalente que ya sepas resolver.

$$\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}$$

$$\downarrow \times \frac{10}{3} \qquad \downarrow \times \frac{10}{3}$$

Se multiplica por el recíproco para obtener 1.

$$\frac{4}{5} \times \frac{10}{3} \div 1 = \frac{8}{3}$$

Observa que $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10} = \frac{4}{5} \times \frac{10}{3}$.

R: Se pueden obtener $\frac{8}{3}$ de cinta de $\frac{10}{3}$ m.

Recuerda

Para multiplicar fracciones se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. Se simplifica antes siempre que sea posible.

Observa que la división entre 1 no se considera, pues el resultado siempre será el mismo dividendo.

¿Qué pasaría?

Si en la pregunta **b** se representa la cantidad de cintas como número mixto, es posible dar una mejor interpretación a la respuesta.

$\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

Es decir, se pueden obtener 2 trozos y $\frac{2}{3}$ de otro.

El método para dividir fracciones también puede verse como una multiplicación en cruz.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Comprende

En general, **dividir una fracción entre otra fracción** equivale a multiplicar el dividendo por el recíproco del divisor. Se representa así:

$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$, donde **a**, **b**, **c** y **d** son números naturales.

Observa cómo se hace

Calcula $\frac{4}{7} \div \frac{2}{3}$.

- $\frac{4}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{2}$ → Se multiplica por el recíproco del divisor.

$= \frac{4 \times 3}{7 \times 2}$

$= \frac{2 \times 3}{7 \times 1}$ → Se simplifica.

$= \frac{6}{7}$ → Se resuelve.

Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones con fracciones.

a. $\frac{3}{5} \div \frac{3}{10}$

b. $\frac{3}{4} \div \frac{5}{8}$

c. $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7}$

d. $\frac{6}{7} \div \frac{5}{3}$

e. $4 \div \frac{5}{3}$

f. $\frac{3}{8} \div 2$

g. $\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$

El procedimiento para dividir fracciones se puede aplicar en general en todos los casos. Recuerda incluso que un número natural se puede expresar como fracción.

2. Si $\frac{4}{5}$ L de jugo se reparten en vasos de $\frac{2}{15}$ L de capacidad, ¿cuántos vasos se obtienen?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 37

5.7 División con números mixtos

Analiza

Una ambulancia tiene que atender una emergencia a $13\frac{1}{2}$ km de distancia del hospital. Si recorre $1\frac{1}{2}$ km por minuto, ¿cuántos minutos tardará en llegar?

Soluciona

Si calculas cuántos $1\frac{1}{2}$ hay en $13\frac{1}{2}$, eso te dará los minutos que tardará en llegar la ambulancia.

O: $13\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$

- Para calcular el resultado de la división se convierten los números mixtos en fracciones impropias.

$$13\frac{1}{2} = \frac{27}{2}$$

$$1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

- Se reemplazan los números mixtos por las fracciones impropias y se resuelve.

$$13\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} = \frac{27}{2} \div \frac{3}{2}$$

$$= \frac{27}{2} \times \frac{2}{3}$$ → Se multiplica por el recíproco del divisor.

$$= \frac{9}{1} \times \frac{1}{1}$$ → Se simplifica.

$$= \frac{9}{1} = 9$$

R: Tardará 9 minutos en llegar.

¿Sabías que...?

Los números mixtos se usan para expresar las dimensiones de artículos de construcción. Por ejemplo, un tubo para desagüe puede tener un ancho de $2\frac{1}{2}$ pulg.

Comprende

Para **dividir números mixtos**, se convierten estos a fracciones impropias y se utiliza el procedimiento estudiado para dividir fracciones.

Si el resultado de la división es una fracción impropia puede expresarse como número mixto.

¿Sabías que...?

El escritor ruso Leon Tolstói dijo algo muy interesante relacionado con las fracciones: *"Una persona es como una fracción cuyo numerador corresponde a lo que es, y el denominador, a lo que cree ser. Cuanto mayor es el denominador, más pequeño es el valor de la fracción"*.

Observa cómo se hace

Calcula la siguiente operación: $2\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{5}$

- Se convierten los números mixtos a fracción.

$$2\frac{2}{3} = \frac{8}{3} \qquad 2\frac{2}{5} = \frac{12}{5}$$

- Se reemplazan y se resuelve.

$$\frac{8}{3} \div \frac{12}{5} = \frac{8}{3} \times \frac{5}{12} \rightarrow \boxed{\text{Se multiplica por el recíproco del divisor.}}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} \rightarrow \boxed{\text{Se simplifica.}}$$

$$= \frac{10}{9}$$

$$= 1\frac{1}{9} \rightarrow \boxed{\text{Se expresa como número mixto.}}$$

Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones.

a. $2\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$

b. $3\frac{4}{7} \div \frac{1}{7}$

c. $7 \div 2\frac{4}{5}$

2. Se quieren repartir los $1\frac{1}{3}$ L de una botella de perfume en frascos de $\frac{1}{9}$ L de capacidad. ¿Cuántos frascos se pueden llenar?

3. ¿Cuántos balboas vale 1 m de alambre, si $5\frac{1}{3}$ m valen $8\frac{1}{2}$ balboas?

En fracciones con igual numerador es mayor la que tiene el menor denominador.

Desafíate

1. Sofía compró $1\frac{1}{4}$ kg de pasitas y $2\frac{3}{5}$ de maní. Si separó las pasitas en 5 paquetes y el maní en 13, ¿es más pesado un paquete de pasitas o uno de maní?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 38

5.8 Relación entre los términos de una división

Analiza

Raúl preparó 25 L de chicheme para vender y para empacarlo debe elegir uno de los dos tipos de botellas que se muestran en la imagen. Si él desea llenar más de 25 botellas, ¿cuál debe elegir?

Soluciona

Se calcula la cantidad de botellas que se podrían llenar de cada tipo. Para esto se dividen los 25 L entre las capacidades de cada una de las botellas.

- **Para la botella de $\frac{5}{4}$ L**

  O: $25 \div \frac{5}{4} = 25 \times \frac{4}{5}$

  $= 5 \times \frac{4}{1}$ → Se simplifica.

  $= 20$ (Solamente podría llenar 20 botellas de $\frac{5}{4}$ L).

- **Para la botella de $\frac{4}{5}$ L**

  O: $25 \div \frac{4}{5} = 25 \times \frac{5}{4}$

  $= \frac{125}{4}$ → Se convierte en número mixto.

  $= 31\frac{1}{4}$ (Podría llenar 31 botellas completas de $\frac{4}{5}$ L).

R: Raúl debe elegir la botella de $\frac{4}{5}$ L.

Comprende

En una división se cumplen las siguientes **relaciones de orden entre el divisor, el cociente y el dividendo**:

- Si el divisor es menor que 1, el cociente es mayor que el dividendo.
  Por ejemplo: $25 \div \frac{4}{5} = 31\frac{1}{4}$ → $31\frac{1}{4} > 25$
- Si el divisor es igual a 1, el cociente es igual que el dividendo.
  Por ejemplo: $25 \div \frac{5}{5} = 25$.
- Si el divisor es mayor que 1, el cociente es menor que el dividendo.
  Por ejemplo: $25 \div \frac{5}{4} = 20$ → $20 < 25$

Recuerda

Estos son los nombres de los términos en una división.

Dividendo
Cociente

$6 \div 3 = 2$

Divisor

Recuerda

Los números mixtos son mayores que 1, y también las fracciones con un numerador mayor que el denominador. Si el numerador es menor que el denominador, las fracciones son menores que 1.

Observa cómo se hace

Determinar si el cociente de las siguientes divisiones es mayor, menor o igual que el dividendo. Para hacerlo, analiza el valor del divisor.

a. $10 \div \frac{2}{3} \rightarrow$ El cociente será mayor que 10 porque $\frac{2}{3} < 1$.

b. $10 \div 1\frac{1}{2} \rightarrow$ El cociente será menor que 10 porque $1\frac{1}{2} > 1$.

c. $10 \div \frac{3}{3} \rightarrow$ El cociente será igual a 10 porque $\frac{3}{3} = 1$.

Resuelve

1. Marca con un ✔ las divisiones en las que el cociente es mayor o igual que 5.

a. ☐ $5 \div \frac{1}{3}$ **b.** ☐ $5 \div 1$ **c.** ☐ $5 \div 2\frac{1}{2}$

d. ☐ $5 \div \frac{5}{3}$ **e.** ☐ $5 \div \frac{2}{5}$ **f.** ☐ $5 \div \frac{4}{4}$

2. Marca con un ✔ las divisiones en las que el cociente es menor o igual que 16.

a. ☐ $16 \div \frac{7}{8}$ **b.** ☐ $16 \div 1$ **c.** ☐ $16 \div \frac{2}{2}$

d. ☐ $16 \div \frac{8}{7}$ **e.** ☐ $16 \div \frac{2}{5}$ **f.** ☐ $16 \div 1\frac{4}{9}$

3. Completa con las palabras "menor", "mayor" o "igual" según corresponda.

a. El cociente de $23 \div \frac{9}{9}$ es ________ que 23.

b. El cociente de $14 \div \frac{9}{5}$ es ________ que 14.

c. El cociente de $75 \div \frac{5}{9}$ es ________ que 75.

Desafíate

La relación entre los términos de una división también se cumple para divisiones en donde tanto el dividendo como el divisor son fracciones.

1. Escribe "mayor" o "menor" según corresponda.

a. El cociente de $\frac{8}{7} \div \frac{2}{9}$ es ________ que $\frac{8}{7}$.

b. El cociente de $\frac{1}{5} \div \frac{3}{2}$ es ________ que $\frac{1}{5}$.

5.9 Practica lo aprendido

1. Resuelve las operaciones.

a. $1 \div \frac{1}{7}$

b. $1 \div \frac{5}{9}$

c. $1 \div \frac{10}{7}$

d. $3 \div \frac{1}{5}$

e. $4 \div \frac{2}{3}$

f. $\frac{3}{7} \div \frac{1}{5}$

g. $\frac{5}{8} \div \frac{10}{11}$

h. $1\frac{1}{6} \div \frac{5}{14}$

i. $1\frac{7}{9} \div 1\frac{1}{3}$

Soluciona problemas

2. Andrés compró 5 libras de clavos y los quiere repartir en grupos de $\frac{1}{3}$ libras cada uno. ¿Cuántos grupos de $\frac{1}{3}$ libras obtendrá?

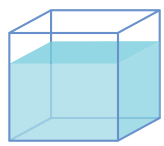
3. Marta pinta $2\frac{1}{2}$ m^2 de una pared con $\frac{1}{4}$ de galón de pintura. ¿Cuántos metros cuadrados pintará con 1 galón de pintura?

4. Un vehículo consume $\frac{5}{24}$ de un galón de combustible para recorrer $6\frac{1}{4}$ km. ¿Cuántos kilómetros recorre con 1 galón de combustible?

En los problemas 3 y 4 considera que al dividir el total cubierto o recorrido, entre la cantidad de pintura o gasolina usada respectivamente, se obtiene lo que se abarca con una unidad.

Desafíate

1. Con 65 L de agua se llenan $\frac{5}{7}$ de un recipiente con forma de prisma. ¿Con cuántos litros de agua se llena el recipiente completo?



Lección 6

Operaciones combinadas

6.1 Repasa tus conocimientos

Recuerda

Las fracciones que tienen igual denominador se llaman **homogéneas**, las que tienen distinto denominador se llaman **heterogéneas**. Por ejemplo:

- $\frac{1}{4}$ y $\frac{7}{4}$ son homogéneas.
- $\frac{3}{5}$ y $\frac{4}{7}$ son heterogéneas.

Dos fracciones que son heterogéneas se pueden transformar en fracciones homogéneas mediante la homogeneización. Para esto se dan los siguientes pasos:

- Se calcula el mínimo común múltiplo (m. c. m.) de los denominadores y ese será el nuevo denominador de ambas fracciones.
- Se divide el m . c . m. entre el denominador de cada fracción original y se multiplica por el numerador para obtener el numerador de la nueva fracción.

Por ejemplo: $\frac{3}{8}$ y $\frac{5}{12}$ $\longrightarrow$ m . c . m. (8, 12) = 24

- De 24 $\xrightarrow{\div}$ $\frac{3}{8}$ $\times$ se obtiene 9.
- De 24 $\xrightarrow{\div}$ $\frac{5}{12}$ $\times$ se obtiene 10.

Por lo tanto, las fracciones homogeneizadas son $\frac{9}{24}$ y $\frac{10}{24}$.

1. Encierra las parejas de fracciones homogéneas.

a. $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{5}$ **b.** $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{5}$ **c.** $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{3}$ **d.** $\frac{7}{9}$ y $\frac{7}{8}$ **e.** $\frac{6}{7}$ y $\frac{11}{7}$

2. Homogeneiza las siguientes parejas de fracciones.

a. $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{2}$ **b.** $\frac{3}{4}$ y $\frac{3}{8}$ **c.** $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{8}$

3. Resuelve las sumas y restas de fracciones homogéneas.

a. $\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$ **b.** $\frac{2}{7} + \frac{2}{7}$

c. $\frac{6}{11} + \frac{9}{11}$ **d.** $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}$

Para sumar y restar fracciones homogéneas se suma o se resta el numerador y se mantiene el denominador.

6.2 Suma o resta de fracciones y números decimales

Analiza

Antonio y Daniela recorren primero $\frac{1}{4}$ km y luego 0,2 km. ¿Cuántos kilómetros recorren en total?

Soluciona

Expresa ambas distancias en la misma notación, para luego sumarlas. Se pueden utilizar dos estrategias.

Estrategia I: Expresar ambas distancias en fracción.

- Se convierte 0,2 a fracción.

$$0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

- Se suman las distancias.

$$\frac{1}{4} + 0{,}2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$= \frac{5}{20} + \frac{4}{20} \rightarrow \boxed{\text{Se homogeneizan.}}$$

$$= \frac{9}{20} \rightarrow \boxed{\text{Se suman los numeradores y se mantiene el denominador.}}$$

Estrategia II: Expresar ambas distancias en decimal.

- Se convierte $\frac{1}{4}$ a decimal.

$$\frac{1}{4} = 0{,}25 \rightarrow \boxed{\text{Se resuelve } 1 \div 4.}$$

- Se suman las distancias.

$$\frac{1}{4} + 0{,}2 = 0{,}25 + 0{,}2$$

$$= 0{,}45$$

Homogeneizar dos o más fracciones es expresarlas como fracciones equivalentes a las dadas, pero que sean homogéneas (igual denominador).

Comprende

Para **sumar o restar fracciones y números decimales** se puede convertir todo a fracción o todo a número decimal, según convenga. En el caso de números decimales de periodo infinito se debe trabajar siempre con su forma fraccionaria.

Recuerda

En un número decimal de periodo infinito la parte decimal es una repetición de números que no se acaba. Por ejemplo:

- 5,22222...
- 0,151515...

Recuerda

Cuando en una división el dividendo es menor que el divisor, se agrega un cero al dividendo y se coloca **0** en el cociente para iniciar el procedimiento de división. Por ejemplo, para resolver 3 ÷ 4.

30 ÷ 4 = 0,

Observa cómo se hace

a. Calcula $\frac{3}{4} - 0,65$ convirtiendo 0,65 a fracción.

$$0,65 = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$$

$\frac{3}{4} - 0,65 = \frac{3}{4} - \frac{13}{20}$ → Se cambia el decimal por la fracción.

$= \frac{15}{20} - \frac{13}{20}$ → Se homogeneizan.

$= \frac{2}{20}$ → Se resta.

$= \frac{1}{10}$ → Se simplifica.

b. Calcula $\frac{3}{4} - 0,65$ convirtiendo $\frac{3}{4}$ a número decimal.

$$3 \div 4 = 0,75$$

$\frac{3}{4} - 0,65 = 0,75 - 0,65$ → Se cambia la fracción por el decimal.

$= 0,1$ → Se resta.

Resuelve

1. Convierte a fracción y resuelve.

a. $0,6 + \frac{1}{5}$ **b.** $\frac{2}{5} - 0,25$ **c.** $1,8 + 1\frac{1}{2}$

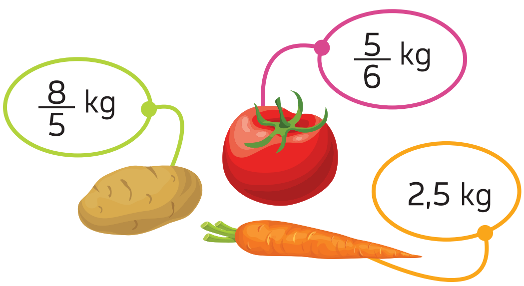
2. Convierte a decimal y resuelve.

a. $\frac{5}{4} - 1,2$ **b.** $2,12 - 2\frac{1}{10}$ **c.** $\frac{3}{5} + 0,4$

3. Javier compró las cantidades de productos que se indican en las imágenes.

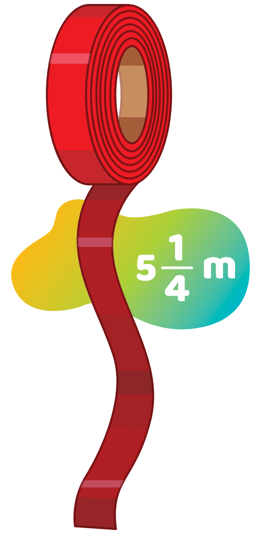
a. ¿Cuántos kilogramos más compró de zanahoria que de papa?

b. ¿Cuántos kilogramos compró en total?



Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 39

6.3 Multiplicación o división de fracciones y números decimales



Analiza

Adriana compró un rollo de cinta como el de la imagen. Si para hacer un lazo necesita 0,5 m de cinta, ¿cuántos lazos completos podrá elaborar?

Soluciona

Para resolver es necesario expresar ambas longitudes en forma fraccionaria para luego dividir.

- Se convierte $5\frac{1}{4}$ y 0,5 a fracción.

$$5\frac{1}{4} = \frac{21}{4} \qquad\qquad 0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

- Se divide la longitud de la cinta completa entre lo que se requiere para cada lazo.

$5\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{21}{4} \div \frac{1}{2}$ → Se cambian los números por las fracciones.

$= \frac{21}{\cancel{4}_{2}} \times \cancel{2}^{1}$ → Se multiplica por el recíproco.

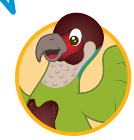
$= \frac{21}{2}$ → Se simplifica.

$= 10\frac{1}{2}$ → Se expresa como número mixto.

El resultado anterior representa 10 lazos y medio.

R: Adriana podrá elaborar 10 lazos completos.

Es necesario convertir el resultado a número mixto para interpretar adecuadamente la respuesta.



Comprende

Para **multiplicar o dividir fracciones y números decimales** sigue estos pasos:

- Se convierten los números decimales y mixtos a fracciones propias o impropias.
- Se efectúa la multiplicación o división (se simplifica antes, si es posible, para evitar cálculos complejos).

Es recomendable trabajar solo con fracciones, pues es más sencillo multiplicar y dividir fracciones que operar con números decimales. Sin embargo, también podrían usarse decimales.

Observa cómo se hace

Para resolver $\frac{6}{5} \times 0{,}875$ se convierte a fracción.

$$0{,}875 = \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{6}{5} \times 0{,}875 = \frac{6}{5} \times \frac{7}{8}$$ → Se cambia el decimal por la fracción.

$$= \frac{\cancel{6}^{3}}{5} \times \frac{7}{\cancel{8}_{4}}$$ → Se simplifica.

$$= \frac{3 \times 7}{5 \times 4} = \frac{21}{20}$$

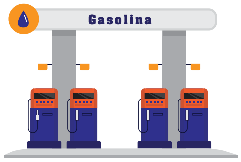
Resuelve

1. Convierte a fracción y resuelve.

   a. $0{,}2 \times \frac{1}{5}$ **b.** $\frac{3}{5} \div 1{,}5$ **c.** $3\frac{1}{3} \times 1{,}7$

   d. $0{,}4 \div 2\frac{2}{3}$ **e.** $1{,}05 \times 1\frac{1}{7}$ **f.** $2\frac{2}{5} \div 0{,}07$

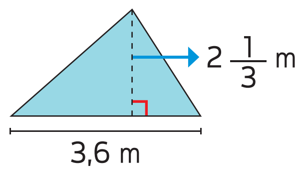
2. Un galón de gasolina tiene un costo de 2,8 balboas. Si Marcos quiere comprar $\frac{2}{5}$ gal de gasolina, ¿cuánto pagará?



3. El timbre de la escuela de Felipe se atrasa $\frac{3}{4}$ minutos cada día. ¿Cuántos días deberán pasar para que el atraso sea de 37,5 min?

Desafíate

1. Calcula el área del triángulo.
   - El área de un triángulo se calcula así: $\frac{1}{2} \times$ base $\times$ altura



Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 40

6.4 Combinación de multiplicación y división

Analiza

En una panadería tienen $5\frac{1}{3}$ paquetes de harina como el de la imagen. Si utilizaron la mitad del total de harina para preparar pan bon, ¿cuánta harina gastaron?

Soluciona

El total de harina se calcula multiplicando la cantidad de paquetes por el peso de cada uno.

$$5\frac{1}{3} \times 1{,}5$$

Lo que gastaron se calcula dividiendo el dato anterior entre 2. Así la operación queda de la siguiente manera:

$$\textbf{O}\text{: } 5\frac{1}{3} \times 1{,}5 \div 2$$

Se plantea todo en forma fraccionaria y se resuelve.

$$\begin{aligned}
5\frac{1}{3} \times 1{,}5 \div 2 &= \frac{16}{3} \times \frac{3}{2} \div \frac{2}{1} && \rightarrow \boxed{\text{Se expresa 2 como fracción.}} \\
&= \frac{16}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} && \rightarrow \boxed{\text{Se multiplica por el recíproco.}} \\
&= \frac{\cancel{16}^{4}}{\cancel{3}_{1}} \times \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{2}_{1}} \times \frac{1}{\cancel{2}_{1}} && \rightarrow \boxed{\text{Se simplifica.}} \\
&= \frac{4 \times 1 \times 1}{1 \times 1 \times 1} \\
&= \frac{4}{1} = 4
\end{aligned}$$

R: Gastaron 4 kg de harina.

Comprende

En **operaciones combinadas de multiplicación y división** con números decimales y fracciones:

- Se convierten los números decimales y los números mixtos a fracciones.
- Las divisiones se escriben como multiplicación (por el recíproco).
- Se simplifica si es posible.
- Se efectúa la multiplicación de izquierda a derecha; para esto se pueden multiplicar todos los numeradores a la vez y todos los denominadores a la vez.

Recuerda

La multiplicación es asociativa; es decir, el orden en que se agrupen los factores no cambia el resultado.

Observa cómo se hace

Para resolver $\frac{5}{8} \div 1\frac{7}{8} \times 0{,}4$ se convierten a fracción el número mixto y el número decimal.

$$1\frac{7}{8} = \frac{15}{8} \qquad 0{,}4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Se cambian los números por las fracciones y se resuelve.

$$\frac{5}{8} \div 1\frac{7}{8} \times 0{,}4 = \frac{5}{8} \div \frac{15}{8} \times \frac{2}{5}$$

$$= \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{8}_{1}} \times \frac{\cancel{8}^{1}}{\cancel{15}_{3}} \times \frac{2}{5} \rightarrow$$ Se multiplica por el recíproco.

$$= \frac{1}{1} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \rightarrow$$ Se simplifica.

$$= \frac{1 \times 1 \times 2}{1 \times 3 \times 5} \rightarrow$$ Se multiplican todos los numeradores y todos los denominadores.

$$= \frac{2}{15}$$

Resuelve

1. Resuelve las siguientes operaciones.

a. $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} \div \frac{3}{5}$

b. $\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2} \div \frac{5}{6}$

c. $\frac{2}{5} \div \frac{2}{3} \times \frac{7}{8}$

d. $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

e. $\frac{3}{4} \div 6 \times \frac{4}{7}$

f. $2\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} \div \frac{6}{7}$

g. $5 \times 0{,}1 \div \frac{1}{2}$

h. $3{,}5 \div \frac{1}{3} \times 12$

i. $4{,}5 \div 1{,}8 \times \frac{5}{6}$

2. Jaime tenía 10 botellas con $\frac{3}{4}$ L de leche cada una. Si usó la mitad de la leche, ¿cuánta gastó?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 41

6.5 Operaciones combinadas

Analiza

¿Cuál es el resultado de la operación?

$$0{,}6 - 1\frac{2}{3} \div 5$$

Soluciona

Se expresan el número decimal y el número mixto como fracciones.

$$0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \qquad 1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

Se reemplazan y se resuelve.

$$0{,}6 - 1\frac{2}{3} \div 5 = \frac{3}{5} - \frac{5}{3} \div 5$$

$$= \frac{3}{5} - \frac{\cancel{5}}{3} \times \frac{1}{\cancel{5}} \rightarrow \boxed{\text{Se multiplica por el recíproco.}}$$

$$= \frac{3}{5} - \frac{1}{3} \rightarrow \boxed{\text{Se simplifica.}}$$

$$= \frac{9}{15} - \frac{5}{15} \rightarrow \boxed{\text{Se homogeneizan.}}$$

$$= \frac{4}{15} \rightarrow \boxed{\text{Se restan los numeradores y se mantiene el denominador.}}$$

Recuerda

En una operación combinada se resuelven primero las multiplicaciones y las divisiones y luego las sumas y las restas, siempre respetando el orden de izquierda a derecha.

Para homogeneizar $\frac{3}{5}$ y $\frac{1}{3}$ se calcula el m. c. m. de 5 y 3 que es 15. Este será el denominador de ambas fracciones. Para calcular los numeradores se divide 15 entre el denominador y se multiplica por el numerador.

Comprende

Para efectuar **operaciones combinadas** (suma, resta, multiplicación y división) que involucran números decimales, mixtos y fracciones, se realiza lo siguiente:

- Se convierten los números naturales, decimales y mixtos a fracción.
- Se efectúan primero las multiplicaciones y divisiones en el orden en que aparecen (se simplifica antes, si es posible).
- Por último, se realizan las sumas y restas de izquierda a derecha.

A veces no hace falta convertir los números naturales a fracción; por ejemplo, si no son parte de una división o multiplicación. En ese caso se realiza el resto del cálculo y se expresa el resultado como número mixto. Por ejemplo:

$$\frac{7}{10} + 5 = 5\frac{7}{10}$$

Observa cómo se hace

Para resolver $\frac{3}{4} \div 1{,}5 + 1$ se convierte a fracción el número decimal.

$$1{,}5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

Se cambia el decimal por la fracción y se resuelve.

$$\frac{3}{4} \div 1{,}5 + 1 = \frac{3}{4} \div \frac{3}{2} + 1$$

$$= \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{4}_{2}} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}} + 1 \rightarrow \boxed{\text{Se resuelve primero la multiplicación.}}$$

$$= \frac{1}{2} + 1 \rightarrow \boxed{\text{Se simplifica.}}$$

$$= 1\frac{1}{2} \rightarrow \boxed{\text{Se expresa como número mixto.}}$$

Resuelve

1. Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

a. $8 + \frac{1}{3} \times 0{,}3$

b. $5{,}4 - \frac{1}{2} \times 4$

c. $\frac{4}{5} \div 0{,}75 + 3$

d. $1{,}3 \div 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

e. $25 \times 0{,}1 + 1\frac{1}{5}$

f. $1{,}25 \div \frac{3}{4} - 1$

Desafíate

1. Alana compró 10 paquetes de café, como el de la imagen, para su restaurante. Si cada día gasta $\frac{3}{2}$ kg de café, ¿cuánto le quedará después de una semana?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 42

6.6 Operaciones combinadas con paréntesis

Analiza

¿De qué manera se resuelve la operación del tablero?

$$\frac{1}{4} \div \left(1\frac{2}{5} - 0{,}2\right) \times 3$$

Recuerda

En una operación combinada que tiene paréntesis, primero se resuelven las operaciones que están dentro de ellos.

Soluciona

Se expresan el número mixto y el número decimal como fracciones.

$$1\frac{2}{5} = \frac{7}{5} \qquad\qquad 0{,}2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Se reemplazan y se resuelve.

$$\frac{1}{4} \div \left(1\frac{2}{5} - 0{,}2\right) \times 3 = \frac{1}{4} \div \left(\frac{7}{5} - \frac{1}{5}\right) \times 3 \rightarrow$$ Se resuelve primero lo que está dentro del paréntesis.

$$= \frac{1}{4} \div \frac{6}{5} \times 3$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{5}{\cancel{6}_{2}} \times \cancel{3}^{1} \rightarrow$$ Se multiplica por el recíproco.

$$= \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} \rightarrow$$ Se simplifica.

$$= \frac{5}{8}$$

Para restar $\frac{7}{5}$ y $\frac{1}{5}$ se mantiene el denominador y se restan los numeradores.

Comprende

Para resolver **operaciones combinadas que incluyan paréntesis** con números decimales, mixtos y fracciones, sigue estos pasos:

- Se convierten todos los números decimales y mixtos a fracción preferiblemente.
- Se realiza la operación dentro del paréntesis. Cuando se tiene el resultado, los paréntesis se quitan.
- Se efectúan las multiplicaciones y las divisiones en el orden en que aparecen (se simplifica antes, si es posible).
- Se realizan las sumas y las restas de izquierda a derecha. Si hay números naturales, se convierten a fracción solo si hay restas que realizar.

¿Qué pasaría?

Si dentro de un paréntesis hay más de una operación, se debe dar prioridad a las multiplicaciones y las divisiones.

Para resolver $\frac{5}{4} - 1$ se expresa el 1 como la fracción $\frac{4}{4}$, con el fin de obtener una resta de fracciones homogéneas, así: $\frac{5}{4} - \frac{4}{4} = \frac{1}{4}$.

Observa cómo se hace

Para resolver $0{,}3 + \left(1\frac{1}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2}$, se convierten a fracción el número decimal y el número mixto.

$$0{,}3 = \frac{3}{10} \qquad\qquad 1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

Se cambian los números y se resuelve primero lo que está dentro del paréntesis.

$$\begin{aligned}
0{,}3 + \left(1\frac{1}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2} &= \frac{3}{10} + \left(\frac{5}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2}\\
&= \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \div \frac{5}{2}\\
&= \frac{3}{10} + \frac{1}{\cancel{4}_{2}} \times \frac{\cancel{2}^{1}}{5}\\
&= \frac{3}{10} + \frac{1}{10} && \rightarrow \boxed{\text{Se simplifica y se multiplica.}}\\
&= \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{10}_{5}} && \rightarrow \boxed{\text{Se suman las fracciones homogéneas.}}\\
&= \frac{2}{5} && \rightarrow \boxed{\text{Se simplifica.}}
\end{aligned}$$

Resuelve

1. Resuelve las siguientes combinaciones de operaciones con paréntesis.

a. $\frac{5}{9} \div \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{5}$

b. $\frac{1}{6} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \frac{1}{3}$

c. $0{,}7 \times \frac{1}{7} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right)$

d. $2{,}5 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times 0{,}4$

e. $1 + \left(0{,}75 - \frac{1}{6}\right) \div \frac{7}{2}$

f. $1\frac{1}{2} + 0{,}3 \div \left(\frac{3}{4} + 1{,}5\right)$

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 43

6.7 Operaciones combinadas con varios paréntesis

Analiza

¿De qué manera se resuelve la operación del cuaderno?

$$7-\left(1\frac{2}{5}+0{,}2\right)\div\left(\frac{7}{10}-0{,}3\right)$$

Soluciona

Se expresan el número mixto y los números decimales como fracciones.

$1\frac{2}{5}=\frac{7}{5}$ $\qquad$ $0{,}2=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$ $\qquad$ $0{,}3=\frac{3}{10}$

Se reemplazan y se resuelve, iniciando con lo que está dentro de los paréntesis.

$$7-\left(1\frac{2}{5}+0{,}2\right)\div\left(\frac{7}{10}-0{,}3\right)=7-\left(\frac{7}{5}+\frac{1}{5}\right)\div\left(\frac{7}{10}-\frac{3}{10}\right)$$

$$=7-\frac{8}{5}\div\frac{4}{10}$$ → Se eliminan los paréntesis.

$$=7-\frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{5}_{1}}\times\frac{\cancel{10}^{2}}{\cancel{4}_{1}}$$ → Se multiplica por el recíproco.

$$=7-4$$ → Se simplifica.

$$=3$$

Comprende

Para resolver **operaciones combinadas que incluyan varios paréntesis** con números decimales, mixtos y fracciones, se dan los siguientes pasos:

- Se convierten todos los números decimales y mixtos a fracción.
- Se realizan las operaciones dentro de los paréntesis. Cuando se tiene el resultado, los paréntesis se quitan.
- Se efectúan las multiplicaciones y divisiones en el orden en que aparecen (se simplifica antes, si es posible).
- Se realizan las sumas y las restas de izquierda a derecha. Si hay números naturales, se convierten a fracción solo si hay restas que realizar.

Los pasos para resolver operaciones con un solo paréntesis o con varios paréntesis son iguales. Lo importante es resolver primero todo lo que está dentro de ellos.

En este caso, el número mixto no se convirtió en fracción desde el inicio porque así es más fácil resolver $3 + 2\frac{2}{5}$. Al final se convierte el resultado en fracción.

Observa cómo se hace

Para resolver $1{,}5 \div \left(3 + 2\frac{2}{5}\right) - \left(\frac{7}{9} - \frac{5}{9}\right)$, se convierte a fracción solamente el número decimal.

$$1{,}5 = \frac{3}{2}$$

Se cambian los números y se resuelve primero lo que está dentro del paréntesis.

$$
\begin{aligned}
1{,}5 \div \left(3 + 2\tfrac{2}{5}\right) - \left(\tfrac{7}{9} - \tfrac{5}{9}\right) &= \frac{3}{2} \div \left(3 + 2\tfrac{2}{5}\right) - \left(\tfrac{7}{9} - \tfrac{5}{9}\right) \\
&= \frac{3}{2} \div 5\frac{2}{5} - \frac{2}{9} && \rightarrow \boxed{\text{Se eliminan los paréntesis.}} \\
&= \frac{3}{2} \div \frac{27}{5} - \frac{2}{9} && \rightarrow \boxed{\text{Se convierte el número mixto en fracción impropia.}} \\
&= \frac{\cancel{3}^{1}}{2} \times \frac{5}{\cancel{27}_{9}} - \frac{2}{9} && \rightarrow \boxed{\text{Se multiplica por el recíproco.}} \\
&= \frac{5}{18} - \frac{2}{9} && \rightarrow \boxed{\text{Se simplifica y se multiplica.}} \\
&= \frac{5}{18} - \frac{4}{18} && \rightarrow \boxed{\text{Se homogeneizan.}} \\
&= \frac{1}{18} && \rightarrow \boxed{\text{Se resta.}}
\end{aligned}
$$

Resuelve

1. Resuelve las siguientes combinaciones de operaciones con paréntesis.

a. $\left(0{,}25 + 1\frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)$

b. $\left(\frac{19}{27} - \frac{5}{9}\right) \div \left(1 + \frac{1}{3}\right)$

c. $\left(3 - \frac{5}{6}\right) \div \left(2\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right)$

d. $\left(1\frac{1}{2} + 0{,}5\right) \div \left(\frac{5}{4} + 1{,}75\right) - \frac{1}{6}$

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 44

6.8 Practica lo aprendido

1. Resuelve las siguientes operaciones.

a. $\frac{3}{10} + 0{,}7$

b. $\frac{1}{5} - 0{,}15$

c. $\frac{4}{5} \times 0{,}25$

d. $\frac{1}{2} \times 4 \div 0{,}2$

e. $\frac{2}{3} \div \frac{7}{9} + \frac{2}{5}$

f. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2} \div \frac{2}{3}$

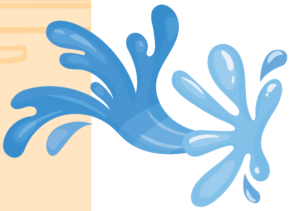
g. $\frac{4}{5} \div 1\frac{1}{7} - 0{,}4 + 2$

h. $\frac{4}{3} \times \left(\frac{7}{10} - \frac{2}{5}\right)$

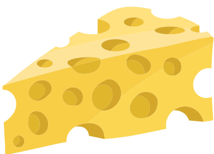
i. $\left(2\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right) \div \left(2{,}3 + \frac{2}{5}\right)$

Soluciona problemas

2. Carmen tiene $1\frac{3}{4}$ L de agua y Miguel tiene 2,2 litros. Si Lucía tiene el doble que ellos dos juntos, ¿cuántos litros de agua tiene? Escribe una sola operación que permita resolver la situación.



3. José compró 5 bolsas de queso, cada una con 2,25 lb. Si del total regaló $\frac{3}{4}$ lb de queso a su abuela, ¿cuántas libras le quedaron? Escribe una sola operación que permita resolver la situación.



REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Identifico los tipos de fracciones.			
Transformo números decimales finitos o periódicos a fracción y viceversa.			
Comparo y ordeno números enteros, fraccionarios y decimales en la recta.			
Redondeo números decimales.			
Multiplico fracciones y números mixtos por números enteros.			
Divido fracciones y números mixtos entre números enteros.			
Resuelvo multiplicaciones con distintos tipos de fracciones.			
Aplico las propiedades de la multiplicación al resolver operaciones con fracciones.			
Comprendo la relación entre los factores y el producto en una multiplicación.			
Identifico el recíproco de un número.			
Resuelvo divisiones con distintos tipos de fracciones.			
Simplifico multiplicaciones y divisiones con fracciones para resolver con mayor facilidad.			
Comprendo la relación entre los términos de una división.			
Resuelvo operaciones combinadas de fracciones sin paréntesis.			
Resuelvo operaciones combinadas de fracciones con paréntesis.			

Unidad 3

Razones, proporciones y porcentajes

En esta unidad aprenderás a:

- Identificar cantidades directamente proporcionales
- Identificar cantidades inversamente proporcionales
- Utilizar la regla de tres directa e inversa
- Comprender el concepto de porcentaje
- Identificar los elementos del porcentaje
- Calcular porcentajes, descuentos, impuestos y comisiones

Lección 1

Proporcionalidad directa

1.1 Repasa tus conocimientos

Recuerda

La razón o relación es el resultado de comparar dos cantidades. Expresa cuántas unidades hay en relación de una cantidad con otra, y se puede realizar mediante el cociente entre estas. El número que resulta de calcular el cociente de ambas cantidades se llama valor de la razón, y puede ser un número natural, un número decimal o una fracción. Ejemplos:

3 : 4	$\frac{3}{4}$	3 : 4	0,75	7 : 1	7
razón	valor de la razón	razón	valor de la razón	razón	valor de la razón

Cuando dos razones tienen el mismo valor se les llama razones equivalentes. A la igualdad entre dos razones equivalentes se le llama proporción. Es decir, si la razón a : b es equivalente a la razón c : d entonces la proporción se puede escribir de dos maneras:

a : b = c : d   a : b :: c : d

Resuelve los siguientes ejercicios.

1. Encuentra la razón equivalente más simple.

- Expresa las razones como fracción y simplifica.

a. 150 : 900   **b.** 80 : 120

2. Comprueba la propiedad fundamental de las proporciones en los siguientes casos.

a. 5 : 7 :: 25 : 35   **b.** 4 : 28 :: 20 : 140

Según la propiedad fundamental de las proporciones, en una proporción a : b :: c : d, se cumple lo siguiente:

a × d = b × c.

3. El batido preferido de Elena se prepara con 1 taza de agua, 100 g de papaya, 25 g de fresa y 1 cucharadita de azúcar. Completa las cantidades que necesita para preparar más porciones.

	Agua	Papaya	Fresa	Azúcar
1 porción	1 taza	100 g	25 g	1 cucharadita
2 porciones				
5 porciones				

× 2
× 5

4. Raúl obtuvo un tanque de pintura verde, usando 3 galones de pintura azul con 2 galones de pintura amarilla.

a. ¿Cuál es el valor de la razón entre pintura azul y amarilla?

b. ¿Cuánta pintura de ambos colores necesita para obtener el doble de esa cantidad y mantener el mismo tono de verde?

5. En una panadería utilizan diariamente 12 kg (12 000 g) de harina y 240 g de levadura. Como esperan una baja en las ventas al día siguiente, van a preparar solo la tercera parte de la cantidad de pan normal.

a. ¿Cuál es el valor de la razón entre harina y levadura?

b. ¿Cuál es la cantidad necesaria de harina y de levadura para el día siguiente?

Para calcular la razón entre dos cantidades, debes asegurarte que estén en la misma unidad de medida.

1.2 Relación de proporcionalidad directa

Desarrollo sostenible

Evitar el desperdicio de agua en actividades diarias como bañarse, lavarse los dientes y cocinar, es una acción que genera un importante impacto en la sostenibilidad del planeta.

Analiza

Antonio abre el grifo y vierte agua en un recipiente con marcas o medidas en litros; toma nota del registro del agua en el recipiente al pasar 1 minuto, 2 minutos, 3 minutos, etc., y escribe los datos en una tabla como la siguiente:

Minutos transcurridos	1	2	3	4
Cantidad de litros	5	10	15	20

a. Partiendo de 1 minuto, ¿qué sucede con la cantidad de litros de agua, si el tiempo se duplica o triplica?

b. De acuerdo con los datos en la tabla, ¿cuál sería la cantidad de litros de agua al pasar 5 minutos o 10 minutos?

Soluciona

a. Mediante la tabla, debes ubicarte en la columna con tiempo 1 min y 5 L. Duplicar o triplicar el tiempo significa efectuar $1 \times 2 = 2$ o $1 \times 3 = 3$. Observa que, si el tiempo se duplica o triplica, la cantidad de litros también se duplica o triplica.

× 3

× 2

Minutos transcurridos	1	2	3	4
Cantidad de litros	5	10	15	20

× 2

× 3

Recuerda

Duplicar una cantidad es multiplicarla por 2, triplicarla es multiplicarla por 3.

R: Cuando los minutos se duplican, la cantidad de litros de agua también se duplican. Si se triplican los minutos, se triplica la cantidad de litros de agua.

b. De 1 a 5 minutos el tiempo ha aumentado 5 veces, entonces la cantidad de litros de agua también aumentará 5 veces; es decir:

$$5 \times 5 = 25$$

Al pasar 10 minutos será de $5 \times 10 = 50$

R: Al pasar 5 minutos la cantidad de agua es de 25 L y a los 10 minutos de 50 L.

Comprende

Dos cantidades son **directamente proporcionales** si al multiplicar o dividir una de ellas por un número, el valor de la otra se obtiene multiplicando o dividiendo por el mismo número. Este tipo de relaciones entre cantidades se puede representar mediante tablas.

En el problema inicial, los minutos transcurridos y la cantidad de litros de agua son magnitudes directamente proporcionales.

Observa cómo se hace

Si un paquete de galletas contiene 6 unidades, entonces el total de galletas es directamente proporcional a la cantidad de paquetes que se tengan. Para representar esta relación se puede usar una tabla y calcular más valores.

- Como son cantidades directamente proporcionales, al duplicarse la cantidad de paquetes también se duplica el total de galletas y así sucesivamente; es decir:

× 3

× 2

Cantidad de paquetes	1	2	3	4	5
Total de galletas	6	12	18	24	30

× 2

× 3

Resuelve

1. Completa las tablas que presentan relaciones entre dos cantidades directamente proporcionales según la situación descrita.

a. La distancia recorrida por un automóvil con una rapidez constante es directamente proporcional a la cantidad de tiempo transcurrido en horas.

Tiempo transcurrido (horas)	1	2	3	4	5
Distancia recorrida (km)	40				

b. El precio a pagar por cierta cantidad de manzanas es directamente proporcional a la cantidad de manzanas compradas.

Cantidad de manzanas	1	2	3	4	5
Precio (balboas)	0,35	0,70	1,05		

¿Sabías que...?

Si durante todo el recorrido un vehículo mantiene la misma rapidez, se dice que viaja con una rapidez constante.

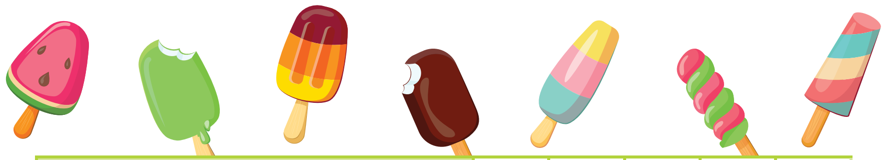
Usa calculadora en el ejercicio **b.**

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 46

1.3 Propiedad de la proporcionalidad directa

Analiza

Samanta hace helados caseros para vender. Durante 5 días registró la cantidad de helados vendidos y la cantidad de dinero obtenida por esas ventas en una tabla como la siguiente:



Cantidad de helados	8	5	3	4	6
Dinero obtenido en balboas	4	2,5	1,5	2	3

a. ¿Qué valores se obtienen al dividir el dinero obtenido entre la cantidad de helados correspondiente en cada caso?

b. ¿Qué representa ese valor?

En el caso de operaciones que involucran decimales o con un mayor nivel de dificultad es recomendable utilizar la calculadora.

Soluciona

a. Se calcula el cociente en cada caso. Por ejemplo, si se vendieron 8 helados y se obtuvieron 4 balboas el cociente es 4 ÷ 8 = 0,5. De la misma manera se calculan los otros cocientes:

- 2,5 ÷ 5 = 0,5
- 1,5 ÷ 3 = 0,5
- 2 ÷ 4 = 0,5
- 3 ÷ 6 = 0,5

R: El cociente es el mismo en todos los casos.

b. El resultado de dividir el monto obtenido entre la cantidad de helados vendidos da como resultado el precio de un helado.

R: El valor 0,5 es lo que cuesta un helado.

Recuerda

Una cantidad es constante cuando su valor no cambia, es decir, siempre es el mismo.

Comprende

La **propiedad de la proporcionalidad directa** establece lo siguiente:

Cuando dos cantidades son directamente proporcionales, el cociente que se obtiene al dividir una entre otra siempre resulta el mismo número. Ese valor se conoce como **constante o razón de proporcionalidad directa.**

Observa cómo se hace

La cantidad de personas que atiende un doctor es directamente proporcional a la cantidad de horas que trabaja, según las cantidades indicadas en la tabla.

Horas trabajadas	2	3	5	7	8
Personas atendidas	4	6	10	14	16

- En este caso se halla el cociente dividiendo la cantidad de personas atendidas entre las horas trabajadas correspondientes.
  - ✦ $4 \div 2 = 2$
  - ✦ $10 \div 5 = 2$
  - ✦ $6 \div 3 = 2$
  - ✦ $14 \div 7 = 2$
  - ✦ $16 \div 8 = 2$
- La constante de proporcionalidad es de 2, esto significa que el doctor atiende 2 personas cada hora.

¿Qué pasaría?

Si se divide las horas trabajadas entre la cantidad de personas correspondiente, el valor que se obtiene siempre es el mismo, en ese caso sería $\frac{1}{2}$.
Esto significa que tarda media hora en atender a una persona.

Resuelve

1. Encuentra la constante de proporcionalidad directa, según la situación descrita en cada caso y anota lo que significa.

a. En la siguiente tabla se muestra la relación entre la longitud (en metros) y el peso (en gramos) de cierto tipo de alambre.

Longitud (m)	1	2	3	4	5	6
Peso (g)	7	14	21	28	35	42

Constante de proporcionalidad (peso / longitud): ____________

Interpretación: ____

b. En la siguiente tabla se muestra la relación entre la cantidad de tela (en metros) y la cantidad de camisas que se pueden confeccionar.

Tela (m)	2	4	6	8	10	12
Camisas	3	6	9	12	15	18

Constante de proporcionalidad (cantidad de camisas / metros de tela): ____________

Interpretación: ____

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 47

¿Qué pasaría?
A partir de una proporcionalidad directa entre dos cantidades es posible plantear muchas proporciones. Por ejemplo, a partir de la tabla de longitud y peso de una varilla se pueden obtener las siguientes:

- 1 : 3 :: 2 : 6
- 3 : 9 :: 4 : 12

1.4 Identificación de cantidades directamente proporcionales

Analiza

¿Cuáles de las siguientes cantidades son directamente proporcionales?

a. La longitud y el peso de una varilla de hierro.

Longitud (m)	1	2	3	4	5
Peso (kg)	3	6	9	12	15

b. El número y el peso de algunos libros en la biblioteca de la escuela.

N.º de libros	1	2	3	4	5
Peso (g)	230	350	530	990	1570

Soluciona

a. Verifica si al aumentar la longitud cierta cantidad de veces, el peso aumenta en esa misma cantidad de veces:

× 5
× 2 × 2

Longitud (m)	1	2	3	4	5
Peso (kg)	3	6	9	12	15

× 2 × 2
× 5

R: Sí son directamente proporcionales.

b. Calcula en cada caso el cociente del peso entre la cantidad de libros.

N.º de libros	1	2	3	4	5
Peso (g)	230	350	540	990	1570
Cociente	230	175	180	247,5	314

R: No son directamente proporcionales, porque el cociente no es el mismo en todos los casos.

Observa que si dos cantidades son directamente proporcionales, cuando una aumenta, la otra lo hace en la misma proporción y si una disminuye, la otra lo hace en la misma proporción.

Comprende

Para **identificar si dos magnitudes son directamente proporcionales** se verifica una de las siguientes condiciones:

- Cuando una de ellas se multiplica por 2, por 3, por 4, etc., la otra también se multiplica por 2, por 3, por 4 respectivamente.
- El cociente entre las dos cantidades siempre resulta un mismo número (propiedad de la proporcionalidad directa).

Resuelve

1. Escribe ✓ si las cantidades son directamente proporcionales o coloca ✗ si no lo son; justifica tu respuesta.

a. La cantidad de hojas de papel y su peso en gramos.

Cantidad de hojas	1	2	3	4	5
Peso	2	4	6	8	10

☐ ______________________________

b. La cantidad de cortes en una tira y el número de trozos obtenidos.

Número de cortes	1	2	3	4	5
Número de trozos	2	3	4	5	6

☐ ______________________________

c. La cantidad de kilogramos de carne y el total a pagar en balboas.

Kilogramos de carne	1	2	3	4	5
Total a pagar	5	10	15	20	25

☐ ______________________________

d. La medida del lado de un cuadrado en metros y su área en metros cuadrados.

Lado de un cuadrado	1	2	3	4	5
Área (m^2)	1	4	9	16	25

☐ ______________________________

Desafíate

1. Completa la tabla con un ejemplo de dos cantidades directamente proporcionales.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 48

1.5 Aplicaciones de cantidades directamente proporcionales

Analiza

¿Cómo se puede empacar un paquete de 300 hojas de papel bond sin contarlas una a una? Observa la estrategia y la información de María y Antonio:

El peso es directamente proporcional a la cantidad de hojas. Puedo resolver utilizando el peso de un paquete de 10 hojas.

María

Antonio

La altura es directamente proporcional a la cantidad de hojas. Puedo resolver utilizando la altura de un paquete de 100 hojas.

N.° de hojas	10	300
Peso (g)	40	a

N.° de hojas	100	300
Altura (cm)	1	b

En matemática se utilizan comúnmente letras para representar cantidades desconocidas; por ejemplo, en las tablas, las letras **a** y **b** representan el peso que no se conoce.

Soluciona

Estrategia de María

Con el peso de un paquete de 10 hojas, se puede calcular el peso de una hoja, y luego el de las 300:

- Peso de una hoja (g): 40 ÷ 10 = 4
- Peso de 300 hojas (g): 4 × 300 = 1200

R: Se empaca un paquete que pese 1200 g.

Estrategia de Antonio

Con la altura de un paquete de 100 hojas, se calcula la altura de las 300 hojas. Si la cantidad de hojas se triplica, el peso también se triplica:

× 3

N.° de hojas	100	300
Altura (cm)	1	3

× 3

R: Se empaca un paquete de 3 cm de altura.

Comprende

La **proporcionalidad directa** entre dos cantidades se puede aplicar para resolver de una manera más sencilla algunas situaciones de la vida cotidiana, como en el problema inicial.

Para resolver este tipo de situaciones se toma en cuenta que al multiplicar una de las cantidades por cierto número, la cantidad correspondiente se obtiene multiplicando por el mismo número.

Observa cómo se hace

Se sabe que 15 tuercas del mismo tipo pesan 32 g, entonces para empacar 120 tuercas, sin contarlas una a una, se representa la situación en una tabla y se aplica una estrategia similar a la de Antonio:

N.° de tuercas	15	120
Peso (g)	32	a

- El peso de las tuercas es directamente proporcional a su cantidad.
- Se averigua por cuál número se multiplicó 15 para obtener 120; es decir, 120 ÷ 15 = 8, entonces se multiplica el peso también por 8.
- 32 × 8 = 256
- **R**: Se empaca un paquete de 256 g

¿Qué pasaría?

Si se aplica una estrategia similar a la de María, habría que averiguar el peso de una tuerca y luego multiplicar ese peso por 120 para averiguar el peso del paquete que se debe empacar.

Resuelve

1. En una librería organizan paquetes de 750 pliegos de cartulina. Si un paquete de 150 pliegos mide 3 cm, ¿cómo preparar un paquete de 750 pliegos sin contarlos uno a uno?

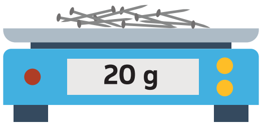
N.° de pliegos	150	750
Altura (cm)	3	a

2. El padre de Gabriel prepara una fiesta de cumpleaños para su hijo con emparedados de jamón. Él tarda unos 8 minutos en preparar 10 emparedados. ¿Cuánto tiempo le tomará preparar 40?

Cantidad de emparedados	10	40
Tiempo (en min)	8	a

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 49

1.6 Proporcionalidad directa con un dato desconocido



Báscula: *Instrumento para medir la masa de objetos.*

Analiza

Al pesar 90 clavos del mismo tipo en una báscula pesan 180 g; en la misma báscula se coloca un puñado de estos clavos y pesan 20 g. ¿Cuántos clavos hay sobre la báscula?

Soluciona

Se representa la relación entre las cantidades en una tabla y se asigna la letra **a** para el valor desconocido.

N.° de clavos	a	90
Peso (g)	20	180

Se calcula la constante de proporcionalidad con los dos datos conocidos:

$$180 \div 90 = 2$$

La constante de proporcionalidad indica que el peso de un clavo es de 2 g; por lo tanto, para saber qué cantidad de clavos pesan 20 g se resuelve la división:

$$20 \div 2 = 10$$

R: Sobre la báscula hay 10 clavos.

¿Qué pasaría?
La situación también se puede resolver hallando la variación entre 20 y 180; es decir, que se multiplicó por 9, entonces para calcular la cantidad de clavos se resuelve $90 \div 9 = 10$.

Comprende

Aplicando la definición o la propiedad de proporcionalidad directa, se puede **encontrar un valor desconocido de dos cantidades que son directamente proporcionales.**

Para esto, primero se representan los datos dados en una tabla, identificando el valor desconocido con una letra. Luego, se utiliza alguna de estas estrategias:

- Calcular la constante de proporcionalidad directa y dividir o multiplicar según corresponda.
- Observar la variación que existe entre los dos valores conocidos de la tabla que se ubican en la misma fila y aplicar esa misma variación para calcular el dato desconocido.

Observa cómo se hace

Se sabe que para elaborar 20 moños se utilizaron 30 m de cinta. Si se quiere calcular la cantidad de moños del mismo tipo que se pueden hacer con 45 m, se dan los siguientes pasos:

- Se representan los datos en una tabla.
- Se utiliza la letra **a** para identificar la cantidad de moños desconocida.

Cantidad de moños	20	a
Metros de cinta	30	45

- Se calcula la constante de proporcionalidad.

$$\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$$

- Se divide la cantidad de metros de cinta entre la constante.

$$45 \div \frac{3}{2} = 45 \times \frac{2}{3} = 30$$

R: Con 45 m de cinta se pueden hacer 30 moños.

La constante de proporcionalidad se debe ver como una razón, por ejemplo la constante en la situación de los lazos es $\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$ eso quiere decir que por cada 3 m de cinta se pueden confeccionar 2 moños.

Resuelve

1. El señor José fue a una gasolinera, solicitó 4 litros de gasolina y pagó B/.3,6. La señora Adela compró del mismo combustible, en el mismo lugar y el costo de la compra fue B/.9. ¿Cuántos litros de gasolina compró la señora Adela?

Cantidad de gasolina (L)	4	a
Precio (balboas)	3,6	9

2. Al pesar 36 canicas iguales en una báscula se obtienen 324 g. En la misma báscula se pesa otro grupo del mismo tipo de canicas y pesan 81 g. ¿Cuántas canicas se pesaron la segunda vez?

N.° de canicas	36	a
Peso (g)	324	81

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 50

1.7 Practica lo aprendido

1. Identifica si las siguientes cantidades son directamente proporcionales o no. Justifica tu respuesta.

   a. El número de cajas de lapiceros y la cantidad de lapiceros.

N.° de cajas	1	2	3	4	5
N.° de lapiceros	12	24	36	48	60

   b. Las edades de María y Juan al pasar los años.

Edad de María	15	16	17	18	19
Edad de Juan	12	13	14	15	16

2. Completa la siguiente tabla con los datos del área de un rectángulo de base 4 cm, cuando su altura es 1 cm, 2 cm, 3 cm, 4 cm y 5 cm.
   - Justifica si son cantidades directamente proporcionales y calcula la constante de proporcionalidad. Recuerda que el área de un rectángulo es base por altura.

Altura (cm)	1	2	3	4	5
Área (cm^2)					

Soluciona problemas

3. En una fábrica de bombones deben preparar bolsas con 32 unidades y se sabe que 8 bombones pesan 72 g. ¿Cómo se puede preparar una bolsa sin contar los bombones uno a uno?

N.° de bombones	8	32
Peso (g)	72	a

4. Ana compró 36 platos por 108 balboas; su amiga compró otra cantidad de estos mismos platos en el mismo lugar y pagó 27 balboas. ¿Cuántos platos compró la amiga de Ana?

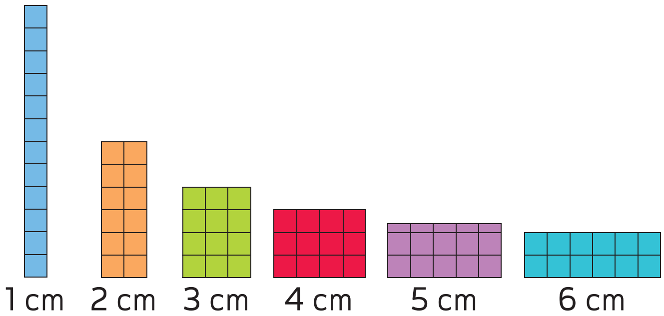
N.° de platos	a	36
Costo (balboas)	27	108

Proporcionalidad inversa

2.1 Relación de proporcionalidad inversa

Analiza

Carlos y Ana están dibujando rectángulos de 12 cm^2 de área como se muestran en las figuras.



a. ¿Cómo cambia la longitud de la altura a medida que la longitud de la base aumenta?

b. Si la longitud de la base se multiplica por 2 o por 3, ¿cómo cambia la longitud de la altura?

Recuerda

El área de un rectángulo se obtiene multiplicando la medida de su base por la medida de su altura.

Soluciona

a. Observa que al aumentar la longitud de la base, la longitud de la altura disminuye para mantener el área igual a 12 cm^2. Entonces, al representar los datos en una tabla se obtiene lo siguiente:

Base (cm)	1	2	3	4	5	6
Altura (cm)	12	6	4	3	2,4	2

Observa que el resultado es 12 en todos los casos:

- 1 × 12 = 12
- 2 × 6 = 12
- 3 × 4 = 12
- 5 × 2,4 = 12
- 6 × 2 = 12

b. Cuando la longitud de la base se multiplica por 2, por 3, etc., la longitud de la altura se divide entre 2, entre 3, etc., respectivamente.

× 6

× 3

× 3   × 2

Base (cm)	1	2	3	4	5	6
Altura (cm)	12	6	4	3	2,4	2

÷ 3   ÷ 2

÷ 3

÷ 6

En el problema inicial, la base y la altura del rectángulo son magnitudes inversamente proporcionales.

Comprende

Dos cantidades son **inversamente proporcionales** si al multiplicar una de ellas por un número, el valor de la otra se obtiene dividiendo entre ese mismo número. Este tipo de relaciones entre cantidades se llama **proporcionalidad inversa** y se puede representar mediante tablas.

Observa cómo se hace

Si un estudiante debe realizar 24 horas de trabajo comunitario, la cantidad de días que tarde en cumplirlas es inversamente proporcional a la cantidad de horas que trabaje cada día. Para representar esta relación se puede usar una tabla.

- Como son cantidades inversamente proporcionales, al duplicarse la cantidad de horas diarias de trabajo, la cantidad de días se divide entre 2 y así sucesivamente; es decir:

× 3

× 2

Horas diarias de trabajo	1	2	3	4	5
Cantidad de días	24	12	8	6	4,8

÷ 2

÷ 3

¿Qué pasaría?

Si dos cantidades son inversamente proporcionales y una se divide entre un número, la otra se obtiene al multiplicar por ese mismo número.

Resuelve

1. Completa las tablas que presentan relaciones entre dos cantidades inversamente proporcionales según la situación descrita en cada caso.

a. La cantidad de personas y el área que puede ocupar cada una en un salón de 36 m^2.

× 3 × 2

Número de personas	1	2	3	4
Área por persona (m^2)	36	18		

b. Las medidas que pueden tener la base y la altura de un rectángulo de 18 cm^2.

Base (cm)	1	2	3	4	5	6
Altura (cm)						

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 51

2.2 Propiedad de la proporcionalidad inversa

Analiza

Ricardo debe contratar un grupo de trabajadores para completar una obra. En la tabla se muestra la relación entre la cantidad de trabajadores y los días que tardarían en concluir el trabajo.

Cantidad de trabajadores	5	10	15	20	25
Días en concluir la obra	120	60	40	30	24

a. ¿Qué valores se obtienen al multiplicar la cantidad de trabajadores por los días correspondiente en cada caso?

b. ¿Qué representa ese valor?

La cantidad de días que se tarda en concluir la obra, es inversamente proporcional a la cantidad de trabajadores. Por eso, cuando la cantidad de trabajadores se duplica, la cantidad de días de trabajo se divide entre 2. Ocurre algo similar en los demás casos.

Soluciona

a. Se calcula el producto en cada caso. Ejemplo, si se contratan 5 trabajadores y tardan 120 días, el producto sería 600. De la misma manera se calculan los otros productos:

- $10 \times 60 = 600$
- $15 \times 40 = 600$
- $20 \times 30 = 600$
- $25 \times 24 = 600$

R: El producto es el mismo en todos los casos.

b. El producto anterior representa la cantidad total de días que tardaría un solo trabajador en completar la obra.

R: Un solo trabajador tardaría 600 días.

Comprende

La **propiedad de la proporcionalidad inversa** establece lo siguiente:

Cuando dos magnitudes son inversamente proporcionales, el producto de multiplicar dos cantidades correspondientes es siempre el mismo número. Ese valor se conoce como **constante de proporcionalidad inversa**.

Observa cómo se hace

El tiempo en minutos que tarda una piscina en llenarse es inversamente proporcional a la cantidad de litros de agua por minuto que se vierten en la piscina, según la siguiente tabla.

Litros de agua por minuto	150	300	450	600	750
Tiempo en minutos	150	75	50	37,5	30

- Se multiplican los litros de agua por minuto vertidos en la piscina por el tiempo en minutos correspondiente.
  - ✦ 150 × 150 = 22 500
  - ✦ 300 × 75 = 22 500
  - ✦ 450 × 50 = 22 500
  - ✦ 600 × 37,5 = 22 500
  - ✦ 750 × 30 = 22 500
- La constante de proporcionalidad es de 22 500. Esto significa que la capacidad de la piscina es de 22 500 L.

Resuelve

1. Encuentra la constante de proporcionalidad inversa, según la situación descrita en cada caso, y escribe lo que significa.

a. Una botella con jugo se repartirá en vasos. La tabla presenta la cantidad de líquido que se debería colocar en cada vaso, dependiendo del número de vasos.

N.º de vasos	2	4	8	10
Cantidad de líquido (ml)	500	250	125	100

Constante de proporcionalidad: ______________

Interpretación: ____

b. La siguiente tabla muestra la relación entre los datos de la rapidez a la que podría viajar un automóvil y el tiempo que tardaría para ir de La Chorrera a Altos de Tocumen.

Rapidez (km/h)	5	10	20	30	60
Tiempo (horas)	12	6	3	2	1

Constante de proporcionalidad: ______________

Interpretación: ____

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 52

2.3 Identificación de cantidades inversamente proporcionales

Analiza

¿Cuáles de las siguientes cantidades son inversamente proporcionales?

a. La rapidez y el tiempo que tarda un auto en recorrer cierta distancia.

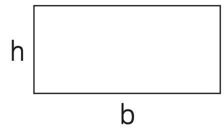
Rapidez (km/h)	5	10	20	40	80
Tiempo (horas)	16	8	4	2	1

b. Las longitudes de la base y la altura de un rectángulo de 18 cm de perímetro.

Base (cm)	1	2	3	4	5	6
Altura (cm)	8	7	6	5	4	3

Recuerda

El perímetro (P) de un polígono se calcula sumando sus lados. En el caso del rectángulo se suma su base (b) y su altura (h) y se multiplica por 2.



$P = 2 \times (b + h)$

Soluciona

a. Verifica si al aumentar la rapidez cierta cantidad de veces, el tiempo disminuye en esa misma cantidad de veces:

× 16

× 2 × 4

Rapidez (km/h)	5	10	20	40	80
Tiempo (horas)	16	8	4	2	1

÷ 2 ÷ 4

÷ 16

R: Sí son inversamente proporcionales.

b. Calcula en cada caso el producto de la base por la altura.

Base (cm)	1	2	3	4	5	6
Altura (cm)	8	7	6	5	4	3
Base × altura	8	14	18	20	20	18

R: No son inversamente proporcionales, porque el producto no es el mismo en todos los casos.

La multiplicación y la división son operaciones inversas. Por esta razón, en las proporcionalidades inversas, si una cantidad se multiplica por un número, la otra se divide.

Comprende

Para **identificar si dos magnitudes son inversamente proporcionales**, se verifica una de las siguientes condiciones:

- Cuando una de ellas se multiplica por 2, por 3, por 4, etc., la otra se divide entre 2, entre 3, entre 4, etc., respectivamente.
- El producto entre las dos cantidades siempre resulta un mismo número (propiedad de la proporcionalidad inversa).

Resuelve

1. Escribe ✓ si las cantidades son inversamente proporcionales o coloca ✗ si no lo son; justifica tu respuesta.

a. El número de estudiantes para una excursión y el monto a pagar por estudiante.

N.° de estudiantes	5	10	15	20	25
Monto (balboas)	30	15	10	7,5	6

☐ ______________________
____

b. El número de gallinas y la cantidad de días que dura el alimento en una granja.

N.° de gallinas	200	400	600	800
N.° de días	30	15	10	7,5

☐ ______________________
____

c. El peso de un dulce en gramos y la cantidad de gramos de crema necesaria para cubrirlo.

Peso del dulce (g)	300	400	500	600
Cantidad de crema (g)	100	150	175	200

☐ ______________________
____

d. La cantidad de viajes necesarios para transportar una carga y la cantidad de vehículos utilizados.

Cantidad de vehículos	1	2	4	5
Cantidad de viajes	40	20	10	8

☐ ______________________
____

Desafíate

1. Completa la tabla con un ejemplo de dos cantidades inversamente proporcionales.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 53

2.4 Proporcionalidad inversa con un dato desconocido

Analiza

Un automóvil circula a 60 km/h y tarda 2 horas en ir de Santiago a Penonomé. Si vuelve a realizar el viaje a una rapidez de 20 km/h, ¿cuánto tiempo tardará?

Soluciona

Se representa la relación entre las cantidades en una tabla y se asigna la letra a para el valor desconocido.

Rapidez (km/h)	60	20
Tiempo (h)	2	a

÷ 3

× 3

Se observa que el cambio en la rapidez se obtuvo dividiendo entre 3; por lo tanto, el cambio en el tiempo se obtiene multiplicando por 3. Es decir:

$$2 \times 3 = 6$$

R: Con una rapidez de 20 km/h tardará 6 horas en realizar el viaje.

¿Qué pasaría?

También se podría resolver la situación hallando la constante de proporcionalidad inversa y dividiendo entre 20 para así conocer el valor de a. Es decir:

- $60 \times 2 = 120$
- $120 \div 20 = 6$

Comprende

Aplicando la propiedad de proporcionalidad inversa, se puede **encontrar un valor desconocido de dos cantidades que son inversamente proporcionales.** Primero se representan los datos en una tabla y se identifica el valor desconocido con una letra. Luego, se utiliza alguna de estas estrategias:

- Calcular la constante de proporcionalidad inversa y dividir o multiplicar según corresponda.
- Observar la variación entre los dos valores conocidos de la tabla ubicados en la misma fila y aplicar la variación inversa para calcular el dato desconocido. (Si en una fila se multiplicó por un número, en el otro se divide). Por ejemplo:

Rapidez (km/h)	60	120	→ Se multiplicó por 2.	
Tiempo (h)	2	a	→ Se divide entre 2.	→ $a = 2 \div 2 = 1$

¿Qué pasaría?

Entre las baldosas grandes y las pequeñas, el área varía a razón de $\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$. Por lo tanto, para averiguar la cantidad desconocida se multiplica 40 por $\frac{3}{2}$. Así:

$$40 \times \frac{3}{2} = 60$$

Observa cómo se hace

Se sabe que para cubrir un piso se necesitan 40 baldosas de 30 cm^2. ¿Cuántas baldosas de 20 cm^2 se necesitarán para cubrir la misma superficie?

- Se representan los datos en una tabla.
- Se utiliza la letra **a** para identificar la cantidad de baldosas desconocida.

Área de la baldosa	30	20
Cantidad de baldosas	40	a

- Se calcula la constante de proporcionalidad inversa.

$$30 \times 40 = 1200$$

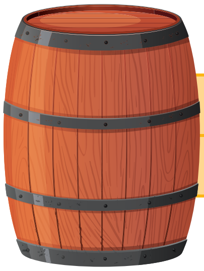
- Se divide la constante entre el área de las baldosas más pequeñas.

$$1200 \div 20 = 60$$

R: Se necesitan 60 baldosas de 20 cm^2.

Resuelve

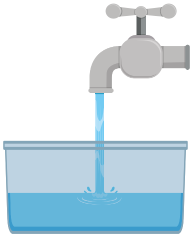
1. Hay 8 tanques llenos de vinagre, con 200 litros cada uno. Se quiere envasar la misma cantidad de vinagre en 32 tanques iguales llenándolos completamente. ¿Cuál debe ser la capacidad de estos tanques?



N.º de tanques	8	32
Capacidad (litros)	200	a

2. Se llena un recipiente en 6 horas, utilizando 4 grifos que vierten la misma cantidad de agua de forma constante. Si se usan 8 grifos con este mismo flujo de agua, ¿cuánto tiempo tardará en llenar el recipiente?

N.º de grifos	4	8
Tiempo (horas)	6	a



Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 54

2.5 Proporcionalidad directa e inversa

Analiza

¿Cuáles de las cantidades representadas en las tablas son directamente proporcionales o inversamente proporcionales?

a. La velocidad de un auto y el tiempo que tarda en recorrer 120 km de distancia.

Rapidez (km/h)	20	40	60	80
Tiempo (horas)	6	3	2	1,5

b. La longitud de un alambre y su peso.

Longitud (m)	2	4	6	8
Peso (g)	18	36	54	72

c. La base y la altura de un rectángulo de perímetro 16 cm.

Base (cm)	1	2	3	4	5
Altura (cm)	7	6	5	4	3

Soluciona

a. Al multiplicar, todos los productos son iguales.
- $20 \times 6 = 120$
- $40 \times 3 = 120$
- $60 \times 2 = 120$
- $80 \times 1{,}5 = 120$

Por lo tanto, son inversamente proporcionales.

b. Al dividir, todos los cocientes son iguales.
- $18 \div 2 = 9$
- $36 \div 4 = 9$
- $54 \div 6 = 9$
- $72 \div 8 = 9$

Por lo tanto, son directamente proporcionales.

c. Al multiplicar, los productos no son iguales y al dividir, los cocientes tampoco lo son.

Por lo tanto, no son proporcionales. Es decir, no existe ningún tipo de proporción entre ellas, ni directa, ni inversa.

Se prueba dividiendo cada pareja de cantidades para identificar si son directamente proporcionales o multiplicando para observar si son inversamente proporcionales. Si no se cumple ninguna de las dos, entonces no son proporcionales.

Comprende

Se identifica si dos cantidades son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de las dos, verificando si el producto o el cociente es constante.

Resuelve

1. Escribe **D** si las cantidades son directamente proporcionales, una **I** si son inversamente proporcionales o una **N** si no cumplen ninguna proporcionalidad; justifica tu respuesta.
   - Completa las tablas con los productos y los cocientes entre las cantidades.

   a. El número de trabajadores y la cantidad de días que tardan en pintar una casa.

N.° de trabajadores	4	8	12	16
N.° de días	12	6	4	3
Cociente				
Producto				

Justificación: ____________________

   b. El número de páginas de un libro y su peso.

N.° de páginas	150	300	450	600
Peso en lb	2	4	6	8
Cociente				
Producto				

Justificación: ____________________

   c. Las edades de Marta y Beatriz.

Edad de Marta	10	11	12	13
Edad de Beatriz	7	8	9	10
Cociente				
Producto				

Justificación: ____________________

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 55

2.6 Practica lo aprendido

1. Completa las tablas según las proporcionalidades inversas descritas en cada caso.

a. La siguiente tabla muestra la relación entre la cantidad de gallinas en una granja y el tiempo que tardan en comer cierta cantidad de alimento.

N.° de gallinas	50	100	150	200	300	400
Tiempo (días)	48					

El área de un romboide se obtiene multiplicando la base por la altura.

b. La tabla muestra los posibles valores que puede tomar la base y la altura de un romboide de área 120 cm^2.

Base (cm)	1	2	3	4	5
Altura (cm)	120				

Soluciona problemas

2. Si 6 trabajadores siembran una parcela con maíz en 4 días, ¿cuánto tardarían en sembrar la misma parcela 12 trabajadores trabajando al mismo ritmo?

N.° de trabajadores	6	12
Tiempo (días)	4	a

3. Sergio compró cierta cantidad de refresco para su fiesta de cumpleaños, si sirve vasos con 0,25 L cada uno, rinde para 20 personas. Si desea que alcance para 25 personas, ¿cuántos litros debe servir en cada vaso?

Cantidad de personas	20	25
Cantidad de litros por vaso	0,25	a

Regla de tres

3.1 Regla de tres directa

Analiza

En el supermercado, Julia encontró el yogur de fresa en oferta y compró 6. Pagó por ellos 5,1 balboas. ¿Cuánto le costarían 8 yogures a ese mismo precio?

Soluciona

La cantidad de yogures y el precio están en una relación de proporcionalidad directa. Al aumentar el número de envases, el precio aumentará proporcionalmente. Si establecemos que **P** = precio de 8 yogures, entonces:

Cantidad de Yogures	6	8
Precio	5,1	P

Se obtiene una proporción cuando se igualan dos razones que son equivalentes.

Como la razón entre la cantidad de yogur y el precio siempre es la misma, se puede plantear la siguiente proporción:

$$\frac{6}{5{,}1} = \frac{8}{P}$$

Donde el valor de **P** se calcula considerando la constante de proporcionalidad directa, que en este caso es 5,1 ÷ 6 = 0,85.

$$P = 8 \times 0{,}85 = 6{,}8$$

R: Los 8 yogures le costarían 6,8 balboas.

Comprende

La **regla de tres** es una forma de resolver problemas entre tres valores conocidos y uno desconocido, estableciendo una relación de proporcionalidad entre ellos. Puede ser directa o inversa.

Regla de tres directa

Para aplicar la regla de tres directa se plantea de la siguiente forma: se igualan dos razones equivalentes según la proporcionalidad dada, de manera que uno de los valores de la proporción corresponda al dato desconocido. Luego se aplica la propiedad fundamental de las proporciones para calcular su valor.

Recuerda

La propiedad fundamental de las proporciones establece que si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ entonces $a \times d = b \times c$.

La **regla de tres directa** se representa de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{\textbf{d}} \rightarrow \textbf{d} = b \times c \div a \quad \text{o} \quad \textbf{d} = \frac{b \times c}{a}$$

La forma usual de recordar la regla de tres es multiplicar en cruz los dos valores conocidos y dividir entre el valor restante.

¿Qué pasaría?

Si el valor que se desconoce es algún numerador, entonces se aplica la regla de tres directa de la siguiente manera:

$$\frac{\textbf{a}}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\textbf{a} = b \times c \div d$$

o

$$\textbf{a} = \frac{b \times c}{d}$$

Observa cómo se hace

Si se sabe que 3 monedas pesan 18 g, se puede calcular el peso de 8 monedas mediante la regla de 3.

- El peso es directamente proporcional a la cantidad de monedas. Se ordenan los datos en una tabla y se utiliza la regla de tres directa:

N.° de monedas	3	8
Peso (g)	18	d

$$\rightarrow \frac{3}{18} = \frac{8}{\textbf{d}}$$

$$\textbf{d} = \frac{18 \times 8}{3}$$

$$\textbf{d} = 48$$

R: Las 8 monedas pesan 48 g.

Resuelve

1. Calcula el valor desconocido en cada proporción aplicando la regla de tres.

a. $\frac{\textbf{d}}{18} = \frac{5}{6}$ **b.** $\frac{11}{15} = \frac{\textbf{d}}{45}$ **c.** $\frac{2}{\textbf{d}} = \frac{8}{20}$

2. Si el perro de Lucrecia consumió 800 g de alimento en 5 días, ¿cuánto le durará un paquete de 4 kg?

3. En la casa de la familia Barrios, debido a una fuga de agua se perdieron 2 litros de líquido en 8 horas. ¿Cuánta agua se desperdiciará en 24 horas?

Para aplicar la regla de tres, todas las cantidades deben estar expresadas en la misma unidad de media. En el problema 2 considera que 4 kg = 4000 g.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 56

3.2 Regla de tres inversa

Analiza

Si 6 albañiles tardan 5 horas en construir una pared, ¿cuánto tiempo tardarían 3 albañiles en realizar ese mismo trabajo?

Recuerda

La propiedad de la proporción inversa dice que el producto de dos cantidades inversamente proporcionales siempre es el mismo.

Soluciona

La cantidad de albañiles y el tiempo están en una relación de proporcionalidad inversa. Al reducir el número de albañiles, el tiempo aumentará proporcionalmente. Si establecemos que **T** = tiempo con 3 albañiles, entonces se puede plantear la relación entre cantidades de la siguiente manera:

Cantidad de albañiles	6	3
Tiempo que tardan	5	**T**

Como el producto de la cantidad de albañiles por el tiempo que tardan siempre es el mismo, se puede plantear la siguiente igualdad:

$$6 \times 5 = 3 \times T$$

Donde el valor de **T** se calcula considerando la constante de proporcionalidad directa, que en este caso es 6 × 5 = 30.

$$T = 30 \div 3 = 10$$

R: El tiempo que tardarían 3 albañiles en construir la pared son 10 horas.

¿Qué pasaría?

Si el valor que se desconoce es algún numerador, entonces se aplica la regla de tres inversa de la siguiente manera:

$$a \times b = c \times d$$

$$a = c \times d \div b$$

o

$$a = \frac{c \times d}{b}$$

Comprende

Regla de tres inversa

Si se conocen dos cantidades inversamente proporcionales y una tercera, es posible determinar el valor de la cantidad desconocida que se relaciona con ese tercer valor. Para esto, se utiliza la propiedad de la proporcionalidad inversa y con base en esta se halla el valor desconocido. La regla de tres inversa se representa de la siguiente manera:

Cantidad A	a	÷ c
Cantidad B	× b	**d**

$\rightarrow$ $a \times b = c \times d$ $\rightarrow$ $d = a \times b \div c$

$$d = \frac{a \times b}{c}$$

Observa cómo se hace

Si en una fábrica, 3 máquinas hornean 2000 galletas en 8 horas, es posible averiguar cuánto tiempo se tardará en hornear ese mismo número de galletas si una de las máquinas se descompone.

- El número de máquinas y la cantidad de horas son inversamente proporcionales. Se ordenan los datos en una tabla y se utiliza la regla de tres inversa:

N.° de máquinas	3	÷ 2
Tiempo (horas)	× 8	d

$\rightarrow$ $d = \dfrac{3 \times 8}{2} = 12$

- **R**: Si se daña una máquina, se tardarán 12 horas en hornear las 2000 galletas.

Resuelve

1. Calcula el valor desconocido en cada tabla aplicando la regla de tres inversa.
   - Considera que las cantidades son inversamente proporcionales.

a.

Cantidad A	8	d
Cantidad B	7	14

b.

Cantidad A	3	5
Cantidad B	d	6

2. La madre de Alonso tardó 49 minutos en llegar de Colón a Panamá en su moto, a una velocidad promedio de 80 km/h. ¿Cuánto tardaría si viaja a 70 km/h?

3. Una piscina se llena en 12 horas si se abren 3 mangueras. ¿Cuánto tardaría si se abren 4 mangueras con un fluido de agua constante?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 57

3.3 Practica lo aprendido

1. Calcula el valor desconocido **d** en cada tabla mediante regla de tres directa o inversa.

a. A y B son directamente proporcionales

Cantidad A	1	8
Cantidad B	5	**d**

b. A y B son directamente proporcionales

Cantidad A	**d**	6
Cantidad B	3	9

c. A y B son inversamente proporcionales

Cantidad A	10	**d**
Cantidad B	7	2

d. A y B son inversamente proporcionales

Cantidad A	9	24
Cantidad B	**d**	3

Soluciona problemas

2. Si para construir un muro de contención en 36 días se necesitan 15 obreros, ¿cuántos trabajadores serán necesarios para realizar la misma obra en 27 días?

3. Un incendio forestal avanzó 12 km en 3 horas. Si se desarrolla a un ritmo constante y no hay ninguna intervención humana, ¿cuánto habrá avanzado en 8 horas?

Desafíate

1. Para sembrar un terreno de 4 hectáreas de maíz, Inés tarda 5 días.

a. ¿Cuántos días tardará en sembrar 12 hectáreas?

b. ¿Cuántos días tardarán 3 agricultores para sembrar las 12 hectáreas?

Porcentajes

4.1 Repasa tus conocimientos

1. Convierte cada fracción en número decimal.

a. $\frac{50}{100}$ **b.** $\frac{67}{100}$ **c.** $\frac{3}{100}$

2. Escribe el significado de cada razón. Observa el ejemplo.

a. La razón entre maestros y estudiantes en una escuela es de 1 : 20.
Por cada 20 estudiantes hay un maestro.

b. La razón entre niñas y niños en una clase es de 2 : 3.

____

c. La razón entre niños y pacientes en una clínica es de 1 : 4.

____

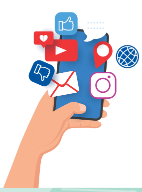
3. Calcula el valor desconocido en cada proporción aplicando la regla de tres.

- Considera que son cantidades directamente proporcionales.

a. $\frac{16}{d} = \frac{4}{5}$ **b.** $\frac{12}{10} = \frac{d}{50}$ **c.** $\frac{d}{30} = \frac{15}{20}$

4. Si Ernesto recibió un aumento del 5 % en su salario, y antes ganaba 756 balboas por mes, ¿cuál es entonces su salario actual?

5. La población de Panamá se estimó en 4 158 783 personas en 2018. Si el grado de utilización de internet alcanzaba a un 70 % de esa población, ¿cuántos panameños contaban con el servicio? Redondea a las unidades.



4.2 Concepto y elementos de los porcentajes

Analiza

Francisco es uno de los 40 miembros de un coro juvenil que desea participar en el Festival Internacional de Coros Populares, en Brasil. La organización del festival anunció que dará una beca al 5 % de los integrantes de cada coro. ¿A cuántos miembros del coro de Francisco beneficiará esa medida?

Soluciona

La expresión "5 %" significa una razón de "5 por cada 100", es decir, 5 : 100 o $\frac{5}{100}$.

Se multiplica el número de integrantes del coro por esa fracción:

$$40 \times \frac{5}{100} = 2.$$

R: La beca de la organización beneficiará a 2 personas del coro.

Comprende

Cuando se habla de **porcentajes** o de **tanto por ciento** se hace referencia a razones cuyo consecuente es 100. Un porcentaje se refiere a que la unidad se ha dividido en 100 partes iguales y se expresa mediante el símbolo %, que significa "por cada 100".

El significado del porcentaje depende de lo que se tome como unidad en cada caso. Por ejemplo:

- Gasté el 55 % de mi salario. → Si el salario se divide en 100 partes, gasté 55 de ellas.
- El 55 % de los estudiantes de una escuela corresponde a niñas. → De cada 100 estudiantes, 55 son niñas (por lo tanto, 45 de cada 100 son niños).
- Un 25 % de los asistentes al teatro eran niños. → De cada 100 personas que asistieron, 25 eran niños.

El símbolo "%" se lee "por ciento". Por ejemplo:

- 2 % → "dos por ciento"
- 7,5 % → "siete enteros cinco décimos por ciento" o "siete coma cinco por ciento".
- $3\frac{1}{2}$ % → "tres y un medio por ciento".

Recuerda

En una razón de la forma a : b, **a** se llama antecedente y **b** consecuente. La razón a : b se puede escribir también en forma fraccionaria de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b}$$

Observa cómo se hace

Si se conoce que en una empresa, 2 de cada 5 empleados viaja en vehículo propio, se puede expresar como porcentaje de la siguiente manera:

- Se expresa en forma de razón fraccionaria.

$$\frac{2}{5}$$

- Se amplifica para obtener 100 en el denominador.

$$\frac{2}{5} = \frac{40}{100} \quad (\times 20)$$

Se multiplica por 20 el numerador y el denominador.

- Por lo tanto, el 40 % de los empleados de la empresa viaja en vehículo propio.

Observa que 40 partes de 100 corresponde al 40 %.

Resuelve

1. Escribe en palabras las siguientes expresiones.

a. 22,4 % → ____________________

b. 77 % → ____________________

c. $2\frac{2}{5}$ % → ____________________

2. Anota el porcentaje al que corresponde cada razón.

a. 35 : 100 → ________ **b.** $\frac{55}{100}$ → ________ **c.** $\frac{175}{100}$ → ________

3. En una tienda observaron 7 de cada 10 clientes que ingresan al local realizan alguna compra. ¿Qué porcentaje de los visitantes compran en la tienda?

4. Se determinó que de cada 25 asistentes a un concierto, 20 eran **mayores** de edad. ¿Qué porcentaje de los asistentes eran **menores** de edad?

El total del grupo de personas corresponde al 100 %.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 58

4.3 Equivalencias entre porcentajes, fracciones y decimales

Desarrollo sostenible

Para contribuir con la protección de las fuentes de agua del país, es importante proteger los bosques cercanos a estas y evitar verter sustancias contaminantes y basura a ríos y diferentes afluentes.

Analiza

¿De qué manera se interpreta la información del periódico?

El 0,73 del agua que se consumió en la República durante el año 2018 provenía de fuentes propias.

Soluciona

El número decimal representa una parte de la unidad.

Se expresa en forma fraccionaria para luego identificar la razón a la que corresponde:

$$0{,}73 = \frac{73}{100} \rightarrow 73 : 100$$

Por lo tanto, la información del periódico indica que un 73 % del agua provenía de fuentes propias.

Comprende

El **porcentaje** o **tanto por ciento** es una porción proporcional de la unidad, partida en cien partes iguales. Por lo tanto, también se puede expresar como fracción o como número decimal.

- **Porcentaje como fracción decimal**: Equivale a una fracción en la que el denominador es 100. Por ejemplo:
  - ✦ $2\ \% \rightarrow \frac{2}{100}$
  - ✦ $46\ \% \rightarrow \frac{46}{100}$
  - ✦ $99\ \% \rightarrow \frac{99}{100}$
- **Porcentaje como número decimal**: Equivale a realizar la división expresada en la fracción. Es decir, se toma el numerador y se mueve la coma dos lugares hacia la izquierda. Por ejemplo:
  - ✦ $2\ \% \rightarrow 0{,}02$
  - ✦ $46\ \% \rightarrow 0{,}46$
  - ✦ $99\ \% \rightarrow 0{,}99$

En cualquier número natural se considera la coma decimal a la derecha del número. Por ejemplo:

- 2 = 2,0
- 46 = 46,0

A partir de esto, se mueve la coma decimal dos lugares a la izquierda al dividir entre 100.

Para un convertir un porcentaje de su forma decimal a fracción, se anota en el numerador la cantidad de centésimas. Considera que si la parte entera es diferente de cero, también entra en la cuenta de las centésimas. Por ejemplo:

$$1{,}68 \rightarrow \underbrace{\frac{168}{100}}_{\substack{168 \\ \text{centésimas}}} \rightarrow 168\ \%$$

$$0{,}074 \rightarrow \underbrace{\frac{7{,}4}{100}}_{\substack{7{,}4 \\ \text{centésimas}}} \rightarrow 7{,}4\ \%$$

¿Qué pasaría?

Observa que al haber 3 cifras decimales se mueve la coma dos lugares a la derecha, para obtener la cantidad de centésimas y se omiten los ceros a la izquierda.

Observa cómo se hace

Si un 0,5 del total de personas que fueron de paseo durante las vacaciones indicaron que visitaron la playa, el porcentaje que visitó ese tipo de destino se calcula así:

- Expresa el número decimal como fracción decimal:

$$0{,}5 = 0{,}50 = \frac{50}{100}$$

- Observa que 50 partes de 100 corresponde al 50 %.
- Por lo tanto, un 50 % de las personas visitaron la playa.

Observa que se agrega un 0 a la derecha de 0,5 para expresarlo en centésimas, pues 0,5 = 0,50.

Resuelve

1. Expresa los siguientes números decimales como porcentajes.

a. 0,18 → ____________ **b.** 0,265 → ____________ **c.** 2,74 → ____________

2. Transforma los siguientes porcentajes a fracciones.

a. 8 % → ____________ **b.** 22 % → ____________ **c.** 183 % → ____________

3. Convierte las siguientes fracciones a porcentajes.

a. $\frac{1}{100}$ → ____________ **b.** $\frac{92}{100}$ → ____________ **c.** $\frac{135}{100}$ → ____________

Desafíate

1. De los estudiantes de una escuela 0,8 no forman parte de la banda de marcha. ¿Qué porcentaje del total de estudiantes de la escuela sí están en la banda?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 59

4.4 Cálculos con porcentajes

Analiza

Antonio hizo una encuesta sobre deportes a los 200 estudiantes de su escuela y concluyó que un 15 % de los estudiantes prefieren la natación y un 40 % el béisbol. ¿Cuántos estudiantes se inclinan por cada uno de esos dos deportes?

Los porcentajes representan una razón entre dos cantidades. Por ese motivo se plantea una proporción, pues la razón entre la cantidad de estudiantes y el total es la que indica cada porcentaje.

Soluciona

- Para calcular a cuántos estudiantes corresponde un 15 %, expresa ese porcentaje como fracción. Es decir:

$$15\ \% \rightarrow \frac{15}{100}$$

- Plantea una proporción considerando **N** como la cantidad de estudiantes que prefieren la natación:

$$\frac{15}{100} = \frac{N}{200}$$

- Calcula el valor de **N** aplicando regla de tres directa.

$$N = \frac{15 \times 200}{100} = 30$$

- Se calcula de la misma manera la cantidad de estudiantes que prefieren el béisbol (**B**).

$$\frac{40}{100} = \frac{B}{200} \rightarrow B = \frac{40 \times 200}{100} = 80$$

R.: 30 estudiantes se inclinan por la natación y 80 por el béisbol.

Comprende

Los cálculos básicos con porcentajes son los siguientes:

- **Porcentaje de una cantidad**: Para averiguar a qué cantidad de un total equivale un porcentaje, se multiplica el total por el porcentaje. El porcentaje se expresa como fracción o como decimal. Por ejemplo, para calcular el 75 % de 20 144:
  - ✦ $20\,144 \times \frac{75}{100} = \frac{1\,510\,800}{100} = 15\,108$
  - ✦ El 75 % de 20 144 es 15 108.
- **Parte de un total**: Si se tienen dos cantidades y se quiere averiguar qué porcentaje representa una de la otra, se divide la cantidad entre el total y se multiplica por 100.

¿Qué pasaría?
Cualquier cálculo con porcentajes se puede representar como una proporción y de esa manera aplicar la regla de tres directa para determinar el valor desconocido.

- Por ejemplo, para calcular qué porcentaje representa 60 de 400.
  - ✦ $60 \div 400 = 0{,}15 \rightarrow 0{,}15 \times 100 = 15$
  - ✦ 60 representa el 15 % de 400.
- **La cantidad total**: Para calcular la cantidad total de elementos de un grupo, si se sabe qué cantidad representa cierto porcentaje, se multiplica la cantidad por 100 y se divide entre el porcentaje. Por ejemplo, para calcular el total si el 25 % corresponde a 122.
  - ✦ $\frac{122 \times 100}{25} = 488$
  - ✦ La cantidad total de la cual el 25 % es 122 corresponde a 488.

Resuelve

1. Calcula el porcentaje indicado de cada cantidad.

a. El 10 % de 50 **b.** El 42 % de 300 **c.** El 85 % de 1020

2. Calcula qué porcentaje representa cada parte indicada.

a. 5 de 40 **b.** 150 de 3000 **c.** 200 de 10 000

3. Determina la cantidad total según lo indicado.

a. El 30 % es 9 **b.** El 65 % es 65 **c.** El 90 % es 270

4. Estoy leyendo un libro que tiene 520 páginas, hasta el día de hoy he leído solamente 196. ¿Qué porcentaje del libro he leído a la fecha? Redondea a las décimas.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 60 y 61

4.5 Intereses, comisiones, impuestos y descuentos

¿Sabías que...?

La libra (lb) es una unidad de medida de masa que se utiliza con mucha frecuencia en nuestro país. Sin embargo, la unidad de medida oficial para la medición de la masa es el kilogramo.

Analiza

Pedro encontró en el supermercado una gran cantidad de productos vegetales en oferta, con un descuento de 20 %. Averigua lo siguiente:

a. ¿Cuánto pagaría por 1 lb de tomates, una vez que se aplique el descuento?

b. ¿Cuánto pagaría por 1 lb de naranjas, una vez que se aplique el descuento?

Recuerda

Para multiplicar dos números decimales se resuelve como si fueran naturales y se coloca la coma en el resultado dejando la cantidad de decimales en total de ambos factores.

Soluciona

a. Para saber cuánto costarían los tomates, se debe restar al precio normal el monto del descuento, y así se obtiene el precio de oferta.

El descuento es un 20%, así que se multiplica el precio normal por 0,2.

$$0{,}9 \times 0{,}2 = 0{,}18$$

El ahorro en 1 lb de tomate es de 0,18 balboas; por lo tanto, el precio de los tomates es 0,9 – 0,18 = 0,72.

b. Para saber cuánto costarían las naranjas, se debe restar al precio normal el monto del descuento, y así se obtiene el precio de oferta.

El descuento es un 20%, así que se multiplica el precio normal por 0,2.

$$2{,}2 \times 0{,}2 = 0{,}44$$

El ahorro en 1 lb de naranjas es de 0,44 balboas; por lo tanto, el precio de las naranjas es 2,2 – 0,44 = 1,76.

R: Por los tomates pagaría 0,72 balboas y por las naranjas 1,76.

Observa que en este caso se multiplicó por el porcentaje en forma decimal, pero también se puede multiplicar por el porcentaje en forma fraccionaria.

Comprende

Algunos casos especiales del uso de porcentajes son los siguientes:

- **Descuentos**: Es un porcentaje que se resta del precio del producto.
- **Impuestos**: Es un monto que se paga al Estado al contratar ciertos servicios o adquirir ciertos productos. Es un porcentaje que se suma al precio del producto o servicio.
- **Comisiones**: Es el pago por una venta, de acuerdo con el precio del bien o servicio. Se calcula como porcentaje de una cantidad.
- **Intereses**: Es el pago que se realiza por un préstamo, que puede ser mensual o anual. Es un porcentaje que se calcula con respecto al monto total de la deuda.

¿Sabías que...?

Las compras a crédito son aquellas que no se pagan en el mismo momento, sino en un plazo determinado. Usualmente al optar por este tipo de compra se debe pagar un monto adicional al valor del artículo, que corresponde a los intereses.

Observa cómo se hace

a. Para calcular un 20 % de descuento en unas zapatillas de 90 balboas.

- Se calcula como porcentaje de una cantidad.
- $\frac{20}{100} \times 90 = 18$
- $90 - 18 = 72$ ← Se resta del precio original.
- El precio con el descuento es de 72 balboas.

b. Para calcular el precio de un teléfono de 135 balboas con un impuesto de 7 %.

- Se calcula como porcentaje de una cantidad.
- $\frac{7}{100} \times 135 = 9{,}45$
- $135 + 9{,}45 = 144{,}45$ ← Se suma al precio original.
- El precio del celular con el impuesto es de 144,45 balboas.

c. Para calcular cuál es el porcentaje de comisión que cobró un corredor de bienes raíces, si la propiedad tenía un valor de 117 540 balboas y ganó 5877 por la venta.

- Se calcula qué porcentaje representa 5877 de 117 540.
- $\frac{5877}{117\,540} \times 100 = 0{,}05 \times 100 = 5$
- El porcentaje de comisión era del 5 %.

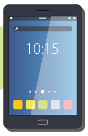
En nuestro país se paga el Impuesto a la Transferencia de Bienes Corporales Muebles y Prestación de Servicios o ITBMS por algunos productos. La tasa general de este impuesto es del 7 %.

Resuelve

1. Calcula el valor final de cada artículo según el descuento indicado.

   a. Con un 10 %

   B/.320

   b. Con un 35 %

   B/.110

   c. Con un 5 %

   B/.2000

2. Calcula el valor final de cada artículo con un impuesto del 7 %.

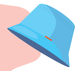
   a. B/.40

   b. B/.25

   c. B/.12

3. Andrea gana una comisión sobre todas las ventas que realiza. Durante un día vendió un total de 550 balboas y recibió 27,5 balboas de comisión. ¿Cuál es el porcentaje de comisión que gana Andrea sobre sus ventas?

4. Jaime tiene un préstamo por el cual paga 200 balboas mensuales a un 2 %. ¿Cuál es el monto total de la deuda de Jaime

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 62

4.6 Practica lo aprendido

1. Completa la tabla. Simplifica las expresiones fraccionarias cuando sea necesario.

Porcentaje	Expresión fraccionaria	Expresión decimal
	$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$	
		0,045
17 %		
225%		
		1,07

Soluciona problemas

2. De 50 balboas que tenía ahorrado a lo largo de este año, he gastado 15 balboas. ¿Qué porcentaje he gastado?

3. Dinia vendió dos motocicletas en 2500 balboas cada una. Si recibe una comisión del 2 % por cada venta, ¿cuánto ganó en total?

4. En un supermercado todos los productos tienen el 10% de descuento. La mamá de Pedro colocó en su carrito B/. 5 de huevos, B/. 4 de galletas, B/. 12 de carne y B/. 4 de frijoles. ¿Cuánto deberá pagar al aplicar el descuento?

Desafíate

1. Isaac compró a crédito una computadora de 1200 balboas y la pagará en cuotas iguales durante 12 meses. Si cada mes debe pagar un 4 % adicional sobre el valor del producto, ¿cuánto debe cancelar por mes?

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Comprendo en qué consiste la proporcionalidad directa.			
Reconozco la propiedad de la proporcionalidad directa.			
Identifico cantidades directamente proporcionales.			
Calculo un valor desconocido en proporcionalidades directas.			
Comprendo en qué consiste la proporcionalidad inversa.			
Reconozco la propiedad de la proporcionalidad inversa.			
Identifico cantidades inversamente proporcionales.			
Calculo un valor desconocido en proporcionalidades inversas.			
Aplico la regla de tres directa para resolver problemas.			
Aplico la regla de tres inversa para resolver problemas.			
Comprendo el concepto de porcentaje y sus elementos.			
Reconozco equivalencias entre porcentajes, fracciones y decimales.			
Realizo cálculos con porcentajes.			
Aplico los conceptos de interés, comisión, impuesto y descuento para resolver problemas.			

Unidad 4

Secuencias y patrones

En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer secuencias numéricas
- Comprender de qué manera se construye una secuencia
- Identificar patrones con sumas y multiplicaciones
- Identificar patrones con restas y divisiones
- Generalizar el patrón de formación de una secuencia
- Construir secuencias a partir de un patrón dado
- Resolver problemas que involucren secuencias

Secuencias y patrones

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Escribe los valores que faltan en cada secuencia y describe el patrón.

a. 5 → 10 → 15 → 20 → ☐ → ☐ → ☐

Patrón: ______________________________

b. 0,2 → 1,2 → 2,2 → 3,2 → ☐ → ☐ → ☐

Patrón: ______________________________

c. 5,5 → 5 → 4,5 → 4 → ☐ → ☐ → ☐

Patrón: ______________________________

Observa que algunas secuencias van de mayor a menor y otras de menor a mayor.

2. Construye una secuencia según lo que se indica en cada caso.

a. Inicia en 150 y el patrón es sumar 50.

______ ______ ______ ______ ______ ______

b. Inicia en 9,2 y el patrón es restar 0,2.

______ ______ ______ ______ ______ ______

c. Inicia en 1 y el patrón es multiplicar por 3.

______ ______ ______ ______ ______ ______

3. Sebastián quiere hacer una colección de piedras con características especiales. El primer día obtuvo 5 que su abuelo le ayudó a buscar; después de esto, se propuso añadir 2 piedras más a su colección cada semana. ¿Cuántas piedras tendrá Sebastián en la quinta semana? Escribe la secuencia que permite resolver la situación.

1.2 Las secuencias numéricas y los patrones numéricos

Analiza

En un supermercado ordenan las latas de pasta de tomate siguiendo una secuencia como se muestra en la imagen. ¿Cuántas latas necesitan para formar la quinta torre? ¿Y para la décima?

Soluciona

Registra las cantidades de latas de cada torre.

- Torre 1 → 1 lata
- Torre 2 → 3 latas
- Torre 3 → 6 latas
- Torre 4 → 10 latas

Observa que se suma cada vez un número más al anterior.

$$\underset{\text{Torre 1}}{1} \xrightarrow{+2} \underset{\text{Torre 2}}{3} \xrightarrow{+3} \underset{\text{Torre 3}}{6} \xrightarrow{+4} \underset{\text{Torre 4}}{10}$$

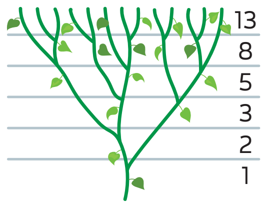
Para hallar la cantidad de latas de la torre 5 habría que sumar 10 + 5 = 15. Y continuar sumando para hallar la cantidad de latas de la torre 10.

$$1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+3} 6 \xrightarrow{+4} 10 \xrightarrow{+5} 15 \xrightarrow{+6} 21 \xrightarrow{+7} 28 \xrightarrow{+8} 36 \xrightarrow{+9} 45 \xrightarrow{+10} 55$$

R: Para la quinta torre se necesitan 15 latas y para la décima, 55 latas.

¿Sabías que...?

Las secuencias numéricas están presentes en la naturaleza. Por ejemplo, en la distribución en que nacen las ramas de algunos árboles. Por ejemplo, en la imagen se observa que la cantidad de ramas por fila es igual a la suma de las dos cantidades anteriores.



Si se considera que la secuencia inicia en 0, entonces se inicia sumando 1, luego 2, 3, 4 y así sucesivamente.

Recuerda

Las secuencias pueden ser progresivas o regresivas. Si los números van del menor al mayor son progresivas y si van del mayor al menor, son regresivas.

Comprende

Una **secuencia numérica** es un conjunto de números ordenados bajo una ley de formación llamada **patrón numérico.** Cada uno de los números que forman la secuencia reciben el nombre de "términos de la secuencia". Por ejemplo, en la secuencia:

5, 10, 15, 20, 25 → 5 es el primer término, 10 el segundo...

El patrón permite calcular los términos posteriores de la secuencia con base en el término anterior o en su posición. Además, en algunos casos es posible plantear una fórmula para calcular cualquier término de la secuencia. Esa fórmula se conoce como "término general".

Observa cómo se hace

Determina el patrón de la secuencia y el valor del décimo término.

$$\boxed{2} \rightarrow \boxed{4} \rightarrow \boxed{8} \rightarrow \boxed{16} \rightarrow \boxed{32}$$

- Observa que la secuencia es progresiva, va de menor a mayor.
- Se identifica la operación aplicada en cada caso.

$$\boxed{2} \xrightarrow{\times 2} \boxed{4} \xrightarrow{\times 2} \boxed{8} \xrightarrow{\times 2} \boxed{16} \xrightarrow{\times 2} \boxed{32}$$

- El patrón es multiplicar cada vez por 2. Se puede escribir la fórmula del término general de la siguiente manera:

2^n (**n** es la posición del término que se calcula)

- De esa manera se puede calcular el número que se ubica en la décima posición, cambiando la **n** por 10 en la fórmula, así: $2^{10} = 1024$.

En la fórmula del término general de una secuencia se usa comúnmente la letra **n** para referirse a la posición del término. Es decir; para calcular el primer término se usa n = 1, para el segundo n = 2 y así sucesivamente.

Resuelve

1. Calcula los primeros cinco términos de cada secuencia según la fórmula del término general.
   - Inicia en n = 1.

   a. $5 \times n$ → _______ _______ _______ _______ _______

   b. $(2 \times n) - 1$ → _______ _______ _______ _______ _______

   c. $\dfrac{n + 2}{11}$ → _______ _______ _______ _______ _______

Recuerda

En una operación combinada se resuelve primero lo que está dentro del paréntesis.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 64

1.3 Patrones con sumas y multiplicaciones

Analiza

Sofía ordena su colección de tarjetas de Navidad pegando en cada hoja de un álbum cuadrados cada vez más grandes como se muestra a continuación. ¿Cuántas tarjetas pegará en la siguiente hoja del álbum? ¿Cuántas pegará en la hoja 10?

Hoja 1 **Hoja 2** **Hoja 3** **Hoja 4**

Soluciona

Registra las cantidades de tarjetas de cada hoja.

- Hoja 1 → 1 tarjeta
- Hoja 2 → 4 tarjetas
- Hoja 3 → 9 tarjetas
- Hoja 4 → 16 tarjetas

Observa que la cantidad de tarjetas se obtiene al elevar al cuadrado el número de hoja.

1	→	4	→	9	→	16
1^2		2^2		3^2		4^2
Hoja 1		**Hoja 2**		**Hoja 3**		**Hoja 4**

Para hallar la cantidad de postales que pegará en la siguiente hoja (hoja 5), resuelve la potencia $5^2 = 25$.

Del análisis anterior, se observa que la fórmula del término general es n^2. Entonces la cantidad de postales para la hoja 10 se calcula así:

$$10^2 = 100$$

R: Sofía pegará 25 postales en la siguiente hoja del álbum y en la hoja 10, 100 postales.

¿Sabías que...?

Una de las secuencias más reconocidas es la de Fibonacci, la cual inicia con 0 y 1 y consiste en ir sumando los dos números anteriores para obtener el siguiente. Sus primeros 10 términos son: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34.

Se forma así:

- 0
- 1
- 0 + 1 = 1
- 1 + 1 = 2
- 1 + 2 = 3
- 2 + 3 = 5

Recuerda

En una potenciación el exponente indica la cantidad de veces que se multiplica la base por sí misma. Por ejemplo:

- $3^2 = 3 \times 3$
- $2^3 = 2 \times 2 \times 2$

Comprende

El **patrón de una secuencia** puede estar definido por **sumas o multiplicaciones.** Para identificar ese patrón se debe observar la relación entre cada término y el término anterior o bien con el número de posición del término.

Como el patrón es sumar 5 cada vez, se relaciona con una suma de sumandos iguales que se convierte en una multiplicación por 5 en la fórmula del término general. Además, se agregan 2, pues la secuencia inicia en 7 y no en 5.

Observa cómo se hace

Determina el patrón de la secuencia y el valor del séptimo término.

$\boxed{7} \rightarrow \boxed{12} \rightarrow \boxed{17} \rightarrow \boxed{22} \rightarrow \boxed{27}$

- Se identifica la operación aplicada en cada caso.

$\boxed{7} \xrightarrow{+5} \boxed{12} \xrightarrow{+5} \boxed{17} \xrightarrow{+5} \boxed{22} \xrightarrow{+5} \boxed{27}$

- El patrón es sumar 5 al anterior; por lo tanto, se escribe la fórmula del término general así: $(n \times 5) + 2$.
- De esa manera se calcula el número que se ubica en la séptima posición, cambiando la **n** por el 7 en la fórmula, así:

$(7 \times 5) + 2 = 37 \rightarrow 35 + 2 = 37$

Resuelve

1. Explica cuál es el patrón en cada secuencia.

- Considera que el patrón de la secuencia **c** involucra dos operaciones.

a. 17, 27, 37, 47, 57, 67, 77 → ______________________________

b. 1, 3, 9, 27, 81, 243, 729 → ______________________________

c. 0, 10, 30, 70, 150, 310 → ______________________________

2. Para iniciar un ahorro Carlos se propone guardar monedas progresivamente de la siguiente manera: El primer día guarda 2, el segundo 3, el tercero 4 y así sucesivamente durante 15 días. ¿Cuántas monedas deberá guardar el último día? Escribe la fórmula del término general.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 65

1.4 Patrones con restas y divisiones

Analiza

Eduardo destinó 85 balboas por mes para pagar el transporte a su trabajo. Si diariamente gasta 2 balboas, ¿de qué manera se puede representar la cantidad que le queda cada día? ¿Cuánto dinero le quedará disponible para transporte después de 15 días de trabajo?

Soluciona

Escribe una secuencia que inicia en 83 (día 1) y se resta 2 al término anterior para obtener el siguiente.

83	→	81	→	79	→	77
Día 1		**Día 2**		**Día 3**		**Día 4**

Recuerda que eran 85 balboas, pero el primer día gastó 2, por esa razón se inicia en 83.

Para hallar la cantidad de dinero que le quedará después de 4 días también puedes resolver así:

$$85 - (4 \times 2) \rightarrow 85 - 8 = 77$$

De lo anterior, observa que la fórmula del término general es $85 - n \times 2$. Entonces el dinero disponible después de 15 días se calcula así:

$$85 - (15 \times 2) \rightarrow 85 - 30 = 55$$

R: Después de 15 días de trabajo a Eduardo le quedarán 55 balboas.

Comprende

El **patrón de una secuencia** puede estar basado en **restas o divisiones.** Para identificar ese patrón se debe observar la relación entre cada término y el término anterior o bien con el número de posición del término.

Los siguientes indicadores ayudan a identificar si el patrón corresponde a una resta o a una división:

- Cuando el cociente entre un término y el siguiente siempre es el mismo, entonces el patrón involucra una división.
- Cuando la diferencia entre un término y el siguiente siempre es la misma, entonces el patrón involucra una resta.

En una secuencia donde el patrón es restar cierta cantidad, se pueden obtener términos negativos. Por ejemplo, si se inicia en 5 con un patrón de restar 2, los primeros 5 términos son: 5, 3, 1, –1, –3.

¿Qué pasaría?

Si se continúa la secuencia se obtienen valores fraccionarios, pues:

- $1 \div 3 = \frac{1}{3}$
- $\frac{1}{3} \div 3 = \frac{1}{9}$

Y sucesivamente.

Observa cómo se hace

Determina el patrón de la secuencia y el valor del término que está en la posición 11.

$$\boxed{81} \rightarrow \boxed{27} \rightarrow \boxed{9} \rightarrow \boxed{3} \rightarrow \boxed{1}$$

- Se identifica la operación aplicada en cada caso.

$$\boxed{81} \xrightarrow{\div 3} \boxed{27} \xrightarrow{\div 3} \boxed{9} \xrightarrow{\div 3} \boxed{3} \xrightarrow{\div 3} \boxed{1}$$

- El patrón es dividir el término anterior entre 3; por lo tanto, se escribe la fórmula del término general así: $\frac{81}{3^{n-1}}$
- De esa manera se calcula el número que se ubica en la posición 11, cambiando la **n** por el 11 en la fórmula, así: $\frac{81}{3^{11-1}} = \frac{1}{729}$.

Resuelve

1. Explica cuál es el patrón en cada secuencia.

a. 35, 23, 11, –1, –13, –25 → ____________________

b. 100, 20, 4, $\frac{4}{5}$, $\frac{4}{25}$, $\frac{4}{125}$ → ____________________

2. Daniel tiene una barra de chocolate muy grande y la divide en 2 partes iguales, luego toma una de las mitades y la divide nuevamente en 2 y repite el procedimiento varias veces más. ¿Qué parte del chocolate tendrá al hacerlo 5 veces? Escribe la fórmula del término general.

Desafíate

Existen secuencias combinadas o alternas, que involucran dos patrones, alternando un número de por medio. Ejemplo:

1. Calcula los siguientes cuatro términos en la siguiente secuencia.

$$\boxed{60} \xrightarrow{\div 2} \boxed{30} \xrightarrow{-\,2} \boxed{28} \xrightarrow{\div 2} \boxed{14} \xrightarrow{-\,2} \boxed{12}$$

____

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 66

1.5 Practica lo aprendido

1. Calcula los primeros 5 términos de cada secuencia, según la fórmula del término general.

- Inicia en $n = 1$.

a. $n - 3$ → ______ ______ ______ ______ ______

b. n^3 → ______ ______ ______ ______ ______

c. 3^n → ______ ______ ______ ______ ______

d. $5 \times (n - 5)$ → ______ ______ ______ ______ ______

e. $\frac{1}{n + 2}$ → ______ ______ ______ ______ ______

Considera la regla de signos en los ejercicios **a** y **d**.

2. Escribe la fórmula del término general de cada secuencia.

a. $\boxed{3} \rightarrow \boxed{5} \rightarrow \boxed{7} \rightarrow \boxed{9} \rightarrow \boxed{11}$ Fórmula: ______________

b. $\boxed{4} \rightarrow \boxed{8} \rightarrow \boxed{12} \rightarrow \boxed{16} \rightarrow \boxed{20}$ Fórmula: ______________

c. $\boxed{48} \rightarrow \boxed{24} \rightarrow \boxed{16} \rightarrow \boxed{12} \rightarrow \boxed{9{,}6}$ Fórmula: ______________

Soluciona problemas

3. Luis dibuja una secuencia de cuadrados donde el primero mide 1 cm de lado, el segundo 2 cm, el tercero 3 cm y así sucesivamente. ¿Cuál será el área del octavo cuadrado? Escribe la fórmula del término general para la secuencia de áreas.

4. Keyla tiene 320 pegatinas que le regaló su abuela. Ella decidió usar solo 7 cada día para no gastarlas tan pronto. ¿Cuántas pegatinas le quedarán después de 10, 20 y 30 días? Escribe la fórmula del término general de la secuencia.

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

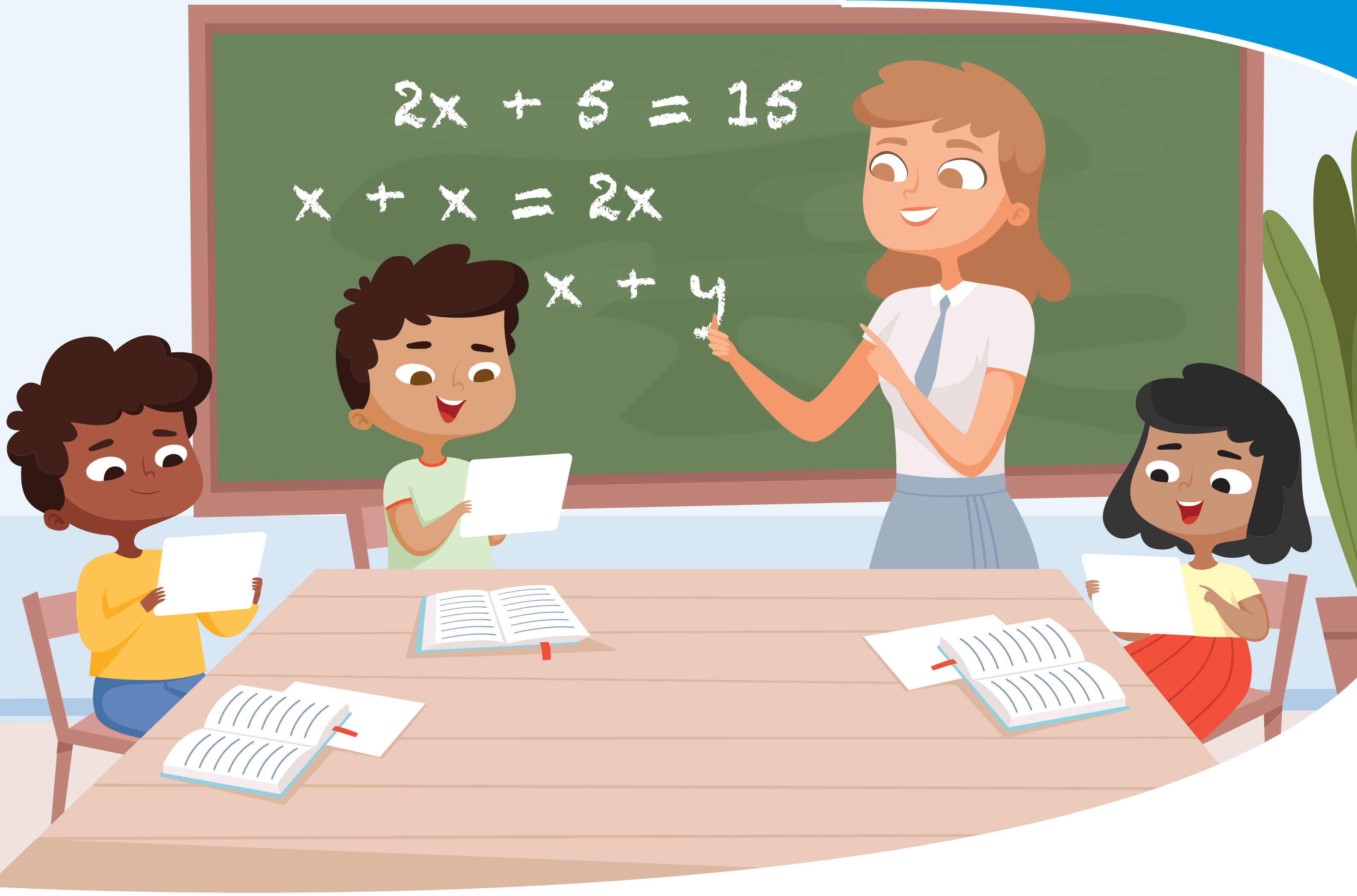
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
Dirección Nacional de Currículo y
Tecnología Educativa

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Reconozco lo que es una secuencia numérica.			
Comprendo de qué manera se construye una secuencia numérica.			
Expreso verbalmente el patrón de una secuencia numérica.			
Construyo o completo secuencias numéricas a partir un patrón.			
Comprendo qué es el término general de una secuencia numérica.			
Utilizo la fórmula del término general para construir o completar secuencias numéricas.			
Identifico patrones con sumas en secuencias numéricas.			
Identifico patrones con multiplicaciones en secuencias numéricas.			
Identifico patrones con restas en secuencias numéricas.			
Identifico patrones con divisiones en secuencias numéricas.			
Identifico patrones con varias operaciones en secuencias numéricas.			
Planteo la fórmula del término general de una secuencia numérica.			
Resuelvo problemas relacionados con secuencias numéricas.			

Unidad 5

Álgebra



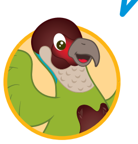
En esta unidad aprenderás a:

- Calcular cantidades desconocidas en sumas, restas, multiplicaciones y divisiones
- Plantear relaciones entre cantidades con un valor que varía
- Representar cantidades en forma algebraica
- Simplificar expresiones algebraicas
- Plantear y resolver ecuaciones sencillas
- Evaluar expresiones algebraicas por sustitución
- Resolver problemas de palabras usando expresiones algebraicas

Cantidades desconocidas

1.1 Cantidades desconocidas en la suma y en la resta

Observa que en **a**, el cuadrado representa lo que le falta a 9 para llegar a 16. Mientras que en **b**, el círculo representa lo que le sobra a 4,5 al quitarle 2,8.



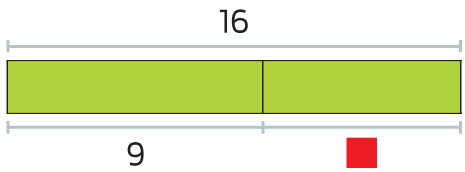
Analiza

Encuentra el valor que debe ir en cada figura geométrica.

a. $9 + \blacksquare = 16$ **b.** $4{,}5 - \bullet = 2{,}8$

Soluciona

a. Realiza una gráfica de cintas.
Para encontrar un sumando desconocido, realiza la resta del total menos el sumando conocido.

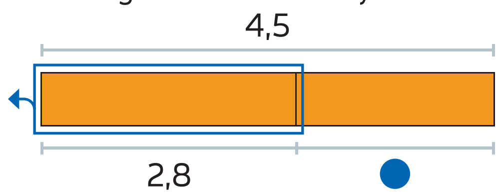


$9 + \blacksquare = 16$

$\blacksquare = 16 - 9$

$\blacksquare = 7$

b. Realiza una gráfica de cintas y encierra el sustraendo.



$4{,}5 - \bullet = 2{,}8$

$\bullet = 4{,}5 - 2{,}8$

$\bullet = 1{,}7$

Comprende

En una suma:

- Cuando se efectúa la resta del total menos el sumando conocido, se encuentra el **sumando desconocido.**

sumando desconocido = total – sumando conocido

En una resta:

- Si realizas la suma de la diferencia más el sustraendo, puedes hallar el **minuendo desconocido.**
- En cambio, el **sustraendo desconocido** se encuentra si realizas la resta del minuendo menos la diferencia.

minuendo = diferencia + sustraendo

sustraendo = minuendo – diferencia

Recuerda
La adición y la sustracción son operaciones inversas y se puede emplear esa propiedad tanto para comprobar sus resultados como para resolver situaciones donde se desconoce un valor.

Observa cómo se hace

a. Para conocer el valor de ■ en la suma ■ + 15 = 45, se resta así:

■ = 45 – 15 → Se resta el sumando del total.

■ = 30

b. Para conocer el valor de ● en la resta ● – 23 = 34, se suma así:

● = 34 + 23 → Se suma la diferencia más el sustraendo.

● = 57

Resuelve

1. Encuentra el valor del cuadro en cada operación.

a. 8 + ■ = 17 **b.** ■ – 9 = 2 **c.** 5 + ■ = 15

d. 10 – ■ = 7 **e.** ■ + 7 = 20 **f.** ■ – 6,8 = 5,2

Un número entero se puede escribir como un decimal con 0 cifras decimales. Ejemplo: 12,0 = 12.

2. Carlos tenía 5,8 L de pintura, utilizó cierta cantidad y le sobraron 1,5 L. ¿Qué cantidad de pintura utilizó?

- Expresa la situación con una resta. Utiliza ■ para la cantidad desconocida.

3. Ana tenía 43 balboas, su abuelo le regaló cierta cantidad y ahora tiene 61. ¿Cuánto dinero recibió Ana de su abuelo?

- Expresa la situación con una suma. Utiliza ■ para la cantidad desconocida.

Desafíate

1. Aplica el mismo procedimiento en los siguientes cálculos con fracciones.

a. $\frac{1}{6} + ■ = \frac{2}{3}$ **b.** $■ + 2\frac{1}{3} = 3\frac{1}{2}$ **c.** $\frac{3}{4} - ■ = \frac{1}{6}$ **d.** $■ - \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 68

1.2 Cantidades desconocidas en la multiplicación y en la división

Analiza

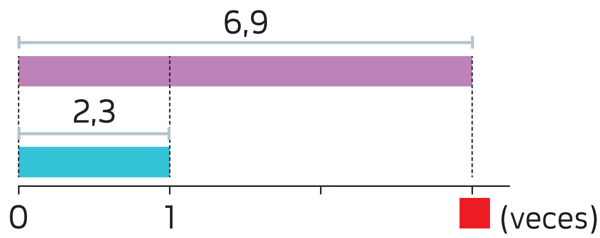
Julia compró cierta cantidad de libras de queso y en total gastó 6,9 balboas. Si cada libra tenía un precio de 2,3 balboas, ¿cuántas libras de queso compró?

Soluciona

Expresa la situación como una multiplicación en la que ■ representa la cantidad de libras que compró.

O: 2,3 × ■ = 6,9

Realiza una gráfica de cintas.



Se debe encontrar uno de los factores, así, se divide el producto entre el factor conocido.

■ = 6,9 ÷ 2,3 → ■ = 3

R: Julia compró 3 libras de queso.

Para comprobar que el resultado es correcto se cambia el cuadrado por el valor encontrado en la operación inicial. Así:

2,3 × 3 = 6,9

Comprende

En una multiplicación:

- Debes dividir el producto entre el factor conocido para encontrar uno de los factores o cantidad que se multiplica.

factor desconocido = producto ÷ factor conocido

En una división:

- Multiplica el divisor por el cociente para hallar el dividendo.
- Mientras que si divides el dividendo entre el cociente, encontrarás el divisor.

dividendo = divisor × cociente   divisor = dividendo ÷ cociente

Recuerda

La multiplicación y la división son operaciones inversas y se puede emplear esa propiedad tanto para comprobar sus resultados como para resolver situaciones donde se desconoce un valor.

Observa cómo se hace

a. Para conocer el valor de ■ en la multiplicación 4 × ■ = 12, se divide así:

■ = 12 ÷ 4 → Se divide el producto entre el factor.

■ = 3

b. Para conocer el valor de ● en la división 24 ÷ ● = 3, se divide así:

● = 24 ÷ 3 → Se divide el dividendo entre el cociente.

● = 8

¿Qué pasaría?

Si se conoce el divisor y no el dividendo, se multiplica.

● ÷ 8 = 3

● = 3 × 8

● = 24

Resuelve

1. Encuentra el valor del cuadro en cada operación.

a. ■ × 2 = 26

b. ■ ÷ 6 = 6

c. 35 ÷ ■ = 5

d. 1,5 × ■ = 2,7

e. ■ × 1,4 = 3,5

f. ■ ÷ 4,2 = 10

2. Mario tenía 7,5 balboas y los repartió de manera equitativa entre todos sus sobrinos. Si a cada uno le correspondió 1,5 balboas, ¿cuánto sobrinos tiene Mario?

- Expresa la situación con una división. Utiliza ■ para la cantidad desconocida.

3. Marcela compró 2 lb de pollo a cierto precio la libra y gastó 3,2 balboas, ¿cuál es el precio de 1 lb de pollo?

- Expresa la situación con una multiplicación. Utiliza ■ para la cantidad desconocida.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 69

Relaciones entre cantidades

2.1 Relación de suma de un valor constante

Analiza

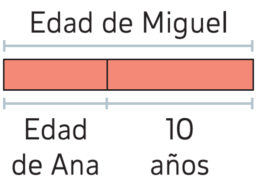
Miguel es 10 años mayor que Ana.

a. Encuentra la edad de Miguel, si Ana tuviese las siguientes edades:

Edad de Ana (años)	1	2	3	4	5
Edad de Miguel (años)					

b. Si la edad de Ana se representa con ▲, ¿cómo se representa la edad de Miguel?

Puedes apoyarte en la gráfica de cintas para calcular la edad de Miguel:



Soluciona

a. Para encontrar la edad de Miguel, se suma 10 a la edad de Ana en cada caso. Por ejemplo, si Ana tiene 1 año, entonces Miguel tiene 1 + 10 = 11 años y así sucesivamente.

Edad de Ana (años)	1 + 10	2 + 10	3 + 10	4 + 10	5 + 10
Edad de Miguel (años)	11	12	13	14	15

b. La edad de Miguel se encuentra sumando 10 a la edad de Ana:

Edad de Miguel = Edad de Ana + 10

R: La edad de Miguel se representa como ▲ + 10. ← Edad de Ana = ▲

Comprende

Dos **cantidades** están **relacionadas** si, conociendo una de ellas, es posible encontrar la otra mediante una operación que involucre la primera.

Dos cantidades pueden estar **relacionadas mediante la suma** de un valor constante, como las edades de Ana y Miguel. Para representar la relación pueden utilizarse figuras como ▲ o ■. El valor que toma esa figura puede cambiar, de manera que el resultado de la suma dependerá del valor que tenga esa figura y del valor de la constante que es siempre el mismo.

Observa cómo se hace

Realiza las siguientes actividades.

a. Durante un día la sensación térmica en varias ciudades fue de 5 °C más de la temperatura que marcó el termómetro. Si ■ representa la temperatura en cada ciudad, la sensación térmica se representa así:

Sensación térmica = ■ + 5

b. Completa la tabla según la situación anterior.
En cada caso se suman 5 °C a la temperatura.

Temperatura	22	24	30	32	33
Sensación térmica	27	29	35	37	38

+ 5

¿Sabías que…?

La sensación térmica es la cantidad de frío o calor que percibe el cuerpo humano y que no corresponde solo a la temperatura que marca el termómetro, pues depende de otros factores como el viento y la humedad del aire.

Resuelve

1. En un torneo de baloncesto, el equipo **B** marcó 8 puntos más que el equipo **A**.

a. Encuentra el total de puntos que marcó el equipo **B**, si el equipo **A** hubiese marcado los siguientes puntos:

Equipo A (puntos)	10	11	12	13	14
Equipo B (puntos)					

b. Si el total de puntos marcados por el equipo **A** se representa con ▲, ¿cómo se representan el total de puntos marcados por el equipo **B**?

2. Carmen, antes de iniciar vacaciones, elaboró 7 collares artesanales para venderlos, así que, piensa confeccionar un collar por día mientras esté de vacaciones.

a. ¿Cuál es la cantidad total de collares que tendrá en el día 1?, ¿y en el día 2?, ¿y en el día 3?

b. Si la cantidad de días se representa con ■ de vacaciones, ¿cuántos collares tendrá Carmen en el día ■?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 70

2.2 Relación de resta de un valor constante

Analiza

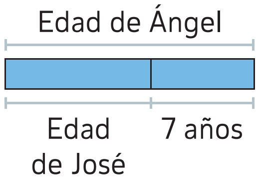
José es 7 años menor que Ángel.

a. Encuentra la edad de José, si Ángel tuviese las edades que se indican en la tabla:

Edad de Ángel (años)	10	11	12	13	14
Edad de José (años)					

b. Si la edad de Ángel se representa con ▲, ¿cómo se representa la edad de José?

Puedes apoyarte en la gráfica de cintas para calcular la edad de José:



Soluciona

a. Para encontrar la edad de José se debe restar 7 a la edad de Ángel. Así, si Ángel tiene 10 años, entonces José tiene 10 – 7 = 3 años, y así sucesivamente.

Edad de Ángel (años)	10	11	12	13	14
Edad de José (años)	3	4	5	6	7

b. La edad de José la encuentras restando 7 a la edad de Ángel.

Edad de José = Edad de Ángel – 7

R: La edad de José se representa como ▲ – 7. ← Edad de Ángel = ▲

Comprende

Dos cantidades pueden **relacionarse mediante la resta** de un valor constante, es decir, restando siempre el mismo número, como los 7 años de diferencia entre las edades de Ángel y José. Para representar la relación entre las cantidades pueden utilizarse figuras como triángulos (▲), cuadrados (■) y otras.

Al cambiar el valor de la figura, el resultado de la resta también cambia. En otras palabras, el resultado depende del valor de la figura y del valor de la constante.

Recuerda
"Constante" significa que no cambia.

Observa cómo se hace

Realiza las siguientes actividades.

a. El precio de un refresco es de 1,5 balboas. Si ▲ representa el valor del billete con el que se cancela el refresco, ¿Cómo se representa el monto que se recibirá de cambio?

Cambio = ▲ – 1,5

b. Completa la tabla según la situación anterior.

- En cada caso se resta el costo del refresco del valor del billete.

Valor del billete	2	5	10	20	50
Cambio	0,5	3,5	8,5	18,5	48,5

– 1,5

Recuerda

La sustracción no es conmutativa, por eso debes tener cuidado al plantear las restas, pues ▲ – 1,5 es distinto que 1,5 – ▲.

Resuelve

1. Entre los padres de Julia la madre es 5 años menor que el padre.

a. Encuentra la edad de la madre de Julia, si su padre tuviese las siguientes edades:

Edad del padre (años)	37	38	39	40	41
Edad de la madre (años)					

b. Si la edad del padre se representa con ▲, ¿cómo se representa la edad de la madre?

2. En un almacén las zapatillas cuestan 9 balboas menos que los zapatos de vestir.

a. Si los zapatos de vestir cuestan 35 balboas, ¿cuánto cuestan las zapatillas? ¿Y si los zapatos de vestir cuestan 40 balboas?

b. Si el precio de los zapatos de vestir se representa con ■ balboas, ¿cómo se representa el precio de las zapatillas?

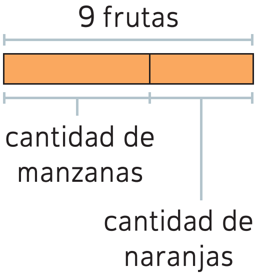
Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 71

2.3 Otras relaciones de resta

Analiza

Marta comprará naranjas y manzanas. Pero en total, solamente llevará 9 frutas. Encuentra la cantidad de naranjas, si Marta hubiese comprado 3, 4, 5 o 6 manzanas. Si la cantidad de manzanas se representa con ▲, ¿cómo se representa la cantidad de naranjas?

En este caso, la gráfica de cintas es la siguiente:



Soluciona

Como Marta solo llevará 9 frutas, debes restar del total la cantidad de manzanas. Por ejemplo: si la cantidad de manzanas es 3, entonces la cantidad de naranjas es 9 – 3 = 6:

Cantidad de manzanas	9 – 3	9 – 4	9 – 5	9 – 6
Cantidad de naranjas	6	5	4	3

La cantidad de naranjas se encuentra restando de 9 la cantidad de manzanas (▲).

R: La cantidad de naranjas se representa como 9 – ▲.

Comprende

En la **relación de dos cantidades que involucra una resta**, el valor constante puede ser el minuendo y el valor que cambia el sustraendo. Como en el caso de las manzanas y naranjas, el valor constante (minuendo) es 9; al restarle la cantidad de manzanas se obtiene la cantidad de naranjas.

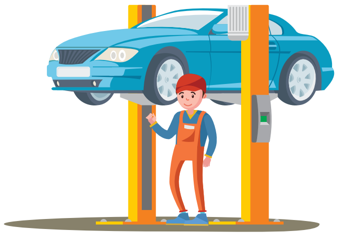
Resuelve

1. Antonio cumple años el 30 de abril y empieza a contar los días que faltan para esa fecha. Si la fecha de abril se representa por ▲, ¿cómo se representa la cantidad de días faltantes?
   - Encuentra la cantidad de días que faltan para la fecha de cumpleaños, según las fechas de la tabla.

Fecha de abril	11	12	13	14
Cantidad de días faltantes				

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 72

2.4 Relación de multiplicación



Analiza

En un taller automotriz un mecánico revisa todas las llantas de los carros que lo visitan. Tomando en consideración que cada auto tiene 4 llantas, entonces:

a. Encuentra la cantidad de llantas que revisa, si recibe las siguientes cantidades de carros:

Cantidad de carros	1	2	3	4	5
Cantidad de llantas					

b. Si la cantidad de carros se representa con ▲, ¿cómo se representa la cantidad de llantas revisadas?

La cantidad de llantas también podría expresase como ▲ × 4, pues la multiplicación es conmutativa.

Soluciona

a. Para encontrar la cantidad de llantas que revisa, multiplica 4 por la cantidad de carros que recibe. Por ejemplo, si recibe 1 carro, la cantidad de llantas que revisa es 4 × 1 = 4:

Cantidad de carros	4 × 1	4 × 2	4 × 3	4 × 4	4 × 5
Cantidad de llantas	4	8	12	16	20

b. La cantidad de llantas se encuentra al multiplicar 4 por la cantidad de carros:

Llantas revisadas = 4 × cantidad de carros

R: La cantidad de llantas se representa como 4 × ▲. ← Cantidad de carros = ▲

Comprende

Dos cantidades pueden estar **relacionadas mediante una multiplicación**, en la que cualquiera de los factores es un valor constante (que no cambia). Para representar la relación se utilizan figuras como ▲ o ■.

Al cambiar el valor de la figura, el producto también cambia. En otras palabras, el resultado depende del valor de la figura y del valor de la constante.

Observa cómo se hace

Realiza las siguientes actividades.

a. El precio de una manzana es de 0,5 balboas. Si ▲ es la cantidad de manzanas que se compran, ¿cómo se representa lo que se debe pagar en total por esa cantidad de manzanas?

Total a pagar = ▲ × 0,5

b. Completa la tabla según la situación anterior.

- En cada caso se multiplica la cantidad de manzanas por el precio.

Cantidad de manzanas	2	3	4	5
Total a pagar	1	1,5	2	2,5

× 0,5

Resuelve

1. Una caja contiene 7 borradores para lápiz.

a. Encuentra la cantidad total de borradores a partir de la cantidad de cajas en los siguientes casos:

Cantidad de cajas	1	2	3	4	5
Cantidad de borradores (total)					

b. Si la cantidad de cajas se representa por ▲, ¿cómo se representa la cantidad total de borradores?

2. Se quieren colocar 8 galletas por paquete. Si ● representa la cantidad de paquetes que se deben empacar, ¿cómo se representa la cantidad de galletas que se necesitan?

3. En una receta, un panadero utiliza 300 g de harina para elaborar un dulce. Si la cantidad total de dulces elaborados se representa con ■, ¿cómo se representa la cantidad de gramos de harina utilizados? ¿Cuánta harina utilizó si elaboró 10 dulces?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 73

Practica lo aprendido

1. Representa lo que se indica en cada caso.

a. La cantidad total de lápices si hay ■ cajas con 12 cada una. → ____________________

b. El número de uvas que quedan si había 25 y se comieron ▲. → ____________________

c. La edad de un niño que es 25 años menor que su mamá que tiene ●. → ____________________

d. Los asistentes a un concierto si había ★ y llegan 150 personas más. → ____________________

Soluciona problemas

2. El reloj de Julia está 15 minutos adelantado con respecto al reloj de José. ¿Cuántos minutos marca el reloj de Julia, cuando el de José marca 15, 16, 17 o 18? Si los minutos del reloj de José se representan por ▲, ¿cómo se representan los del reloj de Julia?

- Completa la tabla

Minutos del reloj de José	15	16	17	18
Minutos del reloj de Julia				

3. El abuelo de Marta tiene vacas y cada una produce 5 litros. ¿Cuántos litros de leche obtendrá si ordeña 4, 5, 6 o 7 vacas? Si ■ representa la cantidad de vacas, ¿cómo se representa la cantidad total de litros obtenidos?

- Completa la tabla.

Cantidad de vacas	4	5	6	7
Total de litros obtenidos				

Lección 3

Expresiones algebraicas simples

3.1 Expresión de cantidades utilizando letras

La multiplicación entre dos números se indica con el símbolo × o con un punto a media altura del renglón(•). En álgebra es adecuado usar el punto para no confundirlo con la variable **x**.

Las letras que se utilizan con más frecuencia para representar variables en expresiones algebraicas son **x**, **y**, **z**.

Analiza

Un paquete de galletas contiene 6 unidades.

a. Escribe la operación que representa la cantidad de galletas que hay en ▲ paquetes.

b. Si en lugar de ▲ (que representa la cantidad de paquetes) se escribe **x**, ¿cómo queda representada la cantidad de galletas?

Soluciona

Escribe la operación para calcular la cantidad de galletas en ▲ paquetes.

En ▲ paquetes → O: ▲ • 6

Por lo tanto, al cambiar el ▲ por la **x**, la operación queda de la siguiente manera:

O: x • 6

R: La cantidad de galletas se representa con la expresión x • 6.

Comprende

Para expresar cantidades que varían pueden utilizarse letras en lugar de figuras. Esas letras se llaman **cantidades variables** o simplemente **variables.** Las variables también pueden representar un valor que no se conoce.

Resuelve

1. Escribe la operación en cada caso.

a. María ahorra 25 balboas por mes . ¿Cuánto ahorrará en **x** meses? → ______________

b. Diego tiene una cantidad **x** de video juegos.
¿Cuántos tendrá si compra 3 más? → ______________

c. Valentina repartió **x** litros de refresco en 4 partes iguales.
¿Cuántos litros hay en cada parte? → ______________

3.2 Expresiones de suma y resta de variables

Analiza

En un salón de sexto grado hay más niñas que niños. La cantidad de niñas se representa con la letra **x**, mientras que la de niños se representa con la letra **y.** ¿Cuál operación representa la cantidad total de estudiantes en el salón? ¿Y cuál representa cuántas niñas hay más que niños?

Soluciona

Si la cantidad de niñas se representa con **x** y la de niños con **y**, entonces:

- Para determinar el total se suman las cantidades:

O: $x + y$

- Para encontrar cuántas niñas hay más que niños se resta, de la cantidad de niñas, la cantidad de niños:

O: $x - y$

Comprende

En el lenguaje matemático se utilizan letras para representar cantidades variables relacionadas con sumas o restas. Ejemplo:

- Si hay una cantidad **x** de manzanas y una cantidad **y** de naranjas, en total hay **x + y** frutas.

Recuerda

La adición es conmutativa; por lo tanto, $x + y = y + x$.

Resuelve

1. José compró **p** papas y **z** zanahorias. ¿Cuál operación representa la cantidad total de verduras que compró? Si la cantidad de papas es mayor que la de zanahorias, ¿cuál operación representa cuántas papas hay más que zanahorias?

2. La distancia desde Panamá a Portobelo (**x** km) es menor que desde Panamá a Penonomé (**y** km). ¿Cuál operación representa cuántos kilómetros hay de más de Panamá a Penonomé que de Panamá a Portobelo?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 74

3.3 Expresiones de multiplicación y división de variables

Analiza

Si Juan compró **x** paquetes de azúcar como el de la imagen. ¿Cuál expresión representa lo que pagó en total?

Recuerda

Usa el punto (•) en vez de la equis (×) en la multiplicación.

Soluciona

Para determinar el total que pagó Juan multiplica el precio por la cantidad de paquetes comprados:

$$\text{Total pagado} = 2{,}5 \cdot x$$

¿Qué pasaría?

Si se considera la multiplicación 5x como "cinco veces x" entonces se obtiene esta equivalencia:

$5x = x + x + x + x + x$

Comprende

Las expresiones también pueden incluir multiplicaciones y divisiones con variables y con cantidades constantes. Ejemplo:

- Si hay 5 cajas con **x** cantidad de lápices cada una, la cantidad total de lápices se representa con **5 • x.**
- Si una cantidad **y** de litros de agua se reparte en 2 partes iguales. La cantidad de agua de cada parte se representa con **y ÷ 2.**

Las multiplicaciones o divisiones con variables se pueden representar de varias formas. Ejemplo:

$$5 \cdot x = 5x \qquad y \div 2 = \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \cdot y$$

Resuelve

1. Para realizar un trabajo en equipos, el maestro organizó la clase en **x** grupos de 3 estudiantes cada uno, sin que nadie quedara sin grupo. ¿Cuál expresión representa la cantidad total de estudiantes de la clase?

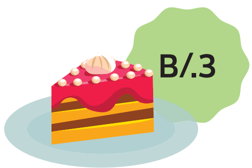
2. Jairo usó la mitad de un paquete de **h** gramos de harina para preparar un pastel. ¿Cuál expresión representa la cantidad de harina necesaria para preparar 5 de esos mismos pasteles?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 75

3.4 Simplificación de expresiones

Analiza

Jimena está organizando una fiesta y quiere que cada persona reciba un pastel y un batido. A la fiesta asistirá una cantidad **x** de personas. Si los batidos y los pasteles tienen los precios indicados abajo, ¿cuál operación representa lo que debe pagar en total?



Observa que Jimena desea comprar la misma cantidad (**x**) de batidos que de pasteles. Por eso se multiplica el precio de cada uno por **x**.

Soluciona

Representa lo que pagará por los batidos y por los pasteles:

- Batidos $\rightarrow$ $2 \cdot x = 2x$
- Pasteles $\rightarrow$ $3 \cdot x = 3x$

Suma las expresiones anteriores que representan el total a pagar.

$$\text{Total a pagar} = 2x + 3x$$

R: La operación que representa el total que debe pagar es $2x + 3x$.

Recuerda

Considera que el punto de las multiplicaciones se puede omitir.

Comprende

Cuando en una expresión con sumas y restas se repite una variable es posible **simplificarla**. Para esto se aplican equivalencias como las siguientes:

- $x + x = \boxed{2}x$
- $x + x + x = \boxed{3}x$

El número representa la cantidad total de **x**.

- $x - x = \boxed{0}$
- $5x - 2x = \boxed{3}x$

El número representa la cantidad de **x** que quedan.

Observa que al restar **x – x** no queda ninguna **x**, por eso el resultado es 0 y no es necesario escribir la **x**. Cuando el resultado es **1x** se escribe solamente **x**.

Para aplicar este tipo de equivalencias se debe observar cuántas **x** deben sumarse o cuántas deben restarse en cada caso. En estos casos conviene la lectura textual. Ejemplo:

- $2x + 3x = 5x$ $\rightarrow$ “Dos equis más tres equis son cinco equis.”
- $7x - x = 6x$ $\rightarrow$ “Siete equis menos una equis son seis equis.”

¿Qué pasaría?

Si en una suma hay dos variables distintas, no se pueden simplificar. Por ejemplo, $2x + 3y$ no se puede reducir más.

Observa cómo se hace

Para simplificar las siguientes expresiones se suman o se restan las variables que son iguales.

a. $5x + 3x = 8x$ → 5 + 3 = 8, entonces hay 8 equis en total.

b. $9z - 2z = 7z$ → 9 – 2 = 7, entonces quedan 7 zetas.

Resuelve

1. Relaciona las expresiones equivalentes.

$x + x + x + x$	$2x$
$x + x + x$	$5x$
$x + x + x + x + x$	$4x$
$x + x$	$3x$

Recuerda

Simplificar es hacer algo más simple o sencillo. En este caso se puede relacionar con reducir una expresión.

2. Simplifica las siguientes expresiones con sumas.

a. $2x + 2x =$ ____________ **b.** $2x + x =$ ____________ **c.** $5x + 3x =$ ____________

d. $10y + 5y =$ ____________ **e.** $y + 12y =$ ____________ **f.** $15z + 11z =$ ____________

3. Simplifica las siguientes expresiones con restas.

a. $6x - 3x =$ ____________ **b.** $4x - 2x =$ ____________ **c.** $8y - 3y =$ ____________

d. $11y - 9y =$ ____________ **e.** $5z - z =$ ____________ **f.** $15z - 14z =$ ____________

4. Alicia vende aguacates en su puesto del mercado. Los empaca en bolsas, y en cada bolsa coloca siempre una cantidad **x** de aguacates. Si en la mañana vendió 4 bolsas y en la tarde 7 más, ¿cuál expresión representa la cantidad total de aguacates vendidos ese día?

- Simplifica la expresión.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 76

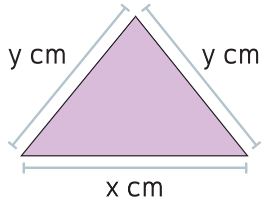
3.5 Valor numérico de una expresión

Analiza

La base de un triángulo isósceles mide **x** cm y sus lados iguales miden **y** cm cada uno, como se indica en la figura.

a. ¿Cuál es el perímetro del triángulo?

b. ¿Qué significado tiene, en el contexto del problema, si sustituyes **x** por 10 y **y** por 8? ¿Cuál sería el perímetro del triángulo?



Soluciona

a. Calcula el perímetro sumando las longitudes de los tres lados (dos de ellos miden **y**):

$$x + y + y = x + 2y \rightarrow \boxed{\text{Se simplifica } y + y = 2y.}$$

b. Se sustituye **x** por 10. Esto significa que la base mide 10 cm y si, se sustituye **y** por 8, significa que los lados iguales miden 8 cm cada uno; entonces el perímetro del triángulo se calcula así.

$$10 + 2 \cdot 8 = 10 + 16 = 26$$

R: El perímetro del triángulo es 26 cm.

Recuerda

El perímetro de cualquier polígono se obtiene sumando las medidas de todos sus lados.

Comprende

Al sustituir un número en una variable, el resultado obtenido después de realizar las operaciones indicadas se llama **valor numérico de la expresión**. Ejemplo:

- Si **x = 5**, el valor numérico de **2x + 7** es $2 \cdot 5 + 7 = 10 + 7 = 17$.
- Si **y = 2** y **x = 4**, el valor numérico de **x – y** es $4 - 2 = 2$.

Recuerda resolver según la jerarquía de las operaciones: primero multiplicaciones y divisiones; luego, sumas y restas.

Observa que se reemplazan los valores de **x** y de **y** en la expresión dada.

Resuelve

1. Calcula el valor numérico de cada expresión, según los valores asignados a cada variable.

$x = 3$ $y = 8$ $z = 15$

a. $z - y \rightarrow$ ______ **b.** $2y + x \rightarrow$ ______ **c.** $3z \div x \rightarrow$ ______

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 77

3.6 Igualdades y variables

Analiza

En una fábrica de ensamblaje de triciclos desean saber cuántos neumáticos deben solicitar para armarlos. Representa la relación entre la cantidad de triciclos (x) y los neumáticos necesarios (y).

Soluciona

Los triciclos tienen 3 neumáticos. Para encontrar la cantidad de neumáticos (y) multiplico 3 por la cantidad de triciclos (x):

$$3 \cdot \text{cantidad de triciclos} = \text{cantidad de neumáticos} \rightarrow 3 \cdot x = y$$

R: La relación entre la cantidad de triciclos y la cantidad de neumáticos se representa con **3x = y.**

Recuerda

El doble se obtiene al multiplicar por 2 y el triple al multiplicar por 3.

Comprende

Cuando dos expresiones con variables representan el mismo valor, se utiliza el símbolo "=" para conectarlas. Ejemplo:

- $x + 12 = y$ → Se lee "equis más doce es igual a ye".
- $3x = y$ → Se lee "tres equis es igual a ye".

Observa cómo se hace

Si Laura es 5 años mayor que Roberto, la relación entre sus edades se puede representar de diferentes maneras, considerando la edad de Laura como **x** y la de Roberto como **y**:

$x = y + 5$ $\quad$ $x - 5 = y$ $\quad$ $x - y = 5$

Resuelve

1. Representa cada situación mediante una igualdad con variables.

   a. La relación entre las monedas de Carlos (x) y las de Beatriz (y), si Carlos tiene 10 más que Beatriz. → ____________________

   b. La relación entre la cantidad de perros (x) y gatos (y) en un albergue, si hay el doble de gatos que de perros. → ____________________

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 78

3.7 Distinguir las expresiones algebraicas

Analiza

¿Cuáles de las siguientes expresiones se pueden convertir a un número? Anótalo.

a. El triple de seis, disminuido en dos.

b. La mitad de un grupo de personas más uno.

c. El número de días de un año dividido entre cinco.

Soluciona

En las expresiones **a** y **c**, los datos son conocidos. Por lo tanto, se pueden traducir a expresiones aritméticas o números.

a. $6 \cdot 3 - 2 = 16$

b. $365 \div 5 = 127$

c. La expresión **b** se basa en un dato desconocido: la cantidad de un grupo de personas. Ese dato se puede representar por la letra **x** para construir una expresión algebraica:

$$x = \text{cantidad de personas del grupo}$$

$$x \div 2 + 1$$

La división también puede expresarse como fracción: $\frac{x}{2} + 1$

Considera un año de 365 días para realizar el cálculo.

Comprende

Las expresiones matemáticas pueden ser de distinto tipo:

Expresión aritmética

Contiene valores numéricos y operaciones. Ejemplo:

$\frac{13}{3} \cdot (9 - 5)$ $\qquad$ $0{,}01 + 8$

Expresión algebraica

Incluye números, letras (variables) y operaciones. Ejemplo:

$12x + 3x \div 6$ $\qquad$ $3 \cdot (x - \frac{2}{5})$

Ecuación

Es una igualdad que involucra expresiones algebraicas. Ejemplo:

$\frac{2}{3}x + 5 = 3 - 12x$ $\qquad$ $x^2 = 3x + 5$

¿Sabías que…?

El álgebra surgió cuando el ser humano comenzó a interesarse por el trabajo con operaciones para cualquier valor, más allá de resolver operaciones con números específicos.

Para convertir del lenguaje común al lenguaje algebraico debes recordar lo que significan algunos términos:

- Doble: por 2
- Triple: por 3
- Cuádruple: por 4
- Quíntuple: por 5
- Mitad: entre 2
- Reducir: restar
- Aumentar: sumar

De lenguaje cotidiano a la expresión algebraica

Muchas situaciones expresadas en lenguaje común pueden convertirse en expresiones algebraicas y viceversa. Ejemplo:

- Una cantidad reducida en 7. → $x - 7$
- La mitad de un número menos 10. → $\frac{x}{2} - 10$
- El quíntuple de un número. → $5x$
- 6 menos el doble de una cantidad. → $6 - 2x$

Observa cómo se hace

Para convertir "El triple de un número es igual a 15" a lenguaje algebraico se dan los siguientes pasos:

- Se asigna una variable al valor desconocido: **x**
- Se identifican las palabras clave: "triple" "igual"
- Se plantea la expresión considerando las palabras claves.

$3x = 15$ ← Triple significa multiplicar por 3.

Resuelve

1. Clasifica las siguientes expresiones.

- Escribe **Ar** si es una expresión aritmética, **Al** si es una expresión algebraica o **E** si es una ecuación.

a. $5^2 + 2 = 27$ ☐ **b.** $5x - 1$ ☐ **c.** $2x = 4$ ☐

d. $5x + 2 = 12$ ☐ **e.** $\frac{x}{2} + 2y$ ☐ **f.** $\frac{5}{2} - 2 \cdot 8$ ☐

2. Escribe las siguientes expresiones en lenguaje algebraico.

- Utiliza la letra **x** para el número desconocido.

a. La cuarta parte de un número. → ____________________

b. El doble de un número. → ____________________

c. La mitad de un número aumentada en siete. → ____________________

d. El cuádruple de un número menos 3. → ____________________

e. Un número disminuido de 100. → ____________________

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 79

3.8 Solución de ecuaciones sencillas

Analiza

Los estudiantes de las clases 6-A y 6-B recolectan tapas de botella para hacer un mural en su escuela. Si el grupo 6-B recolectó 1250 tapas y en total obtuvieron 2800, ¿cuántas tapas recolectó el grupo 6-A?

Soluciona

Representa la cantidad desconocida mediante una variable (x):

Tapas recolectadas por el grupo 6-A = x

Al sumar las tapas recolectadas por ambos grupos, conocerás que el total es 2800. De esa manera, planteas la ecuación:

$$x + 1250 = 2800$$

Como se quiere eliminar el valor que acompaña a la **x**, es ese el valor que se resta a ambos lados de la igualdad (– 1250).

$$x + 1250 - 1250 = 2800 - 1250$$

$$x = 1550$$

R: El grupo 6-A recolectó 1550 tapas.

Comprende

Para resolver ecuaciones se aplican las siguientes reglas:

- **Regla para la adición y sustracción**: Si a cantidades iguales se le suman o restan cantidades iguales, los resultados son iguales.
  Por ejemplo: $x = 2 \rightarrow x - 2 = 2 - 2$
- **Regla para la multiplicación y división**: Si cantidades iguales se multiplican o dividen por cantidades iguales, los resultados son iguales, exceptuando al divisor cero (0).
  Por ejemplo: $2x = 4 \rightarrow 2x \div 2 = 4 \div 2$

Sigue estos pasos para resolver ecuaciones:

- Simplificar la expresión lo más que sea posible.
- Si hay sumas o restas, aplicar la operación inversa a ambos lados del igual.
- Si hay multiplicaciones o divisiones, aplicar la operación inversa a ambos lados del igual.

Desarrollo sostenible

La "regla de las tres erres" es una propuesta para disminuir la generación de basura y provocar un impacto positivo en el medio ambiente. Esta se compone de las siguientes acciones: reducir, reutilizar y reciclar. Emplear desechos para elaborar diferentes artículos forma parte de la reutilización.

Recuerda

La suma y la resta son operaciones inversas, al igual que la multiplicación y la división.

Recuerda

Una división también se puede escribir como fracción. Así:

$$2x \div 2 = \frac{2x}{2}$$

De esa manera se aplica la simplificación de fracciones para obtener el resultado:

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = x$$

Observa cómo se hace

Si se conoce que el doble de la edad de Lucía aumentado en 5 es igual a 27, se puede calcular su edad así:

- Asigna una variable a la edad de Lucía (x).
- Escribe la situación en lenguaje algebraico.

$$2x + 5 = 27$$

- Observa la suma (+ 5), entonces aplica la operación inversa (– 5).

$$2x + 5 - 5 = 27 - 5 \rightarrow 2x = 22$$

- Observa la multiplicación (• 2), entonces aplica la operación inversa (÷ 2).

$$2x \div 2 = 22 \div 2 \rightarrow x = 11$$

- **R**: La edad de Lucía es 11 años.

Resuelve

La idea central al resolver una ecuación es lograr que la variable desconocida quede sola a un lado del igual. Esto se llama **despejar la variable**.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a. $x + 5 = 20$ **b.** $x - 16 = 34$ **c.** $2x = 48$

d. $\frac{x}{5} = 7$ **e.** $3x + 6 = 30$ **f.** $5x - 2x = 21$

g. $\frac{1}{4}x + 1 = 26$ **h.** $8x + x - 9 = 0$ **i.** $5x + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

2. Ana tiene siete años más que Miriam y ambas edades suman 35 años. ¿Qué edad tiene cada una? Represente la situación con una ecuación.

3. Al inicio de mes Tomás tenía cierta cantidad de dinero ahorrado y al fin de mes tenía 32 balboas. Si el monto final es 6 balboas menos que el doble de lo que tenía al inicio, ¿cuánto dinero tenía al inicio del mes? Representa la situación con una ecuación.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 80

3.9 Practica lo aprendido

1. Transforma a lenguaje algebraico las siguientes expresiones y anótalas en su forma más simplificada.

a. El doble de un número más el triple del mismo número. → ____________

b. Diez veces la quinta parte de un número. → ____________

c. La diferencia entre el triple de un número y el mismo número. → ____________

d. La suma de dos números consecutivos. → ____________

2. Encuentra el valor numérico de cada expresión, sabiendo que a = 3, b = 4 y c = 6.

a. $4a + 3b - 3c$

b. $\frac{a}{c} + \frac{c}{b} - \frac{b}{8} + \frac{a}{2}$

Soluciona problemas

3. El precio de un metro de tela es **x** balboas. Si Mario compra 5 metros y paga con **y** balboas, ¿cuál expresión representa el dinero que le sobra?

4. Un cuadrado tiene un perímetro de 56 cm. ¿Cuál es el área de ese cuadrado? Representa la situación con una ecuación.

Desafíate

1. La mitad de un número sumado a su tercera parte, suman 50, ¿cuál es el número?

2. El largo de un rectángulo excede en 3 cm a su ancho. Si el perímetro del rectángulo es de 26 cm, ¿cuál es su largo y su ancho?

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Calculo cantidades desconocidas en sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.			
Represento un número o una cantidad desconocida utilizando una letra.			
Planteo relaciones de suma y resta entre variables.			
Propongo relaciones de multiplicación y división entre variables.			
Simplifico expresiones algebraicas.			
Evalúo expresiones algebraicas por sustitución con valores dados.			
Planteo relaciones de igualdad que incluyan variables.			
Establezco la diferencia entre una expresión aritmética, una algebraica y una ecuación.			
Expreso en lenguaje algebraico situaciones descritas en lenguaje común.			
Resuelvo ecuaciones sencillas.			
Planteo una ecuación con base en una situación descrita.			
Resuelvo problemas mediante la solución de ecuaciones.			

Unidad

6

Unidades de medida

En esta unidad aprenderás a:

- Estimar diferentes medidas
- Identificar unidades de medida de tiempo, longitud, masa, superficie y volumen
- Realizar conversiones entre medidas de longitud, masa, superficie y volumen utilizando el Sistema Internacional de unidades (SI) y el Sistema Inglés
- Resolver problemas relacionados con unidades de medida

Medición del tiempo

1.1 Unidades de medida de tiempo

Recuerda
Los símbolos para representar las horas, los minutos y los segundos son h, min y s respectivamente. Además: 1 hora = 60 minutos.

Analiza

Eliza hace un cronograma de las actividades que debe realizar antes de irse al cine. Si necesita salir de su casa a la 1:00 p. m., ¿a qué hora debe iniciar con sus labores?

Actividad	Tiempo estimado
Hacer la tarea	1 h
Ordenar su habitación	1 h
Bañarse y prepararse	30 min
Almorzar y lavarse los dientes	30 min

Las 12 mediodía se representan 12:00 m. d. Las horas antes del mediodía se indican con la abreviatura a. m., y después del mediodía con p. m.

Soluciona

Calcula la cantidad total de tiempo que Eliza necesita para realizar todas las actividades.

30 min + 30 min = 1 h → 1 h + 1 h + 1 h = 3 h

Por lo tanto, debe iniciar 3 horas antes de la 1:00 p. m. con sus labores. Esta información se puede analizar de la siguiente manera:

3 h antes | 2 h antes | 1 h antes

10:00 a. m. ← 11:00 a. m. ← 12:00 m. d. ← 1:00 p. m.

R: Eliza debe iniciar con sus labores al menos a las 10:00 a. m.

Comprende

La **medición del tiempo** nos ayuda a organizar nuestras actividades diarias. También facilita la proyección de los periodos en que se realizarán diferentes acciones en un futuro; además, permite registrar los acontecimientos del pasado.

Existe una gran cantidad de unidades de medida de tiempo. Algunas de ellas se refieren a espacios de tiempo cortos, y otras, a periodos más largos.

Unidades de medida de tiempo

El **segundo** es la unidad fundamental de medida de tiempo y se representa con el símbolo **s.** Otras unidades son las siguientes:

Unidades menores que 1 año:

- Mes
- Semana
- Día
- Hora
- Minuto
- Segundo

Unidades mayores que 1 año:

- Lustro
- Década
- Siglo
- Milenio

El tiempo en la rapidez

Las unidades de medida de tiempo también se emplean para expresar la rapidez de un objeto o de un ser vivo. Por ejemplo:

- Si un vehículo transita a 50 km/h, significa que avanza 50 km por cada hora que transcurra.
- Si un caracol avanza a 80 cm/min, significa que recorre 80 cm por cada minuto.

La expresión km/h se lee "kilómetros por hora" y cm/min, se lee "centímetros por minuto".

Resuelve

1. Escribe la unidad de medida de tiempo más adecuada en cada caso.

a. Para preparar una comida demoré 45 ______________.

b. La película que vi en el cine duró aproximadamente 2 ______________.

c. Mi comercial de televisión favorito tarda 25 ______________.

d. El embarazo de mi mamá duró 9 ______________.

e. A mi hermano le llevó 5 ______________ terminar su carrera universitaria.

2. Mireya recibe un encargó para confeccionar 1000 mascarillas. Si ella produce 30 unidades por día, ¿deberá comprometerse a entregarlas en un mes?, ¿por qué?

- Recuerda que 1 mes corresponde a 30 días.

Desafíate

1. Si un leopardo corre con una rapidez constante de 50 km/h, ¿qué distancia habrá recorrido en 30 minutos?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 82

1.2 Lectura del reloj analógico y digital

¿Sabías que...?

Existen dos sistemas horarios que se utilizan para indicar la hora. Uno que considera 24 horas, desde la medianoche hasta la medianoche. Y el otro que considera 12 horas antes del mediodía y 12 después del mediodía.

Analiza

Observa lo que dice Melissa y la hora que marca el reloj. Con base en lo anterior, determina a qué hora inicia su programa favorito.

Soluciona

Lee la hora que indica el reloj en la imagen de arriba.

- La aguja pequeña señala las 8.
- La aguja grande señala el 3 (que corresponde a 15 minutos).
- En ese momento son las 8:15.

Al transcurrir una hora, la aguja grande dará una vuelta completa y la pequeña avanzará un número. Por lo tanto, serán las 9:15.

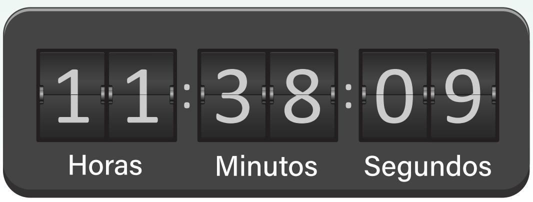
R: El programa favorito de Melissa inicia a las 9:15.

En la mayoría de relojes digitales se puede elegir entre el formato de 24 horas y el de 12 horas.

Comprende

Reloj digital

El **reloj digital** es el que indica las horas mediante números separados por dos puntos (:). El primer número indica las horas, el siguiente los minutos y en ocasiones se agregan también los segundos. Ejemplo:



Son las 11 con 38 minutos y 9 segundos.

Reloj analógico

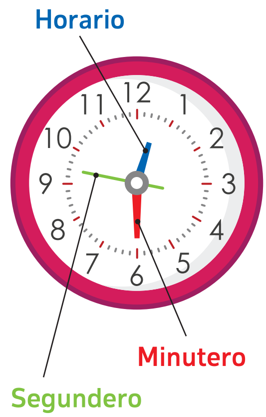
En el reloj analógico hay 3 manecillas:

- **El horario:** Marca las horas. Es la más corta.
- **El minutero:** Marca los minutos. Es la más larga.
- **El segundero:** Marca los segundos. Es mucho más delgada y larga. Algunos relojes no la tienen.

Los números grandes indican las horas; por consiguiente, una vuelta completa del horario corresponde a 12 horas.

Tiene 60 rayitas pequeñas que representan ya sea minutos o segundos. Una vuelta completa del minutero son 60 minutos (1 hora), y una vuelta completa del segundero son 60 segundos (1 minuto).

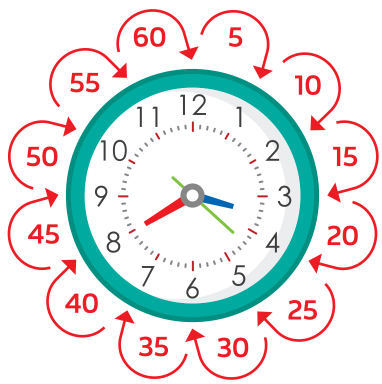
Para leer la hora se observa la posición de las manecillas y se cuentan las rayitas. Las pequeñas se suelen contar de 5 en 5 para facilitar la lectura.



Observa cómo se hace

Para leer la hora en el reloj de la derecha realiza lo siguiente:

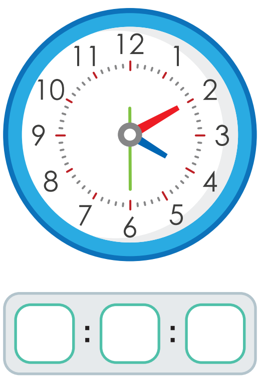
- Observa el número grande que señala el horario o bien el que está inmediatamente antes de la manecilla. En este caso el 3, estas son las horas.
- Identifica la rayita pequeña que señala el minutero. Realiza el conteo de 5 en 5, hasta llegar al 40, esos son los minutos.
- Observa la rayita que señala el segundero. Realiza el conteo de 5 en 5, hasta el 20 y 2 más; es decir, 22, esos son los segundos.



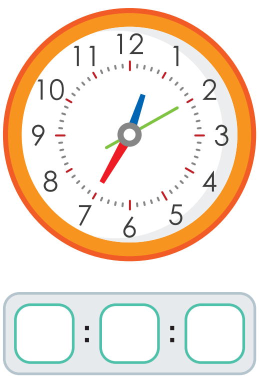
Resuelve

1. Escribe en el reloj digital la hora que indica cada reloj analógico.

a.



b.



c.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 83 y 84

1.3 Conversiones de medidas de tiempo

Analiza

Manuel y Paola entrenan para participar en los Juegos Panamericanos Junior. Manuel dedica 150 min todos los días, mientras que Paola entrena 18 h por semana. ¿Cuál de los dos dedica más horas a la preparación física? ¿Cuántas horas más?

Recuerda

1 h = 60 min

1 semana = 7 días

¿Qué pasaría?

Si la diferencia de horas de entrenamiento se representa con una fracción se obtiene $0{,}5 = \frac{1}{2}$. Por lo tanto, se puede decir que Paola dedica media hora más que Manuel a la semana.

Soluciona

Expresa las cantidades de tiempo de entrenamiento en la misma unidad para poder compararlas.

- Convierte 150 min a horas.
- Para esto resuelve 150 ÷ 60 = 2,5.
- Así, Manuel entrena 2,5 h diarias. Entonces para saber cuánto entrena en una semana, se multiplica por 7.

$$2{,}5 \times 7 = 17{,}5$$

- En una semana, Manuel entrena 17,5 horas. De esta forma se compara con el tiempo que entrena Paola y se obtiene el siguiente resultado:

$$17{,}5 \text{ horas} < 18 \text{ horas}$$

- Para saber cuántas horas más entrena Paola se halla la diferencia:

$$18 - 17{,}5 = 0{,}5$$

R: Paola dedica 0,5 horas más de entrenamiento a la semana que Manuel.

Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de medida de tiempo** se deben tener en cuenta las siguientes equivalencias básicas. Algunas otras se obtienen por medio de las relaciones entre estas:

- 1 milenio = 1000 años
- 1 siglo = 100 años
- 1 década = 10 años
- 1 lustro = 5 años
- 1 año = 12 meses o 365 días
- 1 mes = de 28 a 31 días
- 1 semana = 7 días
- 1 día = 24 horas
- 1 hora = 60 minutos
- 1 minuto = 60 segundos

Para convertir de una unidad mayor a una menor, se multiplica y de una menor a una mayor se divide, según las equivalencias dadas.

Observa cómo se hace

Observa de qué manera se realizan las siguientes conversiones:

a. 2 décadas a meses

$2 \times 10 = 20$

$20 \times 12 = 240$

Se multiplica por 10 para pasar a años. Luego por 12 para convertir años a meses.

2 décadas = 240 meses

b. 336 horas a semanas

$336 \div 24 = 14$

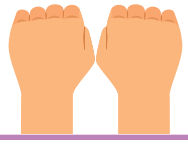
$14 \div 7 = 2$

Se divide entre 24 para pasar a días. Luego entre 7 para convertir días a semanas.

336 horas = 2 semanas

¿Sabías que...?

Existe una técnica para identificar cuáles meses del año tienen 31 días, en la que se emplean las manos en la posición que se muestra en la imagen. Investiga más sobre esta técnica.



Resuelve

1. Convierte cada medida de tiempo a la unidad indicada.

a. 5 milenios a años

b. 8 años a meses

c. 5 días a s

d. 480 s a min

e. 30 años a lustros

f. 48 meses a años

g. 8 siglos a lustros

h. 20 siglos a milenios

i. 10 080 min a semanas

2. Fernando ha asistido a la universidad durante 3 años y Mariana, medio lustro. ¿Cuál de los dos lleva más tiempo en la universidad? ¿Cuántos meses más?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 85

1.4 Practica lo aprendido

1. Escribe la hora actual y la hora a la que terminará cada persona de realizar la actividad. Luego, expresa la duración de cada actividad en minutos y en segundos.

a.

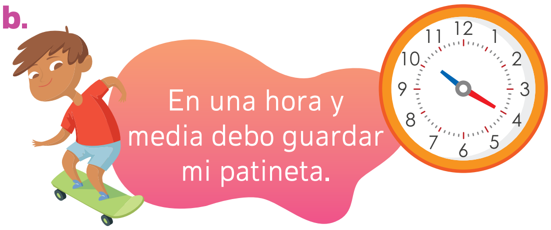
Hora actual: ____________

Hora final: ____________

Duración (min): ____________

Duración (s): ____________

b.



Hora actual: ____________

Hora final: ____________

Duración (min): ____________

Duración (s): ____________

c.

Hora actual: ____________

Hora final: ____________

Duración (min): ____________

Duración (s): ____________

d.

Hora actual: ____________

Hora final: ____________

Duración (min): ____________

Duración (s): ____________

Soluciona problemas

2. La persona más longeva del mundo, según registró los *Guinness World Records*, vivió en total un siglo, 2 décadas, 24 meses y 3936 horas. ¿Cómo se expresa en años y días la edad de esa persona?

Medidas de longitud

2.1 Repasa tus conocimientos

1. Escribe una **S** si la unidad de medida corresponde a un submúltiplo del metro o una **M** si es un múltiplo.

a. Hectómetro → ☐ **b.** Kilómetro → ☐ **c.** Decámetro → ☐

d. Decímetro → ☐ **e.** Milímetro → ☐ **f.** Centímetro → ☐

2. Relaciona cada unidad de medida del Sistema Internacional con su respectivo símbolo.

Centímetro	Decámetro	Decímetro	Hectómetro	Kilómetro	Milímetro
km	cm	hm	mm	dam	dm

3. Relaciona cada unidad de medida del Sistema Inglés con su respectivo símbolo o abreviatura.

Pulgada	Pie	Yarda	Milla
mi	pie	pulg	yd

4. Escribe el resultado de las siguientes multiplicaciones por múltiplos de 10.

a. 85 × 10 = ________ **b.** 0,5 × 10 000 = ________

c. 12,6 × 100 = ________ **d.** 1,834 × 1000 = ________

5. Escribe el resultado de las siguientes divisiones entre múltiplos de 10.

a. 700 ÷ 10 = ________ **b.** 65 ÷ 100 = ________

c. 4,2 ÷ 1000 = ________ **d.** 0,5 ÷ 10 000 = ________

Para multiplicar por un múltiplo de 10 se agregan la misma cantidad de 0 del múltiplo o se mueve la coma a la derecha. Para dividir se elimina la cantidad de ceros correspondiente o se mueve la coma a la izquierda.

2.2 Unidades de medida de longitud del SI

¿Sabías que...?

El salto con pértiga es una prueba de atletismo que consiste en saltar sobre una barra horizontal colocada a cierta altura, con ayuda de una pértiga o vara flexible que le permite al atleta impulsarse para pasar sin tocar la barra horizontal.

Analiza

En una competencia de salto con pértiga, Gabriel alcanzó una altura de 4,25 m y Erick, una altura de 4,32 m. ¿Cuál fue la diferencia en centímetros entre la altura lograda por Erick y la de Gabriel?

Soluciona

Convierte ambas alturas a centímetros para hallar la diferencia.

- Altura de Gabriel:

$$4,25 \times 100 = 425 \rightarrow 4,25 \text{ m} = 425 \text{ cm}$$

- Altura de Erick:

$$4,32 \times 100 = 432 \rightarrow 4,32 \text{ m} = 432 \text{ cm}$$

- Resta la menor altura de la mayor.

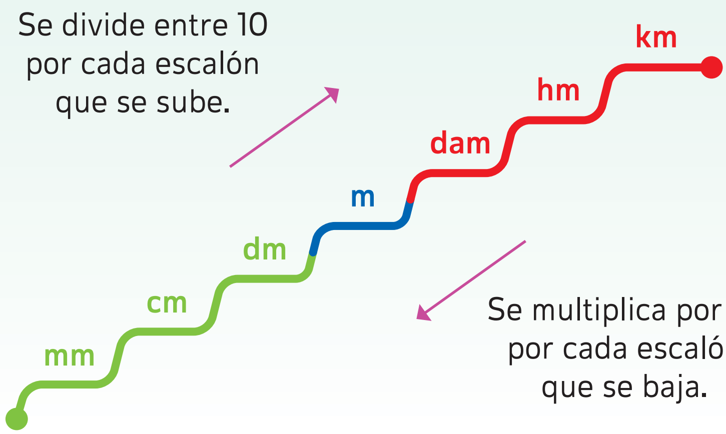
$$432 - 425 = 7$$

R: La diferencia entre las alturas de los atletas fue de 7 cm.

Comprende

La unidad base de **medida de longitud** del Sistema Internacional es el metro. También se utilizan en este sistema los múltiplos y submúltiplos del mismo.

Para realizar conversiones entre las unidades de medida de longitud del Sistema Internacional se puede utilizar la siguiente escalera.



Recuerda

Los múltiplos del metro son unidades de medida de longitud mayores que el metro y los submúltiplos, menores. Son los siguientes:

Múltiplos:

- Kilómetro (km)
- Hectómetro (hm)
- Decámetro (dam)

Submúltiplos:

- Decímetro (dm)
- Centímetro (cm)
- Milímetro (mm)

Observa cómo se hace

a. Para convertir 55 km a dam se dan los siguientes pasos:

- Ubica la unidad inicial en la escalera, en este caso, kilómetros.
- Observa que se deben bajar 2 escalones para llegar a la unidad deseada, en este caso, decámetros.
- Multiplica la medida que se desea convertir 2 veces por 10.

$$55 \times 10 = 550 \rightarrow 550 \times 10 = 5500$$

- Por lo tanto, 55 km = 5500 dam.

b. Para convertir 450 mm a m sigue las siguientes indicaciones:

- Ubica la unidad inicial en la escalera, en este caso, milímetros.
- Observa que se deben subir 3 escalones para llegar a la unidad deseada, en este caso, metros.
- Divide la medida que se desea convertir 3 veces entre 10, que es lo mismo que dividir entre 1000.

$$450 \div 1000 = 0{,}45$$

- Por lo tanto, 450 mm = 0,45 m.

Observa que multiplicar 2 veces por 10 es lo mismo que multiplicar por 100 y dividir 3 veces entre 10 es igual que dividir entre 1000. De igual manera multiplicar o dividir 4 veces por 10, sería igual que multiplicar o dividir por 10 000 respectivamente.

Resuelve

1. Convierte las siguientes medidas a la unidad indicada.

a. 400 m = ____________ dm

b. 1830 cm = ____________ dm

c. 215 hm = ____________ mm

d. 6000 m = ____________ km

e. 6,4 km = ____________ dam

f. 850 cm = ____________ m

g. 0,35 cm = ____________ mm

h. 4 mm = ____________ dm

2. Adrián entrena en una pista de atletismo en la que acumula una distancia de 0,4 km en cada vuelta. Si durante una mañana dio 25 vueltas completas en la pista, ¿cuántos metros acumuló en total?

3. Yuri necesita comprar 75 cm de tela para una falda. Si cada metro de tela cuesta 5 balboas, ¿cuánto debe pagar por lo que necesita?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 86

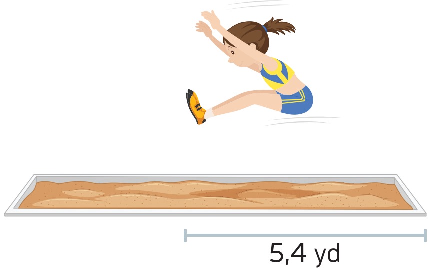
2.3 Unidades de medida de longitud del Sistema Inglés

¿Sabías que...?

El récord mundial femenino en salto largo lo logró Galina Chistiakova en 1988 con una distancia de 7,52 m, mientras que el récord olímpico le corresponde a la estadounidense Jackie Joyner-Kersee con una distancia de 7,40 m lograda ese mismo año.

Analiza

Durante su entrenamiento Vanesa logró un salto largo de 5,4 yardas. Si ella tiene el objetivo de llegar a las 6 yardas, ¿cuántos pies le faltaron en ese salto?



Soluciona

Obtén la diferencia entre el objetivo que se propuso Vanesa y la distancia que logró.

$$6 - 5,4 = 0,6$$

Observa que a Vanesa le faltaron 0,6 yardas para llegar a su objetivo.

- Multiplica esa distancia por 3 para convertirla a pies.

$$0,6 \times 3 = 1,8$$

R: Le faltaron 1,8 pies para lograr el objetivo.

Comprende

En medidas de longitud, además del Sistema Internacional, también se utiliza el **Sistema Inglés**.

El **pie** es la unidad fundamental de longitud en este sistema y también tiene múltiplos y submúltiplos. En la tabla de abajo se muestran algunas equivalencias de longitud entre unidades del Sistema Inglés.

- Para convertir de una unidad mayor a una menor, se multiplica según la equivalencia de la tabla.
- Para convertir de una unidad menor a una mayor se divide.
- Considera que en algunos casos se debe resolver más de una operación.

Sistema Inglés	
1 pie	12 pulgadas
1 yarda	3 pies
1 yarda	36 pulgadas
1 milla	1760 yardas

La pulgada es un submúltiplo del pie, mientras que la yarda y la milla son múltiplos.

Observa cómo se hace

a. Para convertir 15 yd a pie:

- Observa que es de una unidad mayor a una menor, por lo tanto se multiplica según la equivalencia.

$$15 \times 3 = 45$$

- Así pues, 15 yd = 45 pie.

b. Para convertir 6336 pulg a mi:

- Observa que es de una unidad menor a una mayor, por lo tanto se divide según la equivalencia.
- Convierte primero de pulgadas a yardas y luego a millas.

$$6336 \div 36 = 176 \rightarrow 6336 \text{ pulg} = 176 \text{ yd}$$

$$176 \div 1760 = 0{,}1 \rightarrow 176 \text{ yd} = 0{,}1 \text{ mi}$$

- De manera que, 6336 pulg = 0,1 mi.

Para resolver algunas conversiones que involucran operaciones complejas es recomendable utilizar la calculadora. También es necesario aplicar el redondeo de decimales en algunas ocasiones.

Resuelve

1. Convierte las siguientes medidas a la unidad indicada.

a. 2 pie = __________ pulg

b. 5 yd = __________ pie

c. 4 mi = __________ yd

d. 5280 yd = __________ mi

e. 24 pie = __________ yd

f. 120 pulg = __________ pie

2. La señora Ortencia compró 15 yd de cinta para confeccionar lazos y decorar su árbol de Navidad. Si partió la cinta en 10 trozos del mismo tamaño sin que le sobrara nada, ¿cuántas pulgadas mide cada uno de esos trozos?

Desafíate

1. Héctor viaja en su automóvil con una rapidez constante de 50 mi/h. ¿Cuántas yardas recorre Héctor en 30 minutos?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 87

2.4 Conversiones entre unidades de longitud del SI y el Sistema Inglés

Analiza

El récord mundial masculino en el lanzamiento de jabalina es de 98,48 m. Si Orlando alcanzó una distancia de 76,55 yd, ¿cuántas yardas le faltan para igualar la marca mundial?

Soluciona

Convierte la distancia correspondiente al récord a yardas.

- Resuelve 98,48 ÷ 0,9144. Para este tipo de cálculos conviene utilizar la calculadora y redondear.

$$98{,}48 \div 0{,}9144 \approx 107{,}7 \rightarrow 98{,}48 \text{ m} \approx 107{,}7 \text{ yd}$$

- Resta la distancia lograda por Orlando de la distancia en yardas del récord mundial.

$$107{,}7 - 76{,}55 = 31{,}15$$

- A Orlando le faltaron 31,15 yd para igualar el récord mundial.

Comprende

Las medidas que están expresadas en **unidades de longitud del Sistema Inglés se pueden convertir al Sistema Internacional y viceversa.**

Para realizar conversiones se usan los datos de la tabla: Se multiplica por la equivalencia correspondiente, si vas a convertir del Sistema Inglés al Sistema Internacional, y se divide para pasar del Sistema Internacional al Inglés.

Sistema Inglés	Sistema Internacional
1 pulg	2,54 cm = 25,4 mm
1 pie	30,4 cm = 304 mm
1 yd	91,44 cm = 0,9144 m
1 mi	1609 m = 1,609 km

¿Sabías que...?

El sistema métrico decimal fue creado en respuesta a la necesidad de establecer unidades de medida universales, que no variaran de un lugar a otro ni dependieran de alguna circunstancia. Este sistema posteriormente fue ampliado, y es lo que hoy se conoce como el Sistema Internacional de Unidades o SI.

Observa que en cada fila hay dos equivalencias. Se usa la que más convenga en cada caso.

Observa cómo se hace

a. Para convertir 12 pulg a cm:

- Observa que es de una unidad del Sistema Inglés a una del Sistema Internacional; por lo tanto, se multiplica por la equivalencia.

$$12 \times 2{,}54 = 30{,}48$$

- Así que, 12 pulg = 30,48 cm.

b. Para convertir 55 km a mi:

- Observa que es de una unidad del Sistema Internacional a una del Sistema Inglés; por lo tanto, se divide entre la equivalencia.

$$55 \div 1{,}609 = 34{,}18$$

- En consecuencia, 55 km = 34,18 mi.

Resuelve

1. Convierte las siguientes medidas a la unidad indicada.

- Utiliza la calculadora.

a. 5 pulg = ____________ cm

b. 3 pie = ____________ mm

c. 10 yd = ____________ cm

d. 2 mi = ____________ m

e. 5 pie = ____________ m

f. 8 mi = ____________ km

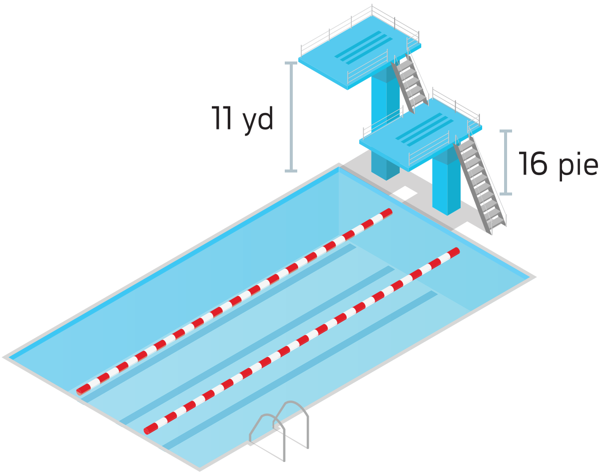
g. 25,4 cm = ____________ pulg

h. 60,8 cm = ____________ pie

i. 457,2 cm = ____________ yd

j. 9654 m = ____________ mi

2. En una piscina de entrenamiento para clavados hay dos plataformas como las que se muestran en la imagen. ¿Cuál es la diferencia aproximada en metros entre las alturas de esas plataformas?



Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 88

2.5 Practica lo aprendido

1. Completa la tabla con las equivalencias que faltan.

- Usa calculadora y redondea a las centésimas cuando sea posible.

km	m	cm	yd	mi
8				
	250			
		1500		
			8800	
				100

Soluciona problemas

2. Nuria confecciona banderas para las fiestas patrias. Para esto compró 9 m de tela azul, 0,9 dam de tela roja y 1800 cm de tela blanca. Si cada metro de tela le costó 3,6 balboas, ¿cuánto pagó en total?

3. Ronaldo hace una ruta en bicicleta de 22 mi. Si ya ha recorrido 35 200 yd, ¿cuántos pies le faltan por recorrer?

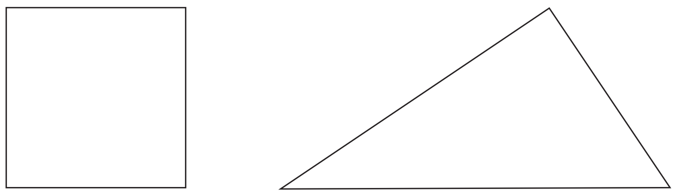
Desafíate

1. La distancia de Tocumen a Las Cumbres es de 16,09 km. Si Sandra viaja con una rapidez constante de 60 mi/h, ¿cuánto tardará en trasladarse entre esos dos lugares?

Medidas de superficie

3.1 Repasa tus conocimientos

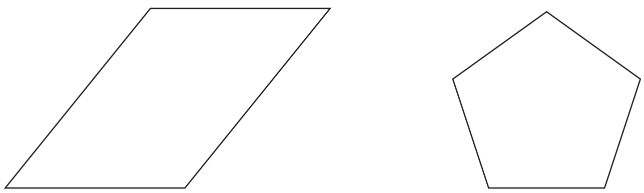
1. Repinta, con rojo, el perímetro (contorno) de las siguientes figuras.



Recuerda

El perímetro de una figura se refiere a la longitud de su contorno, mientras que el área se relaciona con su superficie; es decir, todo lo que abarca su interior.

2. Colorea, con verde, la superficie (interior) de las siguientes figuras.



3. Escribe tres unidades del Sistema Internacional que se utilizan para medir superficies.

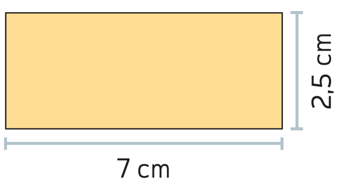
__________ __________ __________

4. Escribe tres unidades del Sistema Inglés que se utilizan para medir superficies.

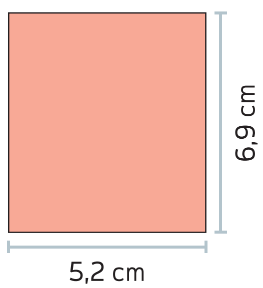
__________ __________ __________

5. Determina el área en centímetros cuadrados (cm^2) de cada rectángulo.

a.

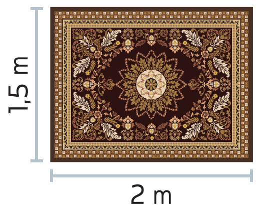


b.



Para calcular el área multiplica el largo por el ancho.

3.2 Concepto de superficie



Analiza

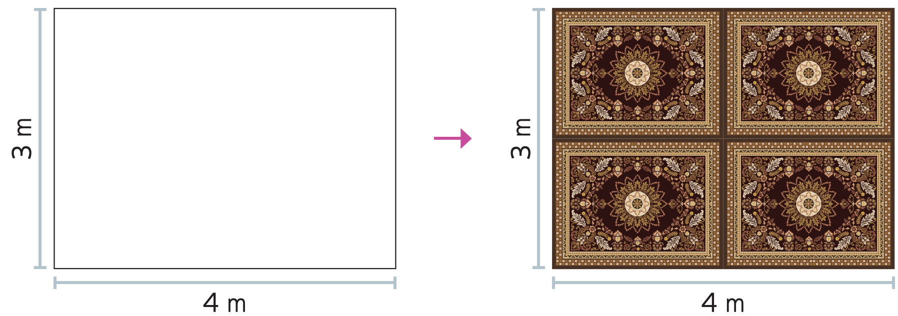
La habitación de Elena tiene forma rectangular de 3 m de ancho y 4 m de largo. Ella desea cubrir todo el piso de su habitación con alfombras. ¿Cuántas alfombras como la de la imagen debe comprar?

¿Sabías que...?

El concepto de superficie es utilizado en muchas áreas de la vida cotidiana. Por ejemplo, para hablar de la superficie de un terreno, la superficie que abarca una casa, la superficie de una pared y la expansión territorial o marítima de un país.

Soluciona

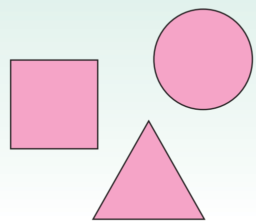
Construye una representación del piso de la habitación de Elena. Luego, observa que el ancho de dos alfombras, es igual al ancho de la habitación y que el largo de dos alfombras, es igual al largo de la habitación.



R: Elena debe comprar 4 alfombras.

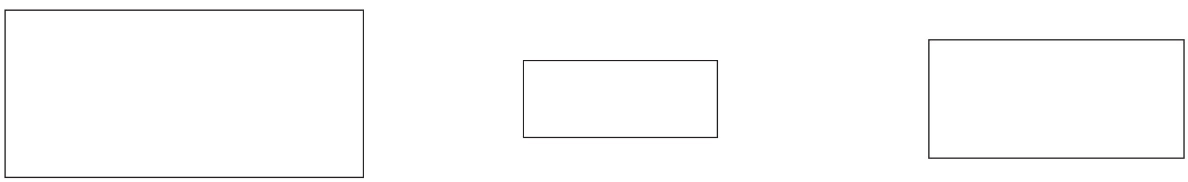
Comprende

El concepto geométrico de **superficie** se utiliza para referirse al espacio determinado por una figura plana cerrada; es decir, la superficie de una figura es su interior. Por ejemplo, en las figuras de la derecha se pintó de color rosado su superficie.



Resuelve

1. Colorea con azul el rectángulo de mayor superficie y con verde el de menor superficie.



3.3 Unidades de medida de superficie del Sistema Internacional (SI)

Analiza

¿De qué manera se lee la información del rótulo de la derecha?

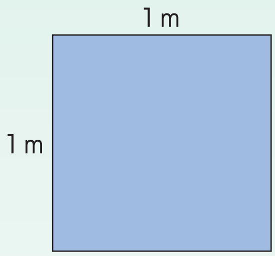
Soluciona

El símbolo **m** representa la unidad base de medida de longitud que es el metro. Cuando se tiene una potencia de exponente 2 suele decirse también "cuadrado".

Por lo tanto, la información del rótulo se lee así: "Superficie del terreno: dos mil quinientos metros cuadrados".

Comprende

La **unidad base de medida de superficie en el Sistema Internacional (SI)** es el **metro cuadrado** y se representa con el símbolo **m^2**. Un metro cuadrado corresponde a la superficie que abarca un cuadrado de 1 m de lado, como el de la figura.



Existen unidades métricas cuadradas menores que el metro cuadrado, se conocen como submúltiplos del metro cuadrado. También, hay unidades mayores conocidas como múltiplos del metro cuadrado.

Submúltiplos del metro cuadrado	**Múltiplos del metro cuadrado**
Decímetro cuadrado (dm^2)	Decámetro cuadrado (dam^2)
Centímetro cuadrado (cm^2)	Hectómetro cuadrado (hm^2)
Milímetro cuadrado (mm^2)	Kilómetro cuadrado (km^2)

Cada una se puede interpretar como la superficie de un cuadrado. Por ejemplo, 1 dm^2 corresponde a un cuadrado de 1 dm de lado, 1 km^2, es la superficie de un cuadrado de 1 km de lado y así sucesivamente.

¿Sabías que...?

El Lago Gatún es un gran lago artificial que tiene una superficie de 436 km^2. Fue creado entre los años 1903 y 1913 y es fundamental en el tránsito por el Canal de Panamá.

Resuelve

1. Escribe el nombre y el símbolo de tres múltiplos del metro cuadrado.

a. Múltiplo ____________ Símbolo → ☐

b. Múltiplo ____________ Símbolo → ☐

c. Múltiplo ____________ Símbolo → ☐

2. Escribe el nombre y el símbolo de tres submúltiplos del metro cuadrado.

a. Submúltiplo ____________ Símbolo → ☐

b. Submúltiplo ____________ Símbolo → ☐

c. Submúltiplo ____________ Símbolo → ☐

3. Escribe la forma en que se lee cada expresión.

a. 18 cm^2 ____________

b. 25 hm^2 ____________

c. 2 km^2 ____________

4. Relaciona cada superficie con la medida más adecuada, según la unidad utilizada en cada caso.

Extensión territorial de Panamá	Superficie de una hoja	Superficie que abarca una casa	Superficie de una moneda
110 m^2	700 mm^2	75 517 km^2	588 cm^2

Desafíate

1. Gerardo debe cubrir una superficie de 20 m^2 con baldosas de $\frac{1}{4}$ m^2 cada una. ¿Cuántas baldosas necesitará?

3.4 Conversión de entre las unidades de medida de superficie del Sistema Internacional (SI)

Analiza

Laura vio dos terrenos en venta y decidió comprar el de mayor extensión. ¿Cuál de los dos terrenos compró según lo que indican los rótulos?

En el problema, la frase "mayor extensión" se refiere a mayor superficie.

Soluciona

Para poder comparar dos medidas de superficie, se deben expresar en la misma unidad. En este caso, convierte 18 dam^2 a metros cuadrados.

Para convertir de decámetros cuadrados a metros cuadrados, debes multiplicar por 100.

$$18 \times 100 = 1800$$

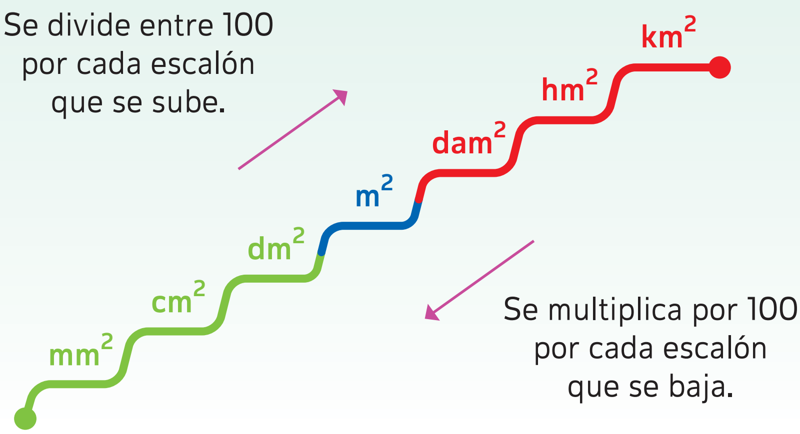
Así, 18 dam^2 = 1800 m^2

Por lo tanto, como $1800 > 1500$, entonces 18 dam^2 > 1500 m^2.

R: Laura compró el terreno 1.

Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de superficie del Sistema Internacional (SI)** se puede utilizar la siguiente escalera:



Recuerda

Para multiplicar un número decimal por 100, se mueve la coma dos lugares a la derecha y se completa con ceros de ser necesario. Para dividir entre 100, se mueve la coma hacia la izquierda y también se agregan ceros si se necesitan. Si el número es natural, considera con cero decimales: 34 = 34,0.

Considera que multiplicar o dividir dos veces por 100 es igual que multiplicar o dividir por 10 000. Y si es tres veces, entonces se opera por 1 000 000.

Observa cómo se hace

a. Para convertir 150 cm^2 a m^2

Se deben subir dos escalones, por lo tanto se divide dos veces entre 100.

$150 \div 100 = 1{,}5 \rightarrow$ 1,5,0, Dos espacios

$1{,}5 \div 100 = 0{,}015 \rightarrow$ 0,0,1,5 Dos espacios

$150\ cm^2 = 0{,}015\ m^2$

b. Para convertir 2,7 km^2 a hm^2

Se debe bajar un escalón, por consiguiente se multiplica una vez por 100.

$2{,}7 \times 100 = 270 \rightarrow$ 2,7,0, Dos espacios

$2{,}7\ km^2 = 270\ hm^2$

Resuelve

1. Anota la cantidad de escalones que se deben bajar o subir en cada caso para realizar la conversión entre las unidades indicadas. Observa el ejemplo.

a. De cm^2 a mm^2 bajar 1

b. De dm^2 a dam^2 ______

c. De km^2 a dam^2 ______

d. De hm^2 a km^2 ______

e. De m^2 a cm^2 ______

f. De m^2 a mm^2 ______

2. Completa las siguientes conversiones.

a. 25 m^2 = ______ dm^2

b. 1,8 dm^2 = ______ cm^2

c. 500 hm^2 = ______ km^2

d. 30 m^2 = ______ dam^2

e. 2,04 m^2 = ______ cm^2

f. 0,7 km^2 = ______ m^2

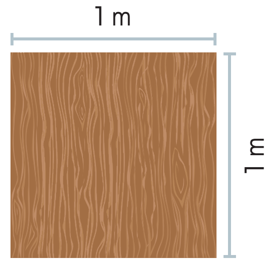
g. 870 000 m^2 = ______ km^2

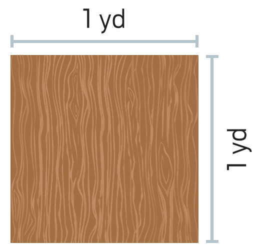
h. 15 dm^2 = ______ dam^2

3. Adrián y su padre pintan una pared de 12,5 m^2 de superficie. Si cada bandeja de pintura les alcanza para pintar 250 dm^2, ¿cuántas bandejas deben alistar?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 89

3.5 Unidades de medida de superficie del Sistema Inglés





Analiza

Catalina tiene dos láminas cuadradas de madera como las que se muestran en las imágenes. Si desea usar la de menor superficie para elaborar una artesanía, ¿cuál debe usar?, ¿cuánto mide su superficie?

Soluciona

El cuadrado que mide 1 m de lado tiene una superficie de 1 m^2.

El cuadrado que mide 1 yd de lado tiene una superficie de 1 yd^2.

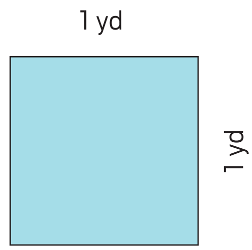
Como 1 m es mayor que 1 yd, entonces el cuadrado de menor superficie es el que mide 1 yd de lado.

Recuerda

1 yd = 0,914 m.

Comprende

También existen **unidades de medida de superficie del Sistema Inglés**. Una de estas es la yarda cuadrada, que corresponde a la superficie que abarca un cuadrado de 1 yd de lado, como el de la figura.



Existen otras unidades métricas cuadradas menores y mayores que la yarda cuadrada.

Mayores	Menores
Milla cuadrada (mi^2)	Pie cuadrado (pie^2) Pulgada cuadrada ($pulg^2$)

Resuelve

1. Relaciona cada superficie con la medida más adecuada, según la unidad utilizada en cada caso.

Superficie de un parque	Superficie de la pantalla de un celular	Superficie del lago Bayano	Superficie de una ventana
136 mi^2	22 pie^2	20 000 yd^2	18 $pulg^2$

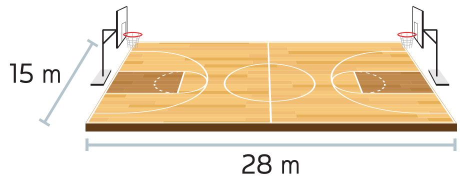
Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 90

3.6 Conversión entre unidades cuadradas del SI y del Sistema Inglés

Recuerda
El área de un rectángulo se calcula multiplicando el largo por el ancho.

Analiza

¿Cuál es el área de la cancha rectangular en metros cuadrados y en yardas cuadradas?



Soluciona

Calcula el **área en metros cuadrados** con las medidas dadas:

$$15 \times 28 = 420 \longrightarrow A = 420\ m^2$$

Para calcular en yardas cuadradas, convierte las medidas de metros a yardas y multiplícalas:

Es mejor trabajar con aproximaciones redondeando los decimales a la décima o la centésima según se considere más conveniente.

De metros a yardas

$$15 \div 0{,}914 \approx 16{,}4 \longrightarrow 15\ m \approx 16{,}4\ yd$$

$$28 \div 0{,}914 \approx 30{,}6 \longrightarrow 28\ m \approx 30{,}6\ yd$$

Área en yardas cuadradas

$$16{,}4 \times 30{,}6 = 501{,}84 \longrightarrow A = 501{,}84\ yd^2$$

Comprende

Para realizar **conversiones entre las unidades métricas cuadradas del Sistema Internacional y las del Sistema Inglés**, se utilizan las siguientes equivalencias:

1 pulg^2 = 6,45 cm^2	1 pie^2 = 144 pulg^2
1 yd^2 = 1296 pulg^2	1 yd^2 = 9 pie^2
1 m^2 = 10,76 pie^2	1 m^2 = 1,196 yd^2
1 mi^2 = 2,59 km^2	1 yd^2 = 0,836 m^2

- Para convertir de una unidad que está a la izquierda de la igualdad a una a la derecha, se multiplica. Por ejemplo, para convertir de pulgadas cuadradas a centímetros cuadrados se multiplica por 6,45.
- Para convertir de una unidad que está a la derecha de la igualdad a una a la izquierda, se divide. Por ejemplo, para convertir de centímetros cuadrados a pulgadas cuadradas se divide entre 6,45.

¿Sabías que...?
Otra unidad de medida de superficie del Sistema Inglés usada con frecuencia es el acre, que corresponde a 4840 yd^2.

Observa cómo se hace

a. Para convertir 51,6 cm^2 a $pulg^2$.

$51,6 \div 6,45 = 8$ → Se aplica la igualdad 1 $pulg^2$ = 6,45 cm^2 de derecha a izquierda; por lo tanto, se divide.

51,6 cm^2 = 8 $pulg^2$

b. Para convertir 50 m^2 a yd^2.

$50 \times 1,196 = 59,8$ → Se aplica la igualdad 1 m^2 = 1,196 yd^2 de izquierda a derecha; por consiguiente, se multiplica.

50 m^2 = 59,8 yd^2

Resuelve

1. Resuelve las conversiones en tu cuaderno y completa con el número correspondiente.

a. 15 $pulg^2$ = ________ cm^2

b. 8 pie^2 = ________ $pulg^2$

c. 12 m^2 = ________ pie^2

d. 2 yd^2 = ________ $pulg^2$

e. 45 yd^2 = ________ pie^2

f. 5 mi^2 = ________ km^2

g. 72 pie^2 = ________ yd^2

h. 1076 pie^2 = ________ m^2

2. Expresa el área de construcción de cada casa en yardas cuadradas.

a.

Área de construcción: 125 m^2

b.

Área de construcción: 85 m^2

2. Expresa el área de construcción de cada casa en metros cuadrados.

a.

Área de construcción: 180 yd^2

b.

Área de construcción: 90 yd^2

Desarrollo sostenible

Las zonas protegidas son de gran importancia para la conservación del medio ambiente.

- Investiga cuál es la superficie en kilómetros cuadrados y en millas cuadradas que abarcan estos territorios en Panamá.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 91

3.7 Practica lo aprendido

1. Escribe **V** si la afirmación es verdadera o **F** si es falsa.

a. $1\ cm^2 = 0{,}0001\ m^2$ →

b. $42\ km^2 = 4200\ hm^2$ →

c. $5\ m^2 = 0{,}05\ dam^2$ →

d. $2500\ mm^2 = 25\ cm^2$ →

e. $3{,}6\ dm^2 = 360\ m^2$ →

f. $4{,}5\ cm^2 = 6{,}975\ pie^2$ →

g. $2{,}54\ cm^2 = 1\ pulg^2$ →

h. $7{,}1\ km^2 = 2{,}742\ mi^2$ →

i. $30\ pulg^2 = 6{,}452\ cm^2$ →

j. $3\ m^2 = 3{,}586\ yd^2$ →

Soluciona problemas

2. La zona protegida de Portobelo en Colón posee una superficie de 359 300 000 m^2, mientras que la zona protegida de Palo Seco en Bocas del Toro tiene una extensión de 1674,1 km^2.

a. ¿Cuál de estas dos regiones abarca una mayor parte del territorio nacional?

b. ¿Cuántos hectómetros cuadrados abarcan las dos zonas juntas?

3. Ricardo desea vender una finca de 0,25 km^2. Si él considera que el valor del metro cuadrado de su propiedad es de 5 balboas, ¿cuál debe ser el precio de venta que le asigne al terreno?

Desafíate

1. Investiga la extensión territorial de los 7 países centroamericanos en kilómetros cuadrados y completa la tabla. Realiza, en tu cuaderno y completa, la conversión de kilómetros cuadrados a millas cuadradas.

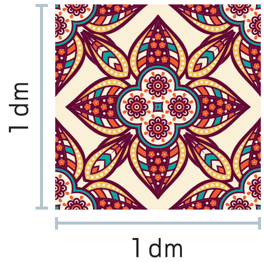
	Belice	Costa Rica	El Salvador	Guatemala	Honduras	Nicaragua	Panamá
km^2							
mi^2							

Cálculo del área

4.1 Concepto de área

Analiza

Daniela utilizó exactamente 144 piezas de cerámica cuadradas como la de la imagen para cubrir todo el piso de su baño. ¿Cuál es la medida de la superficie del piso del baño de Daniela?



Soluciona

La superficie de cada una de las baldosas mide 1 dm^2.

Puedes calcular la medida de la superficie total del piso del baño de la siguiente manera:

$1 \times 144 = 144$ → Pues son 144 baldosas de 1 dm^2 cada una.

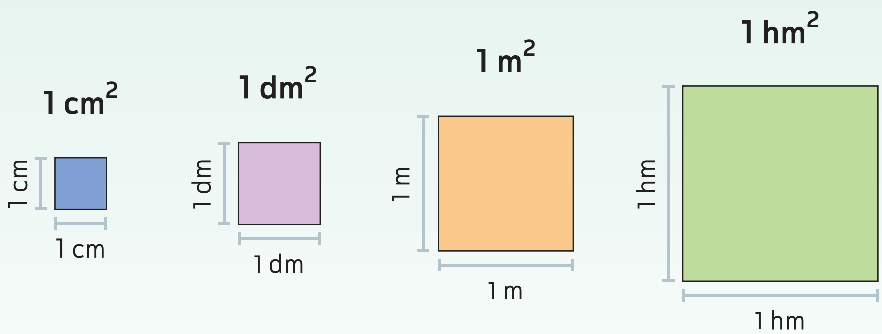
R: La medida de la superficie del piso del baño es de 144 dm^2.

Recuerda que 1 m^2 corresponde a la superficie de un cuadrado de 1 m de lado. De la misma manera, un cuadrado de 1 dm de lado tiene una superficie de 1 dm^2.

Comprende

El **área** de una región o figura geométrica es la **medida que se le asigna a su superficie**. Esta medida se representa utilizando las unidades métricas cuadradas estudiadas.

Cada unidad métrica cuadrada se puede relacionar con el área de un cuadrado. Por ejemplo:

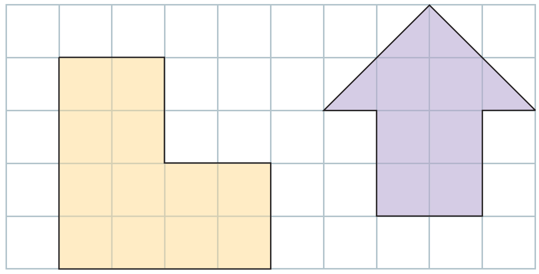


Por medio de esta relación entre medidas y figuras es posible determinar el área de otras regiones. Al representar una figura en una cuadrícula donde se conoce el área de cada cuadrito, se cuentan la cantidad de cuadritos que abarca y de esa manera se determina el área.

Observa cómo se hace

Si en la cuadrícula cada cuadrito representa 1 cm^2, entonces:

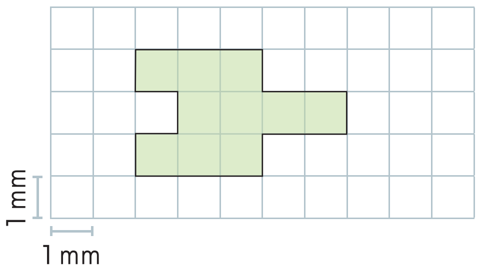
- La figura amarilla tiene un área de 12 cm^2.
- La figura morada tiene un área de 8 cm^2.



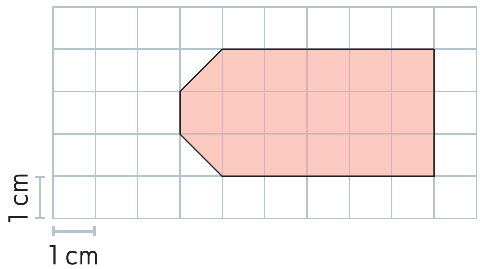
Resuelve

1. Determina el área de las figuras sombreadas. Considera la unidad métrica cuadrada que representa un cuadrito, según las medidas indicadas en cada caso.

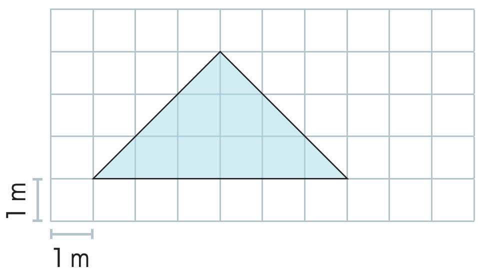
a. Área: ____________________



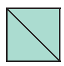
b. Área: ____________________



c. Área: ____________________



Considera que al unir dos de los triángulos involucrados en las figuras, se obtiene un cuadrado. Por ejemplo:

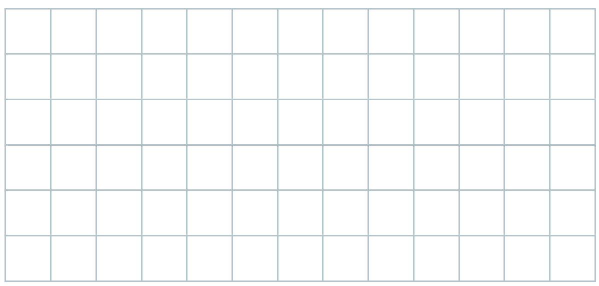


2. Representa las figuras según las características indicadas. Ten en cuenta que cada cuadrito de la cuadrícula mide 1 cm de lado.

a. Con rojo una figura de 5 cm^2.

b. Con azul una figura de 9 cm^2.

c. Con verde una figura de 6 cm^2.



Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 92

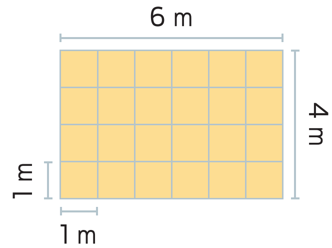
4.2 Cálculo de áreas de paralelogramos

Analiza

¿Qué área ocupa una piscina rectangular que mide 6 m de largo y 4 m de ancho?

Soluciona

Elabora una representación gráfica de la piscina y divide en cuadritos que midan 1 m de lado.



De esa forma, se cuentan los cuadritos y se obtienen 24.

R: El área de la piscina es de 24 m^2.

Recuerda

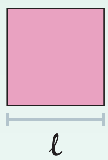
Los paralelogramos son cuadriláteros que tiene sus dos pares de lados opuestos paralelos. Por ejemplo, el cuadrado y el rectángulo.

Comprende

Para **calcular el área (A)** de los diferentes paralelogramos se utilizan las siguientes fórmulas:

Cuadrado

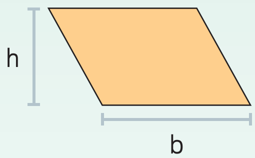
Se multiplica lado por lado.



$A = \ell \times \ell$

Romboide

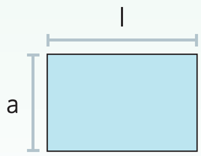
Se multiplica base por altura.



$A = b \times h$

Rectángulo

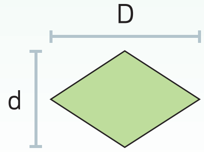
Se multiplica largo por ancho.



$A = l \times a$

Rombo

Se multiplica la diagonal mayor con la diagonal menor y se divide entre 2.



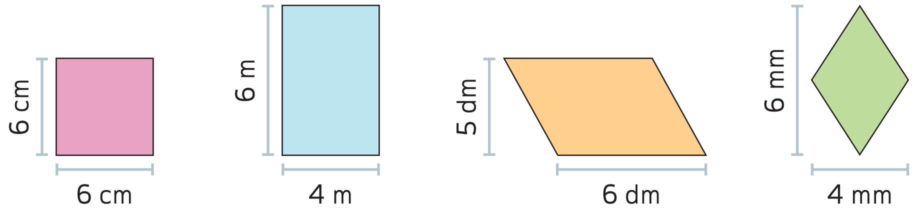
$A = (D \times d) \div 2$

En un romboide, la altura es la distancia desde el vértice hasta el lado opuesta en forma perpendicular, y no se debe confundir con la medida del lado.

En la fórmula del rombo, las diagonales corresponden a las distancias entre cada par de vértices opuestos.

Observa cómo se hace

Para calcular el área de las siguientes figuras se aplican las fórmulas:

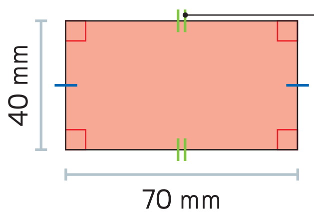


A = 6 × 6	A = 6 × 4	A = 6 × 5	A = (6 × 4) ÷ 2
A = 36 cm^2	A = 24 m^2	A = 30 dm^2	A = 12 mm^2

Resuelve

1. Calcula el área de los siguientes paralelogramos.

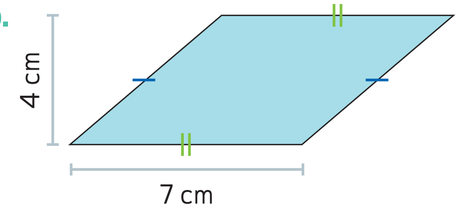
a.



Los lados con la misma cantidad de rayitas miden igual.

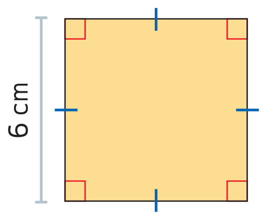
A = ____________________

b.



A = ____________________

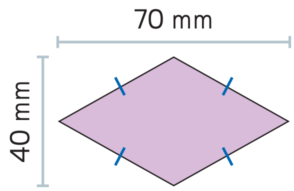
c.



A = ____________________

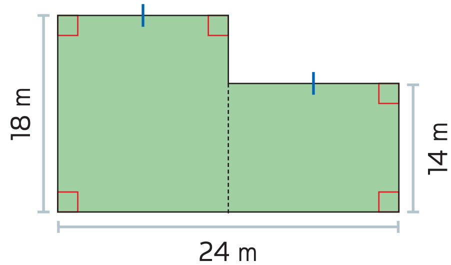
Los cuadritos rojos identifican ángulos rectos; es decir, que miden 90°.

d.



A = ____________________

2. La casa de Katia tiene la forma y dimensiones que se indican en el croquis de la figura. Si quiere poner piso cerámico a toda su casa y cada metro cuadrado cuesta 8 balboas, ¿cuánto dinero necesitará para comprar el material?



Calcula el área de los dos rectángulos por separado y luego súmalas.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 93

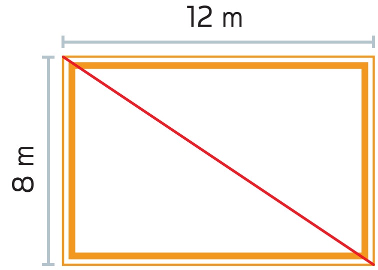
4.3 Cálculo de áreas de triángulos

Analiza

En una granja hay un corral rectangular que mide 12 m de largo y 8 m de ancho. Si el dueño decide colocar una valla sobre una de las diagonales para separarlo en dos apartados triangulares, ¿cuál será el área de cada uno de esos sectores?

Soluciona

Se elabora una representación gráfica del corral y se traza una diagonal.



El área total del corral es 12 × 8 = 96.

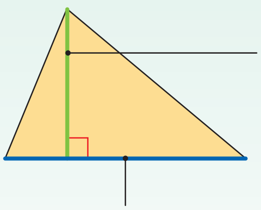
Por lo tanto, el área de cada apartado triangular se obtiene al dividir el área total entre 2.

$$(12 \times 8) \div 2 \rightarrow 96 \div 2 = 48$$

R: El área de cada sector triangular es 48 m^2.

Comprende

Para calcular el **área (A) de un triángulo** se multiplica la base por la altura y se divide entre 2.



Altura (h): Es el segmento que va desde el vértice opuesto hasta la base y es perpendicular a esta.

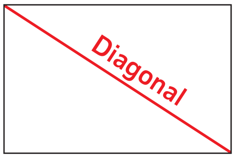
Base (b): es cualquiera de los lados del triángulo sobre el que se considera la altura, pero se acostumbra usar como base el lado inferior.

Fórmula del área

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

Recuerda

Una diagonal en un cuadrilátero es un segmento que une dos de los vértices opuestos del paralelogramo.



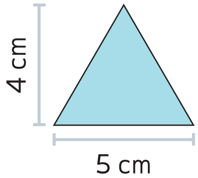
En operaciones combinadas se resuelve primero lo que está dentro del paréntesis.

Observa que en un triángulo rectángulo la altura coincide con uno de los lados.

Observa cómo se hace

Para calcular el área de los siguientes triángulos se aplica la fórmula:

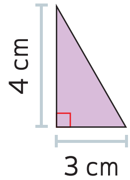
a.



$A = \dfrac{5 \times 4}{2}$

$A = 10\ cm^2$

b.



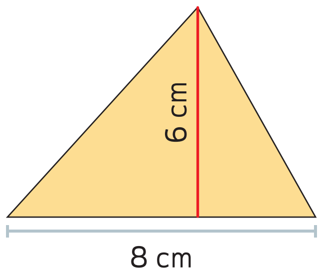
$A = \dfrac{3 \times 4}{2}$

$A = 6\ cm^2$

Resuelve

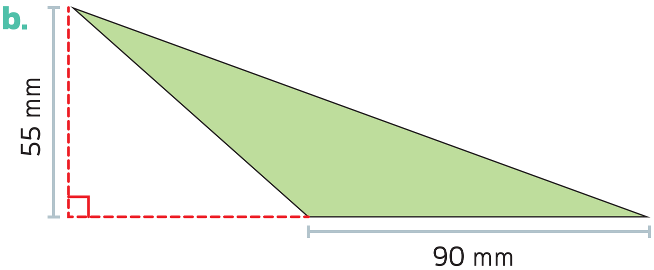
1. Calcula el área de los siguientes triángulos.

a.



A = ____________________

b.



A = ____________________

2. Los estudiantes de sexto grado pintan un mural con forma triangular en la pared de su escuela, en el que la base mide 4 m y la altura, 2,5 m. Si han pintado la mitad del mural, ¿cuántos metros cuadrados les faltan?

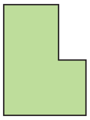
3. Teresa necesita confeccionar 5 banderines con forma de triángulo de 60 cm de base y 75 cm de altura. ¿Cuántos metros cuadrados de tela necesita para hacer los banderines?

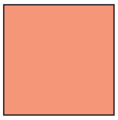
Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 94

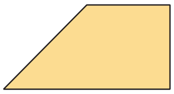
4.4 Practica lo aprendido

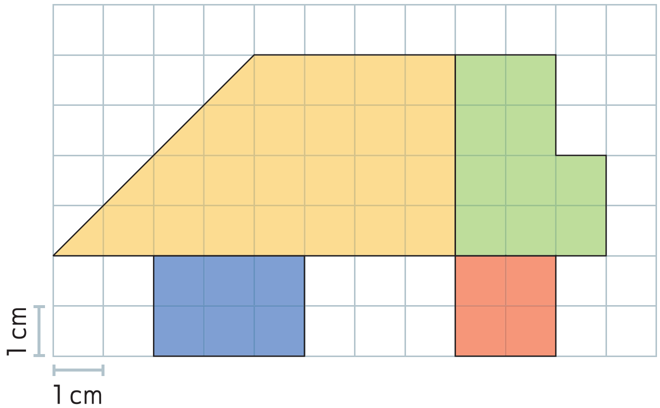
1. Anota el área de cada figura sombreada de acuerdo a la forma y color.

a.  Área = ____________

b.  Área = ____________

c.  Área = ____________

d.  Área = ____________

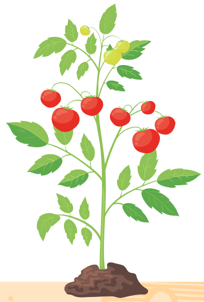


Soluciona problemas

2. Un portarretratos triangular tiene 25 cm de base y 20 cm de altura. ¿Cuál es su área en pulgadas cuadradas?

3. El señor Eduardo tiene un terreno de forma cuadrada de 15 m de lado. Si va a utilizar la mitad de ese terreno para sembrar porotos, ¿cuántos decámetros cuadrados dedicará a ese fin?

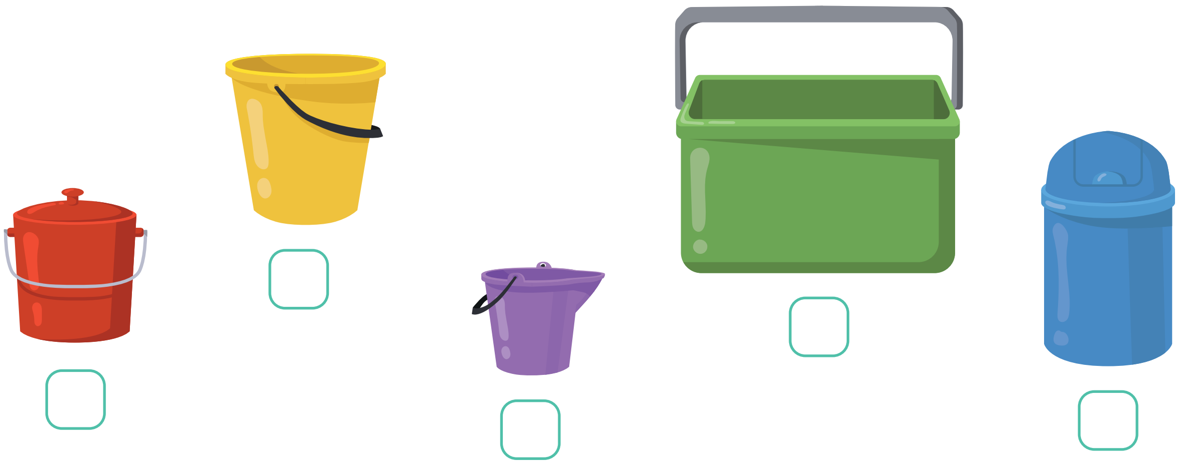
4. Claudia siembra tomates en un terreno rectangular de 8 m de largo y 5 m de ancho. Si a ella le recomendaron colocar una planta por cada yarda cuadrada, ¿cuántas plantas como máximo podrá sembrar?



Medidas de volumen

5.1 Repasa tus conocimientos

1. Escribe los ordinales del 1.º al 5.º para ordenar los recipientes del que posee menor volumen al de mayor.



2. Escribe tres unidades del Sistema Internacional que se utilizan para medir volumen.

______________ ______________ ______________

3. Escribe tres unidades del Sistema Inglés que se utilizan para medir volumen.

______________ ______________ ______________

4. Completa las equivalencias con el número correspondiente según las imágenes.

a. 2 cafeteras = __________ vasos

b. 5 tazones = __________ vasos

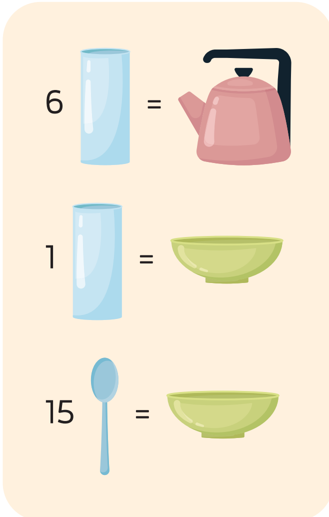
c. 3 tazones = __________ cucharas

d. 6 tazones = __________ cafetera

e. 15 cucharas = __________ vaso

f. 4 cafeteras = __________ tazones

g. 8 vasos = __________ cucharas



Unidades de medida de volumen en el SI

Analiza

Javier compró una botella de yogur como la de la imagen y Patricia, 4 frascos como el pequeño. ¿Cuál de ellos compró una mayor cantidad de yogur?

Soluciona

Suma el volumen de los 4 frascos que compró Patricia.

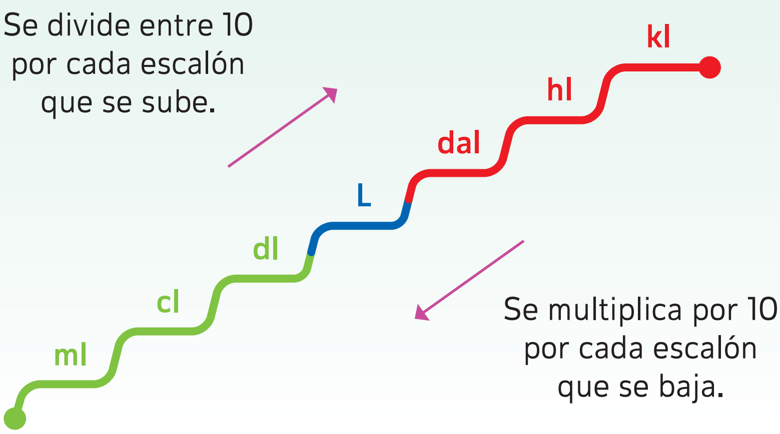
$$250 + 250 + 250 + 250 = 1000$$

Patricia compró 1000 ml de yogur y sabemos que 1 L = 1000 ml.

R: Ambos compraron la misma cantidad.

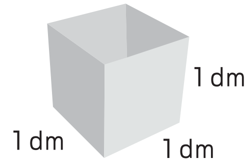
Comprende

La unidad más empleada para la **medición del volumen** es el **litro** y se representa con la letra **L**. También se utilizan los múltiplos y submúltiplos del litro. Para realizar conversiones entre el litro sus múltiplos y submúltiplos se utiliza la siguiente escalera.



¿Sabías que...?

Un litro es igual al volumen de un cubo en el que la arista mide 1 dm.



Considera que

1 L = 1000 ml.

Recuerda

Los múltiplos del litro son unidades de medida de volumen mayores que el litro y los submúltiplos, menores. Son los siguientes:

Múltiplos:
- Kilolitro (kl)
- Hectolitro (hl)
- Decalitro (dal)

Submúltiplos:
- Decilitro (dl)
- Centilitro (cl)
- Mililitro (ml)

Observa que dividir 2 veces entre 10 es lo mismo que dividir entre 100.

Y multiplicar 3 veces por 10 es lo mismo que multiplicar por 1000.

Observa cómo se hace

a. Para determinar si 4,8 dal es mayor o menor que 450 dl, se deben expresar ambas medidas en la misma unidad.

- Se convierte 450 dl a dal:

  450 ÷ 100 = 4,5

  450 dl = 4,5 dal → Se suben 2 escalones; por lo tanto se divide 2 veces entre 10 (o una entre 100).

- Se comparan:

  4,8 dal > 4,5 dal

R: Así, se observa que 4,8 dal es mayor que 450 dl.

b. Para saber cuántos vasos de 200 ml se pueden llenar completamente con 5,6 L de agua.

- Se convierte 5,6 L a ml:

  5,6 × 1000 = 5600

  5,6 L = 5600 ml → Se bajan 3 escalones; por lo tanto se multiplica 3 veces por 10 (o una por 1000).

- Se divide la cantidad total de agua entre el volumen de cada vaso:

  5600 ÷ 200 = 28

R: Con 5,6 L de agua se pueden llenar 28 vasos de 200 ml.

Resuelve

1. Convierte las siguientes medidas a la unidad indicada.

a. 340 dl = ____________ cl

b. 910 hl = ____________ kl

c. 1,2 L = ____________ ml

d. 8000 cl = ____________ dal

e. 800 ml = ____________ L

f. 4,51 kl = ____________ L

g. 3,1 dal = ____________ ml

h. 75 cl = ____________ hl

2. Andrés bebe en la mañana 15 dl de agua y por la tarde, 0,05 dal. ¿Cuántos litros de agua bebe en total diariamente?

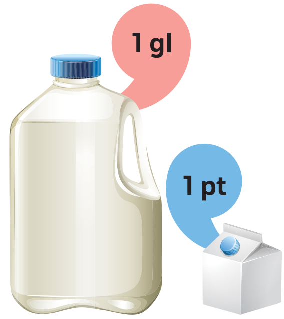
3. En una tienda hay una olla de 15 L, otra de 1200 cl y otra de 10 000 ml. Si Isabel desea comprar la de mayor volumen, ¿cuál debe elegir?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 95

5.3 Unidades de medida de volumen en el Sistema Inglés

Analiza

Alexis observa en el supermercado dos presentaciones de leche como las de la imagen. Si el galón de leche cuesta 5,85 balboas y la pinta vale 0,7 balboas, ¿cuál de las dos presentaciones resulta más económica?



¿Sabías que...?
Para ser un consumidor inteligente es necesario conocer las equivalencias entre distintas unidades de medida para identificar aquellos productos que resultan más económicos frente a otros.

Soluciona

- Determina la equivalencia entre el galón y la pinta.

$$1 \text{ gl} = 8 \text{ pt}$$

- Según lo anterior, si se compran 8 pintas se obtendría la misma cantidad de leche que al comprar un galón.
- Entonces se calcula el precio de 8 pintas para comparar con el precio del galón.

$$8 \times 0{,}7 = 5{,}6$$

- Observa que 5,6 < 5,85, por lo tanto es más barato comprar 8 pintas que un galón.

R: La presentación más económica es la pinta.

Comprende

Algunas de las **unidades de medida de volumen del Sistema Inglés** son:

- Galón (gl)

- Cuarto (qt)

- Pinta (pt)

- Taza (c)

- Onza líquida (fl oz)

Para realizar conversiones entre estas unidades se utilizan las siguientes equivalencias:

1 gl = 4 qt	1 qt = 2 pt	1 pt = 2 c	1 c = 8 fl oz

Otra unidad de medida de volumen de uso frecuente es la botella. En general se entiende que una botella equivale a 750 ml.

¿Qué pasaría?

Para pasar de galones a tazas se multiplicó, a la vez, por cada una de las equivalencias correspondientes. Para pasar de tazas a galones, se divide igualmente entre cada equivalencia. Por ejemplo, para convertir 40 tazas a galones $40 \div 2 \div 2 \div 4 = 2{,}5$.

Observa cómo se hace

a. Para determinar si 6 pt es mayor o menor que 15 c, se deben expresar ambas medidas en la misma unidad.

- Se convierte 15 c a pintas:

  $15 \div 2 = 7{,}5$

  15 c = 7,5 pt → Se aplica la equivalencia 1 pt = 2 c.

- Se comparan:

  6 pt < 7,5 pt

R: Así, se observa que 6 pt es menor que 15 c.

b. Para saber cuántas tazas de leche se pueden llenar con 2,5 gl se expresan en la misma unidad.

- Se convierte 2,5 gl a tazas:

  $2{,}5 \times 4 \times 2 \times 2 = 40$

  2,5 gl = 40 c

R: Con 2,5 gl de leche se pueden llenar 40 tazas.

Resuelve

1. Convierte las siguientes medidas a la unidad indicada.

   a. 425 gl = ______ qt
   b. 156 pt = ______ qt
   c. 6,8 c = ______ fl oz
   d. 256 fl oz = ______ c
   e. 9,5 qt = ______ c
   f. 43 c = ______ pt
   g. 3,15 gl = ______ pt
   h. 60 c = ______ gl

2. Cecilia exprimió 0,5 gl de jugo de naranja. Si lo guardó en recipientes con 16 fl oz cada uno, ¿cuántos recipientes utilizó?

3. Miguel compró 3 gl de aceite para su vehículo por 45 balboas. Si Julia compró 8 qt en 32 balboas, ¿quién adquirió el aceite más económico?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 96

5.4 Conversiones entre medidas de volumen del SI y del Sistema Inglés

Analiza

El señor Rodrigo llenó un recipiente de leche como el de la imagen. Si envasa la leche en galones para venderla, ¿cuántos obtendrá como máximo?

Soluciona

Convierte 30 L a galones, para esto divide entre 3,785.

$$30 \div 3{,}785 \approx 7{,}9$$

$$30\text{ L} \approx 7{,}9\text{ gl}$$

Recuerda que ≈ se lee "aproximadamente"

Observa que 7,9 galones corresponde al número mixto $7\frac{9}{10}$; es decir, que son 7 galones y $\frac{9}{10}$ de galón (que es menos de 1 gl).

R: La cantidad máxima de galones que puede llenar son 7.

Considera que 1 gl = 3,785 L.

Comprende

Las medidas expresadas en **unidades de volumen del Sistema Inglés se pueden convertir al Sistema Internacional, y viceversa.**

Utiliza la tabla inferior para realizar conversiones. Para convertir del Sistema Inglés al Sistema Internacional, multiplica por la equivalencia correspondiente. Para convertir del Sistema Internacional al Sistema Inglés, divide.

Sistema Inglés	Sistema Internacional
1 gl	3,785 L = 3785 ml
1 qt	0,946 L = 946 ml
1 pt	0,473 L = 473 ml
1 c	0,236 L = 236 ml
1 fl oz	0,029 L = 29,6 ml

Recuerda
Un número decimal se puede redondear para reducir su parte decimal a una, dos, o el número de cifras decimales deseado.

Para realizar este tipo de conversiones es conveniente utilizar la calculadora para resolver las operaciones.

Observa cómo se hace

a. Para saber cuántos litros se pueden llenar con 4 pt.

- Se convierte 4 pt a litros:

  $4 \times 0{,}473 = 1{,}892$ → Se aplica la equivalencia 1 pt = 0,473 L.

  4 pt = 1,892 L

- **R**: Con 4 pt se pueden llenar 1,892 L.

b. Para saber cuántas onzas hay en 750 ml.

- Se convierte 750 ml a onzas:

  $750 \div 29{,}6 \approx 25{,}34$ → Se aproxima el resultado a las centésimas.

  750 ml ≈ 25,34 fl oz

  R: En 750 ml hay aproximadamente 25,34 fl oz.

Resuelve

1. Convierte las siguientes medidas a la unidad indicada.

- Redondea a las milésimas cuando sea necesario.

a. 5 gl = ____________ L

b. 3 qt = ____________ ml

c. 12 pt = ____________ L

d. 2,5 c = ____________ ml

e. 5 L = ____________ c

f. 1500 ml = ____________ pt

g. 500 L = ____________ gl

h. 250 ml = ____________ fl oz

2. Luis preparó 2 gl de chicheme, para una fiesta. Si quiere llenar vasos de 250 ml cada uno, ¿cuántos podrá servir como máximo?

3. Para preparar un batido Natalia agrega 0,5 L de agua, 2 fl oz de jugo de fresa y 148 ml de jugo de arándanos. ¿Le cabrá el batido en un recipiente de 25 fl oz?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 97

5.5 Practica lo aprendido

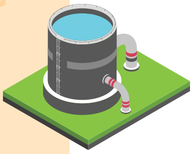
1. Completa la tabla con las equivalencias que faltan.
   - Usa calculadora y redondea a las milésimas cuando sea necesario.

L	ml	gl	qt	fl oz
10				
	25 000			
		8		
			40	
				160

Soluciona problemas

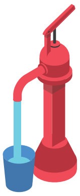
2. En un dispensador de agua se coloca un bidón de 5 gl, como el de la imagen. Si el agua alcanza para servir 125 vasos llenos, ¿cuál es el volumen de cada vaso en mililitros?

3. Un tanque de agua tiene un volumen de 2,5 kl. Si le faltan 450 L para estar completamente lleno, ¿cuántos galones de agua contiene aproximadamente?



Desafíate

1. Una llave vierte 2 gl por minuto. ¿Cuánto tardará en llenar un recipiente con un volumen de 25 L?



Medidas de masa

6.1 Repasa tus conocimientos

1. Escribe "más" a los objetos que tienen una masa mayor que 1 kg y "menos" a los que poseen una masa menor que 1 kg.





2. Escribe tres unidades del Sistema Internacional que se utilizan para medir masa.

______________ ______________ ______________

3. Escribe tres unidades del Sistema Inglés que se utilizan para medir masa.

______________ ______________ ______________

4. Expresa la masa de cada persona en kilogramos y gramos. Observa el ejemplo.

a.

32 kg y 500 g

b.

c.

d.

Considera que 1 kg = 1000 g.

6.2 Unidades de medida de masa en el SI

Analiza

Freddy observa en el supermercado dos presentaciones de arroz como las de la imagen. ¿Cuál opción es la más económica?

Soluciona

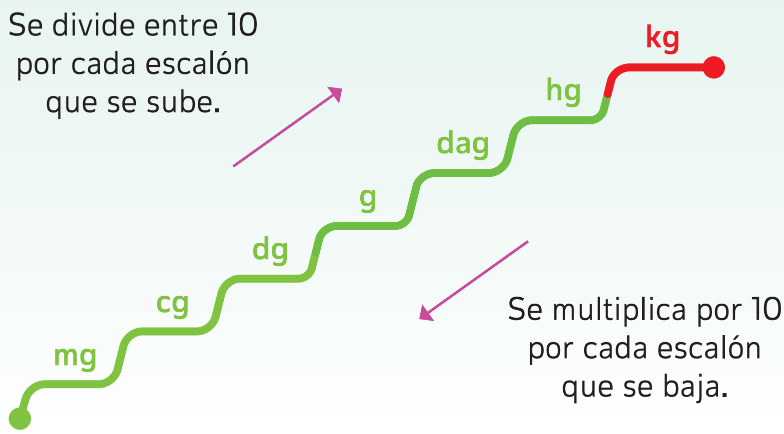
Determina el valor por kilogramo en cada paquete.

- Paquete verde: 1800 g = 1,8 kg $\longrightarrow$ 3,96 ÷ 1,8 = 2,2
  En el paquete verde cada kilogramo cuesta 2,2 balboas.
- Paquete rojo: $1{,}8 \div \frac{3}{4} = 1{,}8 \div 0{,}75 = 2{,}4$
  En el paquete rojo cada kilogramo cuesta 2,4 balboas.

R: La opción más económica es el arroz del empaque verde.

Comprende

La **unidad base de medida de masa en el Sistema Internacional** es el **kilogramo** y se representa con el símbolo **kg.** También se utilizan los submúltiplos del kilogramo. Para realizar conversiones entre estos se utiliza la siguiente escalera.



¿Sabías que...?

Hasta el 2019, el patrón o modelo del kilogramo era un cilindro guardado en París, Francia, llamado "Gran K". Hoy, el kilogramo se define con base en una característica de la estructura de los átomos llamada "constante de Planck".

Recuerda

Los submúltiplos del kilogramo son unidades de medida de masa menores que él. Son los siguientes:

- Hectogramo (hg)
- Decagramo (dag)
- Gramo (g)
- Decigramo (dg)
- Centigramo (cg)
- Miligramo (mg)

Para expresar medidas de masa en kilogramos suelen utilizarse fracciones. Por ejemplo:

- $\frac{1}{4}$ kg = 250 g
- $\frac{1}{2}$ kg = 500 g
- $\frac{3}{4}$ kg = 750 g

Observa cómo se hace

a. Si se tienen $\frac{3}{4}$ kg de papa y se agregan 1500 g más, se puede averiguar la masa total de la siguiente manera:

- Se convierte $\frac{3}{4}$ kg a g:

  $\frac{3}{4} \times 1000 = \frac{3 \times 1000}{4} = 750$ → Se bajan 3 escalones; por lo tanto se multiplica 3 veces por 10 (o una por 1000).

  $\frac{3}{4}$ kg = 750 g

- Se suman:

  750 + 1500 = 2250

R: La masa total de papas es de 2250 g.

b. Para saber cuántos paquetes de 5,5 hg se pueden preparar con 44 000 dg de azúcar.

- Se convierte 44 000 dg a hg:

  44 000 ÷ 1000 = 44 → Se suben 3 escalones; por lo tanto se divide 3 veces entre 10 (o una entre 1000).

  44 000 dg = 44 hg

- Se divide la masa total en hectogramos entre el peso por paquete:

  44 ÷ 5,5 = 8

R: Se pueden preparar 8 paquetes.

Resuelve

1. Convierte las siguientes medidas a la unidad indicada.

a. 85 hg = ____________ g

b. 450 dg = ____________ g

c. 2,3 kg = ____________ hg

d. 25 mg = ____________ cg

e. 4,57 dag = ____________ dg

f. 2 g = ____________ kg

g. 0,05 g = ____________ mg

h. 15 cg = ____________ dag

2. Liliana compró $\frac{1}{4}$ kg de carne de res, $\frac{1}{2}$ kg de carne de cerdo y 500 g de carne de pollo. ¿Cuál es la masa total, en decagramos, de la carne que compró?

3. Una caja de cereal contiene 5,5 hg de producto. Si se recomienda consumir porciones de 400 dg, ¿cuántas porciones exactas se pueden obtener como máximo?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 98

6.3 Unidades de medida de masa en el Sistema Inglés

Analiza

En una panadería preparan una receta de dulces de canela y para ello necesitan 2,5 oz de esta especia. Si durante un día deben preparar 12 veces la receta, ¿les alcanzará un paquete de canela como el de la imagen de la derecha?

Soluciona

- Convierte el peso del paquete de canela a onzas.

$$2 \times 16 = 32 \rightarrow \boxed{1 \text{ lb} = 16 \text{ oz}}$$

$$2 \text{ lb} = 32 \text{ oz}$$

- Calcula la cantidad de onzas necesarias para preparar 12 recetas.

$$2{,}5 \times 12 = 30 \rightarrow \boxed{\text{12 recetas, 2 oz cada una.}}$$

- Compara la cantidad necesaria de canela con la cantidad total.

$$30 < 32$$

R: Sí les alcanzará el paquete de canela de 2 lb para las 12 recetas.

En el lenguaje común a la masa de los objetos se le suele llamar "peso". Aunque no es científicamente correcto, es un término culturalmente aceptado.

Comprende

Algunas de las **unidades de medida de masa del Sistema Inglés** son:

- Tonelada (ton)
- Quintal (q)
- Libra (lb)
- Onza (oz)

Para realizar conversiones entre estas unidades se utilizan las siguientes equivalencias. Se multiplica si es de una unidad mayor a una menor o se divide en caso contrario:

1 ton = 20 q | 1 q = 100 lb | 1 lb = 16 oz

Observa cómo se hace

Para convertir 9,8 quintales a onzas:

- Se multiplica por 100 para convertir a libras. → $9{,}8 \times 100 = 980$
- Se multiplica por 16 para convertir a onzas. → $980 \times 16 = 15\,680$
- Así: 9,8 q = 15 680 oz.

¿Sabías que...?
El dracma es otra unidad de medida de masa del Sistema Inglés, muy utilizada en la antigüedad. Un dracma equivale a 8 onzas.

Si el camión realizara 2 viajes, quedaría una cantidad de piedra sin transportar; por lo tanto, la cantidad mínima es el menor número entero que sea mayor al resultado obtenido.

Si un camión tiene una capacidad máxima de carga de 80 quintales y debe transportar 10 toneladas de piedra, la cantidad mínima de viajes que debe realizar se calcula así:

- Se convierten 80 quintales a toneladas.

  $80 \div 20 = 4$

  $80 \text{ q} = 4 \text{ ton}$

- Se divide el total de piedra que se debe transportar entre la capacidad máxima del camión en toneladas.

  $10 \div 4 = 2{,}5$

R: El camión debe realizar 3 viajes como mínimo.

Resuelve

1. Convierte las siguientes medidas a la unidad indicada.

a. 13 ton = ____________ q

b. 3,5 q = ____________ lb

c. 25 lb = ____________ oz

d. 224 oz = ____________ lb

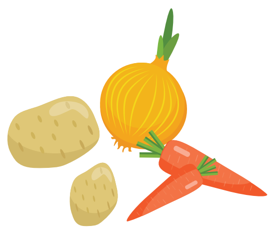
e. 360 lb = ____________ q

f. 46 q = ____________ ton

g. 3,5 ton = ____________ lb

h. 800 oz = ____________ q

2. Para una receta se necesitan $\frac{3}{2}$ lb de papa, $\frac{1}{2}$ lb de cebolla y 24 oz de zanahoria. ¿Cuál es la masa total, en libras, de los vegetales que se necesitan?



3. Un agricultor vende 0,5 q de porotos en 56 balboas. Si en el supermercado un paquete de 2 lb cuesta 2,8 balboas, ¿cuál compra resulta más económica?; ¿por qué?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 99

6.4 Conversiones entre medidas de masa del SI y del Sistema Inglés

Analiza

Fabián necesita 5 lb de harina para preparar un pastel. Si en el supermercado observa un paquete como el de la imagen, ¿le alcanzará con uno?, ¿cuánto le sobra o le falta?

Soluciona

Convierte 2 kg a libras, para esto multiplica por 2,2.

$$2 \times 2{,}2 = 4{,}4$$

$$2 \text{ kg} = 4{,}4 \text{ lb}$$

Observa que 4,4 lb es menos de lo que necesita Fabián.

Para saber cuánto le falta, se resta así:

$$5 - 4{,}4 = 0{,}6$$

R: La harina de un paquete no le alcanzará, le faltan 0,6 lb.

Considera que aproximadamente 1 kg = 2,2 lb.

Comprende

Las medidas que están expresadas en **unidades de masa del Sistema Inglés se pueden convertir al Sistema Internacional y viceversa.**

Para realizar conversiones se usan los datos de la tabla: Se multiplica por la equivalencia correspondiente, si vas a convertir del Sistema Inglés al Sistema Internacional, en cambio se divide para pasar del Sistema Internacional al Inglés.

Sistema Inglés	Sistema Internacional
1 ton	907 kg = 907 000 g
1 q	45,35 kg = 45 350 g
1 lb	0,4535 kg = 453,5 g
1 oz	0,02835 kg = 28,35 g

Para realizar este tipo de conversiones se recomienda el uso de la calculadora y el redondeo de los resultados en los casos necesarios.

¿Sabías que...?
La tonelada del Sistema Inglés, suele llamarse "tonelada corta" y corresponde a la definición de tonelada aceptada en Estados Unidos. En el Reino Unido se emplea la "tonelada larga" y en el SI simplemente "tonelada". Esta última equivale a 1000 kg.

Observa que la parte entera del número decimal 18,14 es la que indica la cantidad de porciones completas que se pueden preparar.

Observa cómo se hace

Para saber cuántas porciones completas de 250 g se pueden alistar con 10 lb de carne se dan los siguientes pasos.

- Se convierte 10 lb a gramos:
  $10 \times 453{,}5 = 4535$ → Se aplica la equivalencia 1 lb = 453,5 g.
  10 lb = 4535 g
- Se divide entre el tamaño de porción deseado.
  $4535 \div 250 = 18{,}14$
- **R**: Con 10 lb de carne se pueden preparar 18 porciones completas de 250 g cada una.

Resuelve

1. Convierte las siguientes medidas a la unidad indicada.

- Redondea a las milésimas cuando sea necesario.

a. 3 ton = ______________ kg

b. 4 q = ______________ kg

c. 4,2 lb = ______________ g

d. 18 oz = ______________ g

e. 25 g = ______________ oz

f. 2500 g = ______________ lb

g. 4,8 kg= ______________ lb

h. 255 kg = ______________ q

2. El camión de Gustavo puede transportar un peso máximo de 4,5 ton. Si necesita trasladar 85 sacos de cemento de 50 kg cada uno, ¿podrá hacerlo en un solo viaje?; ¿por qué?

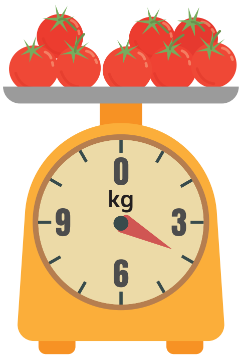
3. En un supermercado 2,5 kg de jabón en polvo, como el del paquete azul, cuestan 2,98 balboas mientras que 10 lb del amarillo, cuestan 6 balboas. ¿Cuál de las presentaciones de jabón es más adecuada comprar según su precio?; ¿por qué?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 100

6.5 Practica lo aprendido

1. Anota la masa de cada balanza en las unidades indicadas.
   - Observa la unidad de medida señalada en cada balanza.

a.



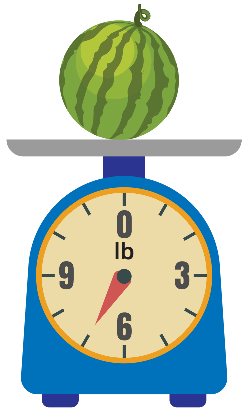
_______ kg

_______ g

_______ lb

_______ oz

b.



_______ kg

_______ g

_______ lb

_______ oz

Soluciona problemas

2. Diana compró 3500 g de carne molida. Si gasta $\frac{1}{2}$ kg cada día, ¿para cuántos días le alcanzará?

3. Josué tenía un paquete con 5 lb de arroz. Si preparó la cuarta parte, ¿cuántas onzas de arroz le quedaron?

Desafíate

1. En una receta se deben utilizar 2 kg de harina por cada litro de leche. Si se utiliza 1 gl de leche, ¿cuántas libras de harina se necesitan aproximadamente?

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Reconozco las unidades de medida de tiempo.			
Leo la hora en relojes analógicos y digitales.			
Realizo conversiones entre las unidades de medida de tiempo.			
Reconozco las unidades de medida de longitud, superficie, volumen y masa del SI.			
Realizo conversiones entre unidades de medida de longitud, superficie, volumen y masa del SI.			
Reconozco las unidades de medida de longitud, superficie, volumen y masa del Sistema Inglés.			
Realizo conversiones entre unidades de medida de longitud, superficie, volumen y masa del Sistema Inglés.			
Realizo conversiones entre unidades de medida del Sistema Internacional y del Sistema Inglés.			
Calculo el área de paralelogramos y triángulos.			
Resuelvo problemas que involucran conversiones entre distintas unidades de medida del SI y del Sistema Inglés.			
Resuelvo problemas relacionados con el cálculo de áreas de paralelogramos y triángulos.			

Unidad

7

Geometría

En esta unidad aprenderás a:

- Calcular la medida de ángulos internos y externos
- Determinar el valor de ángulos entre paralelas a partir de su posición
- Comprender y representar el enunciado del teorema de Pitágoras
- Calcular la medida de la hipotenusa en un triángulo rectángulo
- Resolver situaciones sencillas utilizando el teorema de Pitágoras
- Identificar la circunferencia, el círculo y sus elementos
- Comprender la relación entre el diámetro y la longitud de la circunferencia
- Calcular el perímetro de la circunferencia
- Calcular el área del círculo

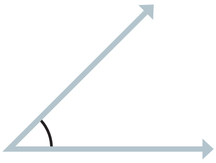
Los ángulos

1.1 Repasa tus conocimientos

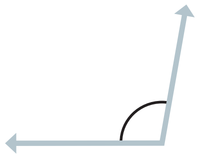
1. Anota la medida de cada ángulo.

- Utiliza el transportador.

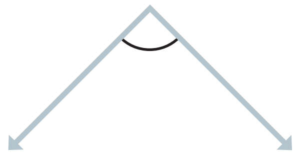
a.



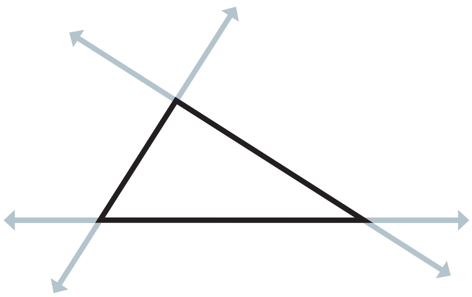
b.



c.



2. Marca con azul los ángulos internos del triángulo y con rojo los externos.



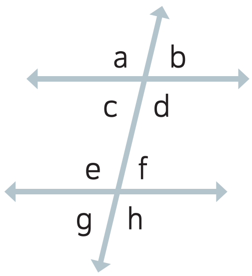
Los ángulos internos son los que están dentro del triángulo y los ángulos externos lo que están afuera de este.

3. Anota una pareja de ángulos de cada tipo según la figura.

a. Alternos internos → ______ y ______

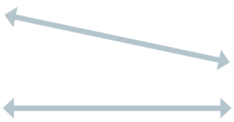
b. Alternos externos → ______ y ______

c. Opuestos por el vértice → ______ y ______

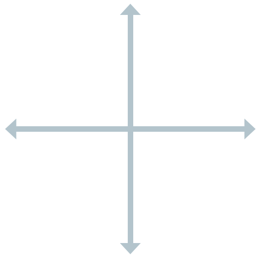


4. Marca con un gancho (✓) la pareja de rectas paralelas.

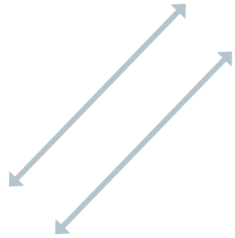
a. ☐



b. ☐



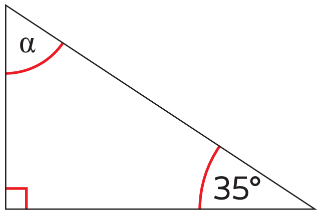
c. ☐



1.2 Ángulos internos y externos

Analiza

¿Cuál es la medida del ángulo α en el siguiente triángulo?



Soluciona

Observa que hay dos ángulos internos del triángulo de los que se conocen sus medidas.

- El que mide 35°.
- El que está marcado con el símbolo de ángulo recto, que mide 90°.

Al sumar las medidas de los tres ángulos internos en un triángulo, el resultado debe ser 180°. Entonces el valor que falta (α) se calcula así:

- $\alpha = 180° - (35° + 90°)$
- $\alpha = 180° - 125°$
- $\alpha = 55°$

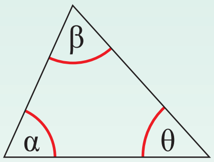
R: La medida del ángulo α es 55°.

Para identificar la medida de un ángulo suelen utilizarse letras del alfabeto griego. Por ejemplo, α (alfa), β (beta), θ (zeta), ω (omega).

Comprende

Ángulos internos

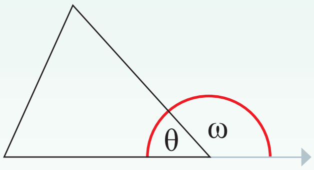
- En un triángulo, la suma de las medidas de los ángulos internos es igual a 180°. Es decir, considerando la figura se tiene lo siguiente:



$$\alpha + \beta + \theta = 180°$$

Ángulos externos

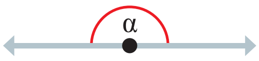
- En un triángulo, al sumar un ángulo interno y el externo consecutivo (que comparten un lado) el resultado es 180°. Es decir, considerando la figura se tiene lo siguiente:



$$\theta + \omega = 180°$$

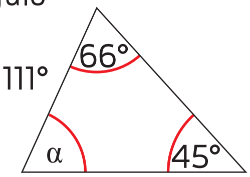
Recuerda

El ángulo plano o llano es aquel que mide 180° y su representación puede verse como una línea recta. Por ejemplo, α es un ángulo plano:



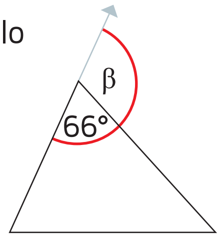
Observa cómo se hace

a. Para calcular la medida del ángulo α en el triángulo se dan los siguientes pasos:



- Suma los ángulos conocidos. → $66° + 45° = 111°$
- Resta el total de 180°. → $180° - 111° = 69°$
- Por lo tanto, $\alpha = 69°$.

b. Para calcular la medida del ángulo β en el triángulo se dan los siguientes pasos:



- Resta de 180° el ángulo consecutivo a β.

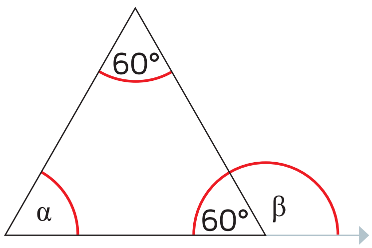
$$180° - 66° = 114°$$

- Por lo tanto, $\beta = 114°$.

Resuelve

1. Calcula la medida del ángulo interno α y del ángulo externo β en cada triángulo.

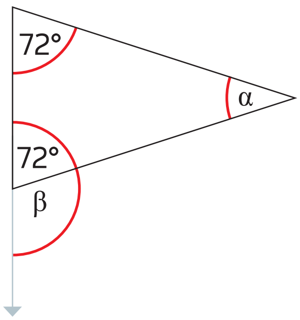
a.



α = ________

β = ________

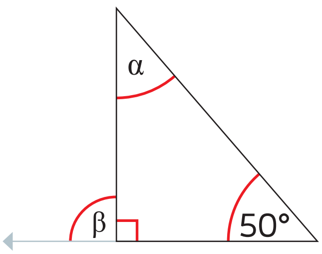
b.



α = ________

β = ________

c.

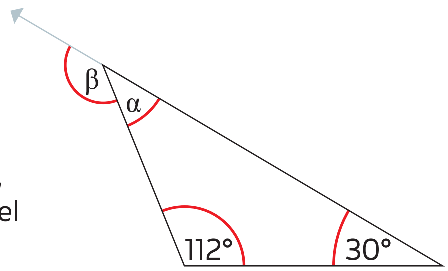


α = ________

β = ________

En el ejercicio **d**, calcula primero el ángulo interno y luego el externo.

d.



α = ________

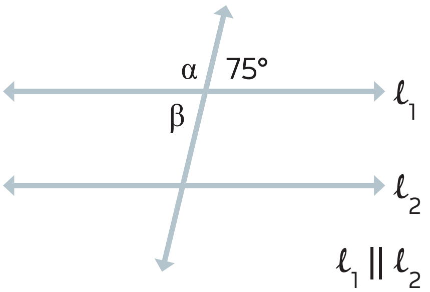
β = ________

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 102

1.3 Ángulos entre paralelas y una transversal

Analiza

¿Cuáles son las medidas de los ángulos α y β en la siguiente figura?



La expresión $\ell_1 \parallel \ell_2$ indica que las rectas ℓ_1 y ℓ_2 son paralelas; es decir, que nunca se intersecan o cortan.

Soluciona

Observa que el ángulo α junto con el ángulo de 75° forman un ángulo plano; es decir, que mide 180°. Entonces α se encuentra así:

$$\alpha = 180° - 75° = 105°$$

De la misma manera, α y β forman un ángulo plano. Entonces:

$$\beta = 180° - 105° = 75°$$

Así, $\alpha = 105°$ y $\beta = 75°$.

Recuerda

Los ángulos alternos internos están entre las rectas paralelas y en lados opuestos de la transversal (como ∡**c** y ∡**f**).

Los alternos externos están fuera de las paralelas y en lados opuestos de la transversal (como ∡**a** y ∡**h**).

Los opuestos por el vértice están opuestos en dos rectas que se intersecan (como ∡**a** y ∡**d**).

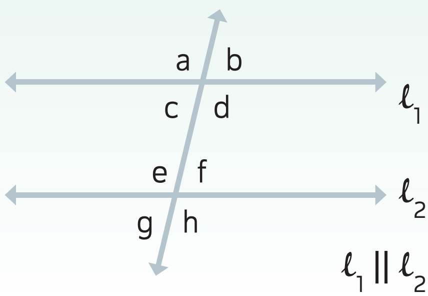
Comprende

Entre dos rectas paralelas y una transversal se definen 8 ángulos. Las medidas entre estos ángulos cumplen las siguientes relaciones:

- Los alternos internos miden igual entre sí.
- Los alternos externos miden igual entre sí.
- Los opuestos por el vértice miden igual entre sí.

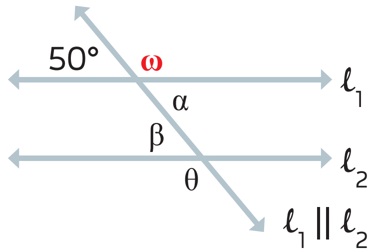
Es decir, considerando la figura las siguientes parejas de ángulos miden igual:

- Alternos internos:
  ∡d y ∡e, ∡c y ∡f
- Alternos externos:
  ∡a y ∡h, ∡g y ∡b
- Opuestos por el vértice:
  ∡a y ∡d, ∡c y ∡b,
  ∡e y ∡h, ∡g y ∡f



Observa que para calcular ω se aplica que el ángulo plano mide 180°.

Observa cómo se hace



Para calcular las medidas de los ángulos α, β y θ se dan los siguientes pasos:

- El ángulo de 50° y α son opuestos por el vértice; por lo tanto, $\alpha = 50°$.
- α y β son alternos internos; por lo tanto, miden igual. Así, $\beta = 50°$.
- Para averiguar θ se calcula primero la medida del ángulo que es consecutivo al de 50°, el cual se identificó con ω en la figura.

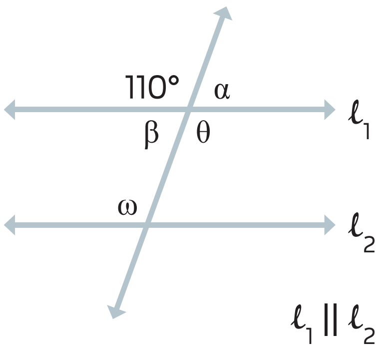
$$\omega = 180° - 50° = 130°$$

ω y θ son alternos externos; por lo tanto, miden igual. Así, $\theta = 130°$.

Resuelve

1. Determina la medida de los ángulos indicados en cada figura.

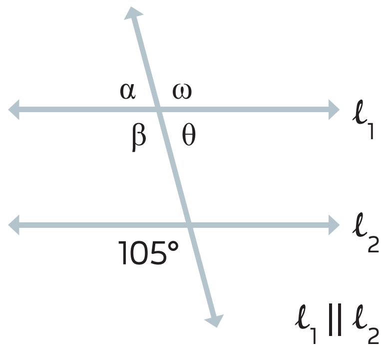
a.



α = ________ θ = ________

β = ________ ω = ________

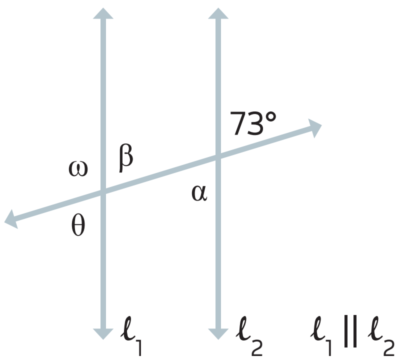
b.



α = ________ θ = ________

β = ________ ω = ________

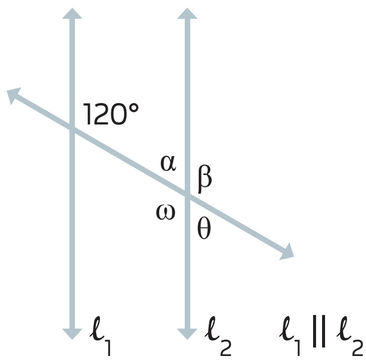
c.



α = ________ θ = ________

β = ________ ω = ________

d.



α = ________ θ = ________

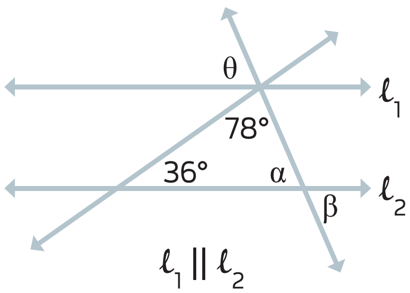
β = ________ ω = ________

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 103

1.4 Practica lo aprendido

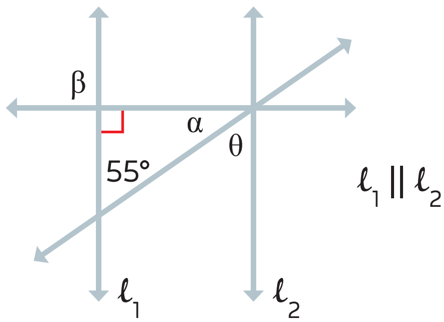
1. Determina la medida de los ángulos indicados en cada figura.

a.



α = ________ θ = ________ β = ________

b.



α = ________ θ = ________ β = ________

Soluciona problemas

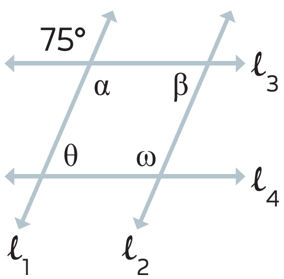
2. En un triángulo isósceles, el ángulo desigual mide 54°. ¿Cuál es la medida de cada uno de los otros dos ángulos internos del triángulo?

Dos de los lados y dos de los ángulos internos de un triángulo isósceles miden igual.

3. ¿Es posible que un triángulo tenga dos ángulos rectos?; ¿por qué?

Desafíate

1. Calcula la medida de los ángulos que se indican en la figura y determina con base en esto, ¿cuál es la suma de los ángulos internos de un paralelogramo?



$\ell_1 \parallel \ell_2$

$\ell_3 \parallel \ell_4$

α = ________ θ = ________

β = ________ ω = ________

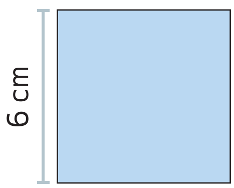
Considera que los dos pares de rectas son paralelas.

Teorema de Pitágoras

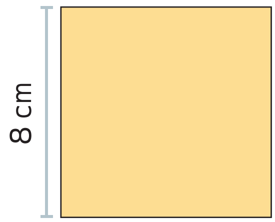
2.1 Repasa tus conocimientos

1. Expresa el área de cada cuadrado por medio de una potenciación.

a. A = ______________



b. A = ______________



¿Sabías que...?
Los números que se obtienen al elevar otro a la 2 se conocen como "cuadrados perfectos". Reciben este nombre, porque se pueden ordenar en forma de cuadrado. Por ejemplo:

2. Anota el resultado de las siguientes potenciaciones.

a. 5^2 = ______________ **b.** 8^2 = ______________

c. 10^2 = ______________ **d.** 15^2 = ______________

3. Escribe el resultado de cada radicación.

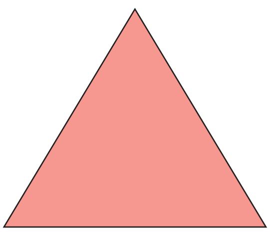
a. $\sqrt{9}$ = ______________ **b.** $\sqrt{100}$ = ______________

c. $\sqrt{36}$ = ______________ **d.** $\sqrt{144}$ = ______________

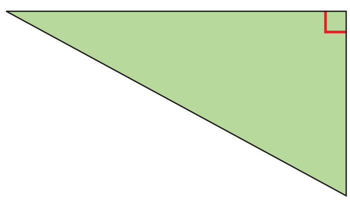
4. Marca con un gancho (✓) los triángulos rectángulos.

Los triángulos rectángulos son aquellos en los que uno de los ángulos internos mide 90°; es decir, es un ángulo recto.

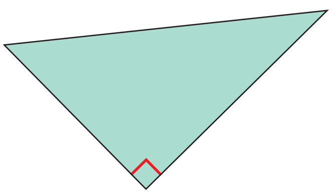
a. ☐



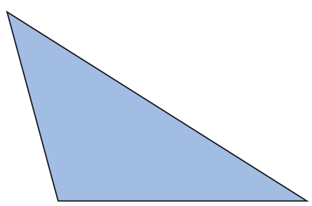
b. ☐



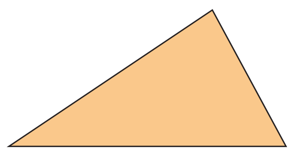
c. ☐



d. ☐



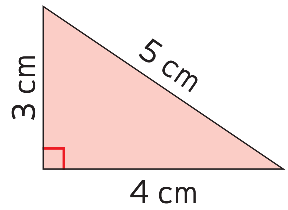
e. ☐



2.2 El teorema de Pitágoras. Cálculo de la hipotenusa

Analiza

¿Qué relación se puede establecer entre los cuadrados de las medidas de los lados del triángulo de la derecha?



Soluciona

Se halla el cuadrado de cada una de las medidas de los lados:

- $3^2 = 9$
- $4^2 = 16$
- $5^2 = 25$

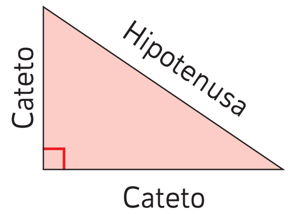
De lo anterior se observa que 9 + 16 = 25.

Comprende

Nombres de los lados de un triángulo rectángulo

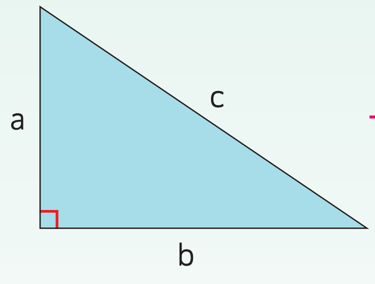
En un triángulo rectángulo los lados reciben los siguientes nombres:

- **Hipotenusa:** es el lado que se ubica de frente al ángulo recto.
- **Catetos:** Son los dos lados que forman el ángulo recto.



Enunciado del teorema de Pitágoras

En un triángulo **rectángulo la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.** Se representa de la siguiente manera:



$\rightarrow$ $c^2 = a^2 + b^2$

Cálculo de la hipotenusa

El teorema de Pitágoras se puede utilizar para calcular la hipotenusa de un triángulo rectángulo, si se conocen la medidas de los dos catetos. Para esto se aplica la siguiente fórmula:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Donde **a** y **b** son las medidas de los catetos y **c** es la medida de la hipotenusa del triángulo rectángulo.

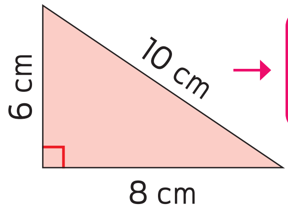
Recuerda

La potenciación y la radicación son operaciones inversas; por esa razón, a partir del teorema de Pitágoras se planeta la fórmula para calcular la hipotenusa.

Considera que $\sqrt{225} = 15$ porque $15 \times 15 = 225$.

Observa cómo se hace

a. Observa de qué manera se comprueba el teorema de Pitágoras en el triángulo dado.



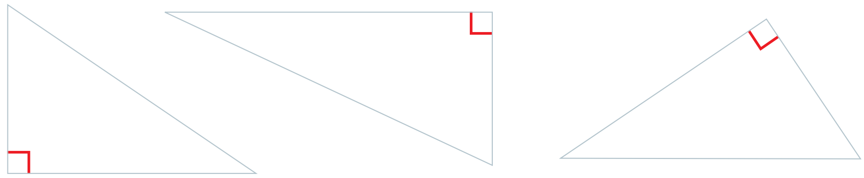
$$10^2 = 6^2 + 8^2$$
$$100 = 36 + 64$$
$$100 = 100$$

b. Si los catetos de un triángulo rectángulo miden 9 cm y 12 cm, la hipotenusa se calcula así:

$$c = \sqrt{9^2 + 12^2} \rightarrow c = \sqrt{81 + 144} \rightarrow c = \sqrt{225} \rightarrow c = 15$$

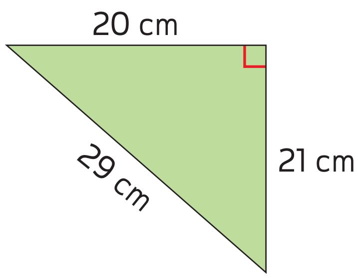
Resuelve

1. Repinta con rojo la hipotenusa de cada triángulo y con verde los catetos.

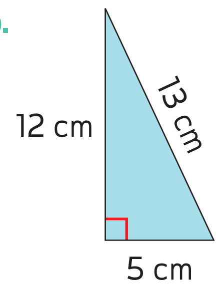


2. Comprueba el teorema de Pitágoras con base en las medidas de los siguientes triángulos.

a.

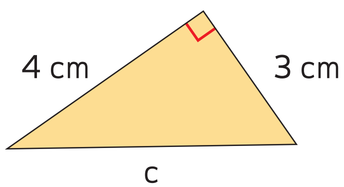


b.

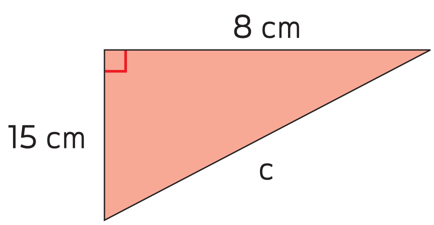


3. Calcula la medida de la hipotenusa en los siguientes triángulos.

a.



b.

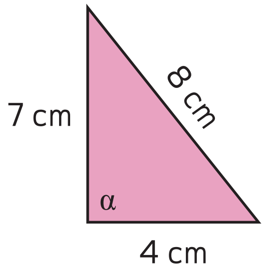


Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 104

2.3 Identificación de un triángulo rectángulo mediante sus medidas

Analiza

Alonso dibujó un triángulo con las medidas que se indican en la figura y dice que el ángulo α es recto. ¿Es correcta la afirmación de Alonso?



Soluciona

Si el ángulo α es recto, entonces sería un triángulo rectángulo en el que la hipotenusa mediría 8 cm, un cateto 7 cm y el otro 4 cm.

Al verificar el teorema de Pitágoras con los datos anteriores obtienes lo siguiente:

- $8^2 = 64$
- $7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$

Como $64 \neq 65$, entonces el triángulo no es rectángulo.

R: La afirmación de Alonso no es correcta.

Comprende

Si se conocen las **medidas de los tres lados de un triángulo** se puede **averiguar si ese triángulo es o no es rectángulo.** Para esto, se considera el lado de mayor longitud como la hipotenusa, los otros dos como los catetos y se comprueba el teorema de Pitágoras. Si la igualdad se cumple, entonces sí es un triángulo rectángulo; de lo contrario, no lo es.

Este resultado de comprobación se conoce como el "recíproco del teorema de Pitágoras". Porque se aplica el mismo razonamiento del enunciado, pero en forma inversa.

Observa cómo se hace

a. Para comprobar si el triángulo dado es o no es rectángulo se dan los siguientes pasos:

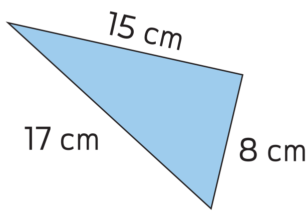
- Se considera el lado de 17 cm como la hipotenusa.

$17^2 = 15^2 + 8^2$

$289 = 225 + 64$

$289 = 289$

R: Sí es un triángulo rectángulo.



El símbolo ≠ entre dos números significa que las cantidades son distintas. Se lee "diferente".

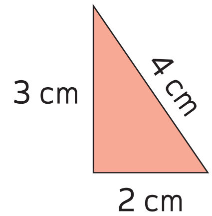
a. Para comprobar si el triángulo dado es o no es rectángulo se dan los siguientes pasos:

- Se considera el lado de 4 cm como la hipotenusa.

$4^2 = 16$

$3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$

$16 \neq 13$

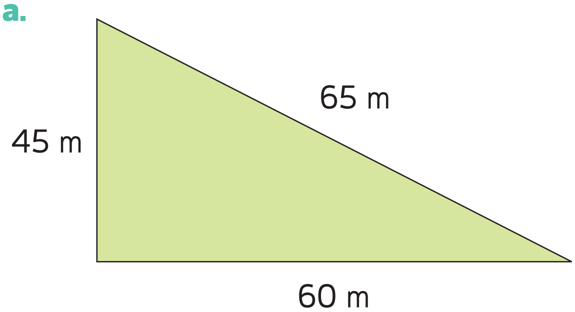


R: No es un triángulo rectángulo.

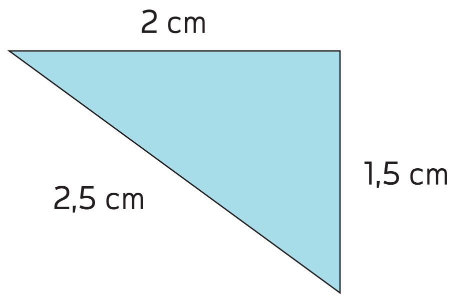
Resuelve

1. Comprueba cuál de los siguientes triángulos es rectángulo y enciérralo.

a.



b.



2. Marca con un gancho (✓) los tríos de números que corresponden a las medidas de los lados de un triángulo rectángulo.

a. ☐ 12 m, 15 m, 24 m

b. ☐ 12 m, 35 m, 37 m

c. ☐ 30 m, 40 m, 50 m

d. ☐ 30 m, 40 m, 40 m

Desafíate

Si el cuadrado de la medida del lado más largo de un triángulo es mayor que la suma de los cuadrados de los otros dos lados, entonces el triángulo es obtusángulo. Si es menor, entonces es acutángulo.

1. Escribe las medidas de los lados de un triángulo obtusángulo y de uno acutángulo con base en la afirmación anterior.

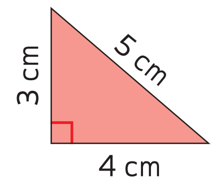
Obtusángulo: ____________ ____________ ____________

Acutángulo: ____________ ____________ ____________

2.4 Representación gráfica del teorema de Pitágoras

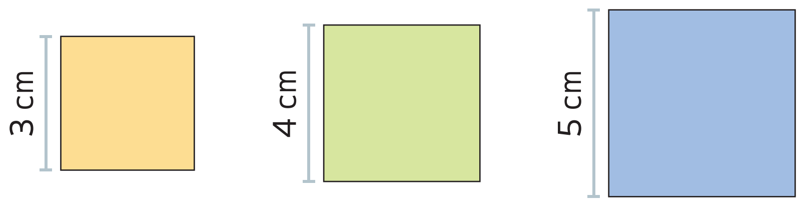
Analiza

Si se dibujan tres cuadrados de manera que la medida del lado de cada uno corresponda con la medida de uno de los lados del triángulo rectángulo, ¿qué relación habrá entre las áreas de esos cuadrados?



Soluciona

Se dibujan los tres cuadrados y se calculan sus áreas.



$A = 3 \times 3$
$A = 9\ cm^2$

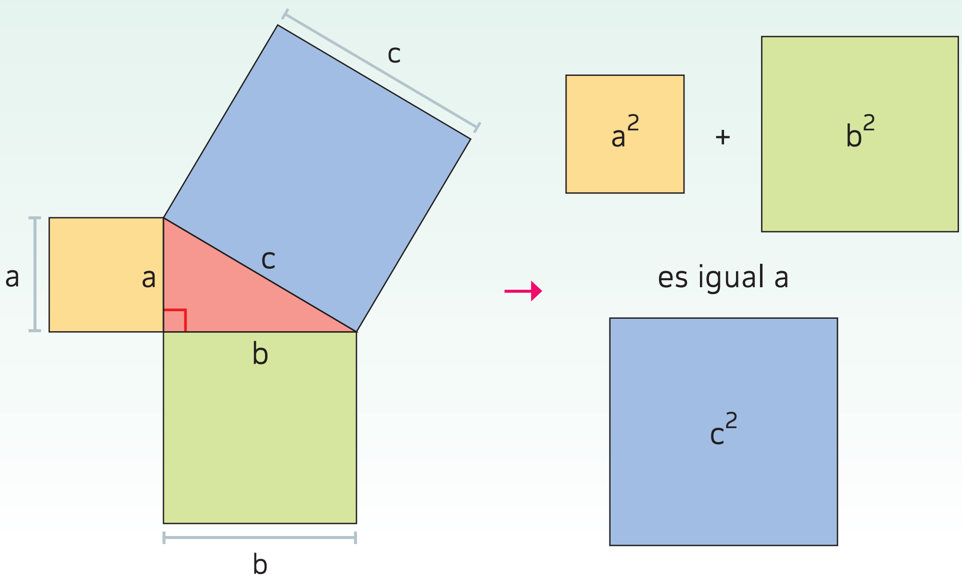
$A = 4 \times 4$
$A = 16\ cm^2$

$A = 5 \times 5$
$A = 25\ cm^2$

Observa que la suma de las áreas de los dos más pequeños es igual que el área del grande.

Comprende

El **teorema de Pitágoras** se puede **representar geométricamente** construyendo cuadrados con las medidas de los lados del triángulo, como se hizo en la actividad anterior. De manera general, se plantea de la siguiente manera:



¿Sabías que...?
Pitágoras nació en el año 569 antes de Cristo en la isla de Samos, Grecia. Se le considera el fundador de la Escuela Pitagórica, que fue en su época un movimiento de gran peso y relevancia en el desarrollo de las matemáticas. Sus seguidores consideraban que la matemática era la esencia del mundo.

Resuelve

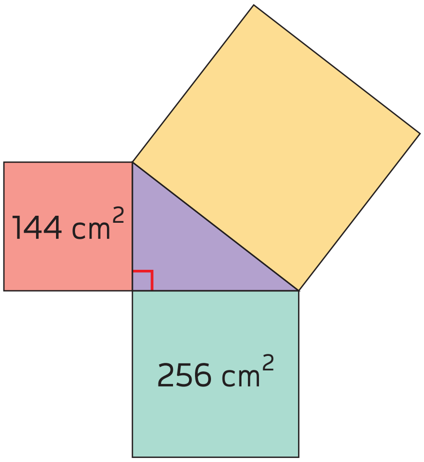
1. Anota los datos que se solicitan según la figura.

a. El área del cuadrado amarillo.

b. La longitud del cateto menor.

c. La longitud del cateto mayor.

d. La longitud de la hipotenusa.



2. Realiza las siguientes actividades.

a. Dibuja en cartulina un triángulo rectángulo en el que ambos catetos midan 4 cm.

- Utiliza regla y escuadra.

b. Traza tres cuadrados, de manera que en cada uno de ellos se verifique que uno de sus lados coincida con uno de los lados del triángulo.

c. Recorta los cuadrados.

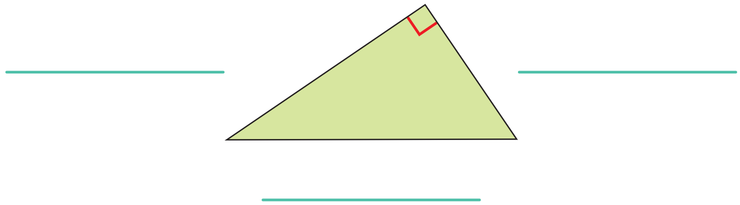
d. Traza una diagonal en los dos cuadrados pequeños y recorta sobre ellas.

e. Coloca los cuatro triángulos obtenidos sobre el cuadrado más grande, de manera que lo cubran completamente y no quede ningún espacio vacío.

f. Pega tu trabajo en el siguiente espacio.

2.5 Practica lo aprendido

1. Escribe el nombre de cada uno de los lados del triángulo rectángulo.



2. Calcula la hipotenusa según los datos dados.

a. Cateto: 12 pulg

Cateto: 9 pulg

Hipotenusa: ______________

b. Cateto: 10 pulg

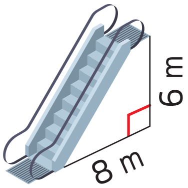
Cateto: 24 pulg

Hipotenusa: ______________

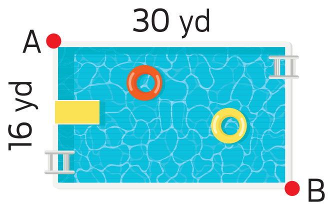
Soluciona problemas

3. Si a = 32 pulg, b = 24 pulg son las medidas del ancho y del largo de una pantalla de televisión, ¿cuántas pulgadas mide su diagonal, es decir la línea de color naranja?

4. La base de una escalera eléctrica que alcanza una altura de 6 m se ubica a 8 m de la pared, como se indica en la imagen. ¿Cuál es la longitud de la escalera?



5. Diana practica natación en una piscina rectangular como la de la imagen. Si ella desea trasladarse del punto **A** al punto **B**, ¿cuál es la menor distancia, en yardas, que debe recorrer?

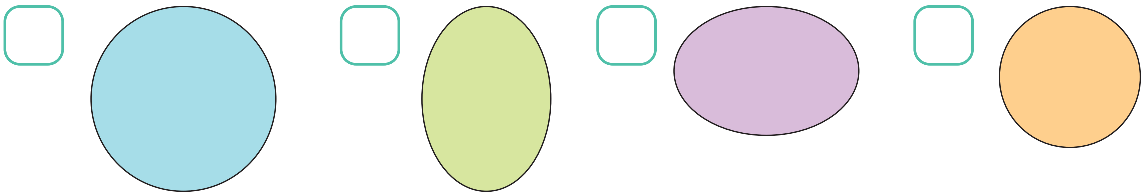


Recuerda que la menor distancia entre dos puntos es en línea recta.

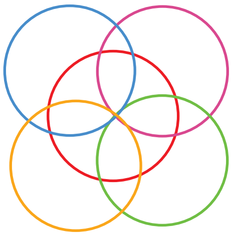
Longitud de la circunferencia y área del círculo

3.1 Repasa tus conocimientos

1. Marca con un gancho (✓) las formas circulares.



2. Anota la cantidad de circunferencias que identifiques en la imagen.



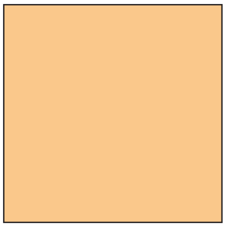
→ Hay ☐ circunferencias.

3. Calcula la mitad y el doble de cada número dado.

	Mitad	Número	Doble
a.	☐	← 12 →	☐
b.	☐	← 32 →	☐
c.	☐	← 25 →	☐
d.	☐	← 17 →	☐

4. Determina el perímetro de cada figura.

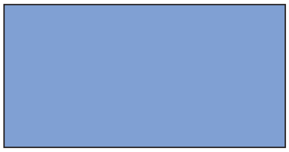
a. Cuadrado



6 cm

Perímetro: ______________

b. Rectángulo



4 cm

8 cm

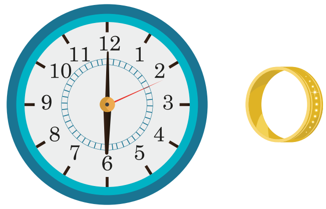
Perímetro: ______________

El perímetro de una figura geométrica es la medida de su contorno. El perímetro de un polígono es la suma de sus lados.

3.2 Círculo, circunferencia y sus elementos

Analiza

¿En qué son semejantes y en qué son diferentes los siguientes objetos?



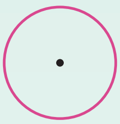
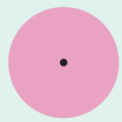
Soluciona

Ambos son semejantes en la forma circular.

Se diferencian en que el anillo corresponde solamente al borde de un círculo, mientras que el reloj corresponde al círculo completo.

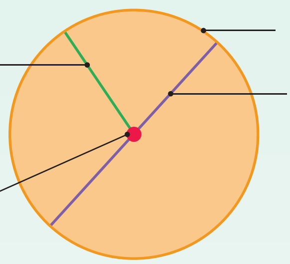
Comprende

Una **circunferencia** es una línea curva cerrada, formada por todos los puntos ubicados a la misma distancia de un punto llamado centro. Corresponde al borde de un círculo. El **círculo** está formado por la circunferencia y todos los puntos que están dentro de ella.

Circunferencia  Círculo 

El círculo tiene los siguientes elementos:

Radio: segmento que tiene por extremos el centro y cualquier punto de la circunferencia.



Centro

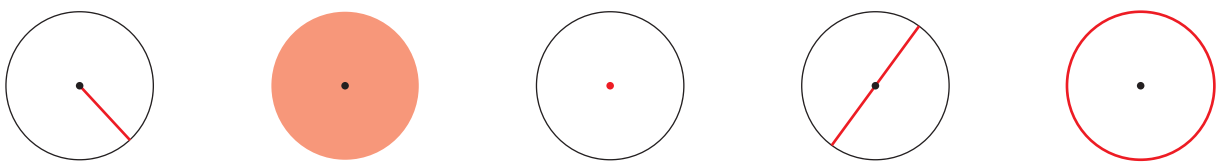
Circunferencia

Diámetro: segmento que tiene por extremos dos puntos de la circunferencia y que contiene el centro.

En cualquier círculo el diámetro mide el doble que el radio.

Resuelve

1. Escribe el nombre del elemento representado con rojo en cada caso.

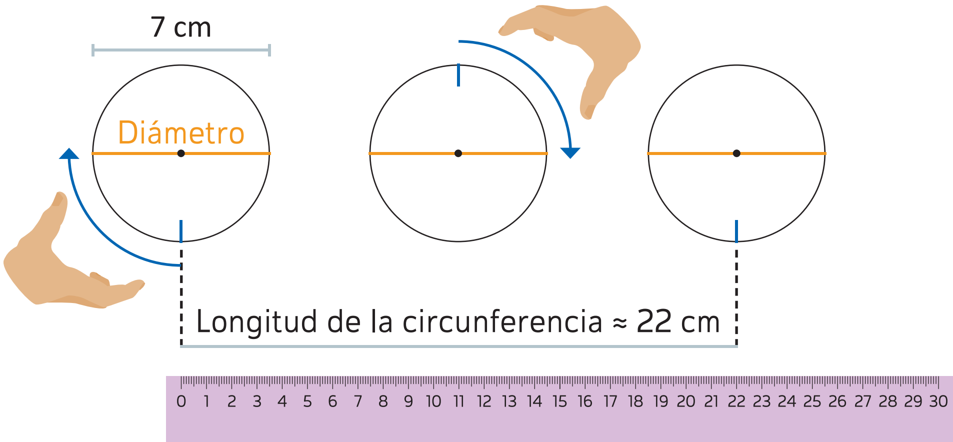


Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 105

3.3 Longitud de la circunferencia y número pi

Analiza

Para estimar la longitud de una circunferencia se puede realizar lo siguiente:



El símbolo ≈ indica que un número se aproxima al valor real, pero no es exacto, sino aproximado.

¿Aproximadamente cuántas veces cabe el diámetro en la circunferencia? ¿Esta relación varía de una circunferencia a otra o siempre es la misma?

Soluciona

Divide la longitud de la circunferencia entre la medida del diámetro:

$$22 \div 7 = 3{,}1428...$$

El diámetro cabe aproximadamente 3,14 veces en la circunferencia.

¿Sabías que...?
El diámetro de la tierra mide aproximadamente 12 742 km.

Realiza el mismo experimento midiendo en centímetros otros objetos de forma circular y obtendrás los datos que se muestran en la tabla.

Objeto	Longitud de la circunferencia	Diámetro	Longitud ÷ diámetro (aproximación)
Taza	25	8	25 ÷ 8 ≈ 3,13
Cinta	33,1	10,5	33,1 ÷ 10,5 ≈ 3,15
Tazón	46,8	14,9	46,8 ÷ 14,9 ≈ 3,14

Luego de completar la tabla observa que la relación entre la longitud de la circunferencia y el diámetro de esta siempre es la misma; es decir, la circunferencia es aproximadamente 3,14 veces el diámetro.

Comprende

El cociente **longitud de la circunferencia ÷ diámetro** siempre da como resultado el mismo número en cualquier circunferencia. Este número se denota con la letra griega π y se lee "pi":

$$\text{longitud de la circunferencia} \div \text{diámetro} = \pi$$

Redondeando a la centésima el valor de π es aproximadamente 3,14 y se utiliza este valor para realizar diferentes cálculos.

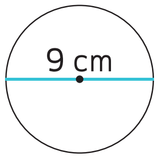
¿Qué pasaría?

Al dividir la longitud de la circunferencia entre la medida del radio, el resultado también es siempre el mismo: el doble de π, aproximadamente 6,28.

Observa cómo se hace

Observa de qué manera se comprueba la relación entre la longitud de la circunferencia (L) y la medida de su diámetro.

a.

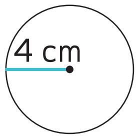


L = 28,26 cm

→ Se divide la longitud de la circunferencia entre la medida del diámetro:

$$28{,}26 \div 9 = 3{,}14$$

b.



L = 25,12 cm

→ Se divide la longitud de la circunferencia entre el doble de la medida del radio:

$$25{,}12 \div 8 = 3{,}14$$

Recuerda

El diámetro mide el doble que el radio.

Resuelve

1. Verifica que se cumple la relación entre la longitud de la circunferencia indicada en cada imagen y la medida de su diámetro.

a.

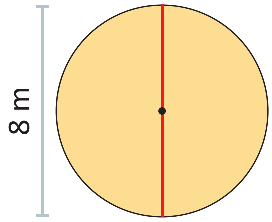
0 Longitud: 62,8 cm

____

b.

Radio: 30 cm
Longitud: 188,4 cm

____



3.4 Perímetro de la circunferencia

Analiza

Gerardo construyó una piscina circular de 8 m de diámetro, como la imagen de la izquierda. Si él desea colocar cinta antideslizante alrededor de esta para evitar accidentes, ¿cuántos metros de cinta debe comprar aproximadamente?

Soluciona

El borde de un círculo corresponde a su circunferencia; por lo tanto, la medida de ese borde es la misma longitud de la circunferencia.

Considerando que el diámetro de una circunferencia cabe aproximadamente 3,14 veces en su longitud, entonces puedes encontrar la longitud de la circunferencia, multiplicando la medida de su diámetro por 3,14.

$$8 \times 3{,}14 = 25{,}12$$

Por lo tanto, Gerardo debe comprar aproximadamente 25,12 m de cinta antideslizante.

Comprende

Si se conoce el diámetro (d) de una circunferencia se puede calcular su **longitud o perímetro (P)** aplicando la siguiente fórmula:

$$P = d \times \pi, \text{ donde } \pi \approx 3{,}14$$

También es posible calcular el diámetro si se conoce la longitud de la circunferencia usando la fórmula inversa; es decir:

$$d = P \div \pi$$

¿Qué pasaría?

Si se conoce el radio (r) de la circunferencia, se usa la siguiente fórmula:

$$L = 2 \times r \times \pi$$

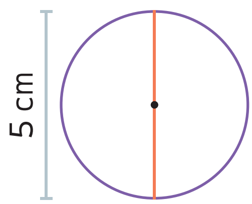
Pues el diámetro es el doble del radio; es decir, $d = 2 \times r$.

Observa cómo se hace

Para calcular el perímetro de una circunferencia como la figura debes multiplicar la medida del diámetro por 3,14, así:

$P = d \times \pi \rightarrow P = 5 \times 3{,}14$

$P = 15{,}7$ cm



Para calcular la medida del radio de una circunferencia de 47,1 cm de perímetro debes seguir estos pasos:

- Calcular el diámetro (d) usando la fórmula inversa, así:

$$d = P \div \pi \;\rightarrow\; d = 47{,}1 \div 3{,}14 \;\rightarrow\; d = 15 \text{ cm}$$

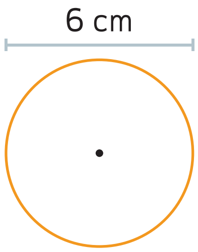
- Luego, dividir el diámetro entre 2 para obtener el radio (r).

$$r = d \div 2 \;\rightarrow\; r = 15 \div 2 \;\rightarrow\; r = 7{,}5 \text{ cm}$$

Resuelve

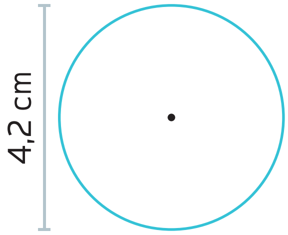
1. Calcula el perímetro de cada circunferencia.

a.



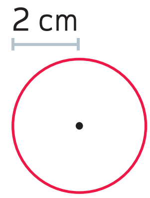
P = ____________

b.



P = ____________

c.



P = ____________

2. Completa la tabla con los datos que faltan.

Radio	Diámetro	Perímetro de la circunferencia
	6 cm	
2 cm		
		50,24 cm
	25 cm	

3. Elena quiere construir un corral circular para entrenar a sus caballos. Si desea que el radio del corral mida 4,5 m, ¿cuántos metros completos de valla debe comprar?

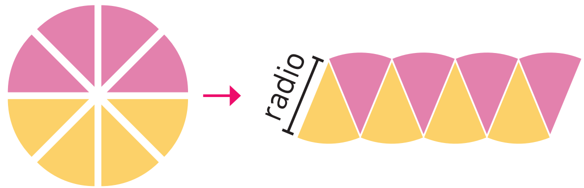
Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 106

3.5 Área del círculo

> **Recuerda**
> El área de una figura geométrica es la medida de su superficie. Para expresar esta medida se utilizan unidades cuadradas como los cm^2 (centímetros cuadrados) y los m^2 (metros cuadrados), entre otras.

Analiza

Se recorta un círculo en 8 partes iguales y se reubican como se muestra en la figura:



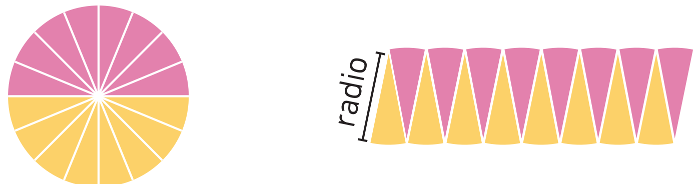
a. ¿Qué figura se va formando cuando se tienen más partes?

b. ¿Cómo puede calcularse el área del círculo?

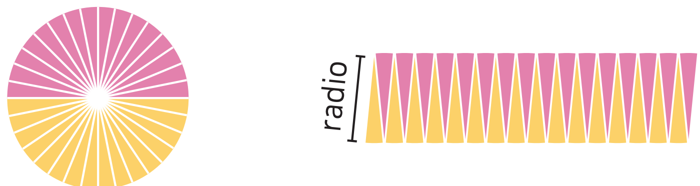
Soluciona

a. Si haces 16, 32 y 64 recortes como los anteriores, ¿de qué manera puedes encontrar la fórmula del área del círculo, utilizando la fórmula del área de la figura formada?

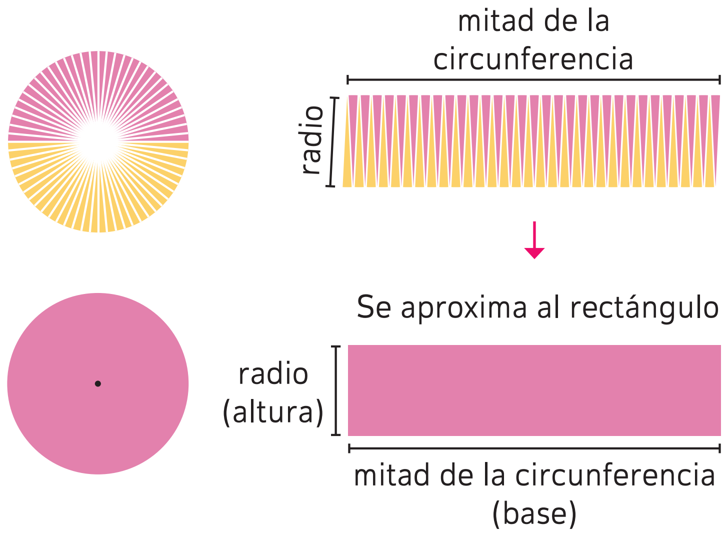
16 sectores:



32 sectores:



64 sectores:



R: Se va formando un rectángulo.

b. El área del círculo puede calcularse utilizando el rectángulo del paso anterior:

El área del rectángulo = base × altura

El área del círculo =

mitad de la longitud de la circunferencia × radio

$A = (r \times \pi) \times r$

$A = r \times r \times \pi$

R: El área del círculo se puede calcular multiplicando el radio por el radio por π.

Longitud de la circunferencia (L)

$L = d \times \pi = 2 \times r \times \pi$

Mitad de la longitud de la circunferencia:

$(r \times 2 \times \pi) \div 2$
$= r \times \pi$

Comprende

Si se conoce el radio (r) de un círculo se puede calcular su **área (A)** aplicando la siguiente fórmula:

$$A = r \times r \times \pi, \text{ donde } \pi \approx 3{,}14$$

Observa cómo se hace

Para calcular el área de un círculo de 10 cm de diámetro puedes seguir estos pasos:

- El radio es la mitad de 10 cm; es decir, 5 cm.
- Por lo tanto:

$A = 5 \times 5 \times 3{,}14 \rightarrow A = 78{,}5 \text{ cm}^2$

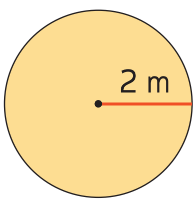
¿Qué pasaría?

Si lo que se conoce es el diámetro, se divide este entre 2 para obtener el radio y aplicar la fórmula dada.

Resuelve

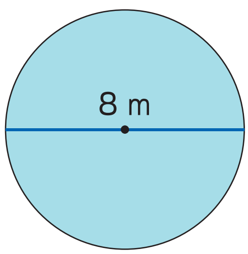
1. Calcula el área (A) de los siguientes círculos.

a.



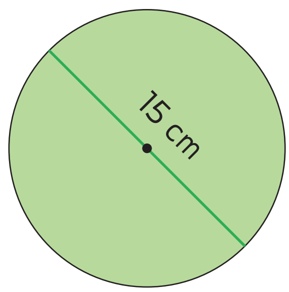
A = ____________

b.



A = ____________

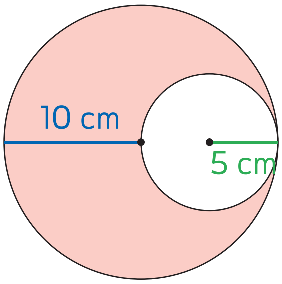
c.



A = ____________

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 107

3.6 Áreas con círculos y diversas regiones



Analiza

Calcula el área de la parte coloreada de rosado determinada por las circunferencias de la izquierda.

a. Escribe la operación que permite calcular el área rosada.

b. Encuentra el área rosada.

Soluciona

Para encontrar el área coloreada, resta al área del círculo grande, el área del círculo pequeño.

- Área del círculo grande: $10 \times 10 \times 3{,}14$
- Área del círculo pequeño: $5 \times 5 \times 3{,}14$

a. Operación (O): $(10 \times 10 \times 3{,}14) - (5 \times 5 \times 3{,}14)$

b. $A = (10 \times 10 \times 3{,}14) - (5 \times 5 \times 3{,}14)$

$= 314 - 78{,}5$

$= 235{,}5 \text{ cm}^2$

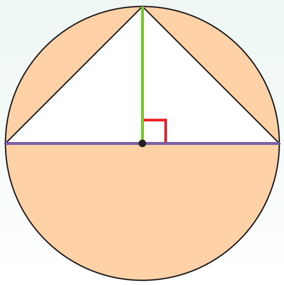
R: El área de la región rosada es de $235{,}5 \text{ cm}^2$.

Comprende

Para calcular el **área de una región** se deben identificar las figuras involucradas y las medidas de sus elementos como lados, alturas, bases y radios, entre otros.

Luego se calcula el área de cada figura por separado y se suman o se restan según sea más conveniente. En algunos casos también es apropiado multiplicar o dividir el área de una figura para calcular la medida de cierta superficie.

En este tipo de figuras la observación detallada permite identificar la medida de cada elemento, a partir de las relaciones entre las figuras. Por ejemplo, en la figura de la derecha la base del triángulo corresponde al diámetro de la circunferencia y su altura al radio de esta.



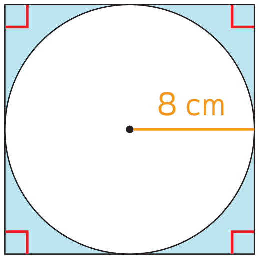
Desarrollo sostenible

Al igual que para resolver problemas geométricos es necesario detenerse y observar, debemos aprender a valorar los pequeños detalles que podemos apreciar en la naturaleza día a día.

Observa cómo se hace

Para calcular el área de la figura dada puedes seguir estos pasos:

- Calcular el área del cuadrado A_1:
  $A_1 = 16 \times 16$
  $A_1 = 256\ cm^2$
- Calcular el área del circulo A_2:
  $A_2 = 8 \times 8 \times 3{,}14$
  $A_2 = 200{,}96\ cm^2$
- Restar el área del círculo a la del cuadrado para obtener el área de la región celeste A_C.
  $A_C = 256 - 200{,}96$
  $A_C = 55{,}04\ cm^2$



Observa que el lado del cuadrado mide el doble del radio de la circunferencia.

Recuerda

Para calcular el área del cuadrado se multiplica lado por lado.

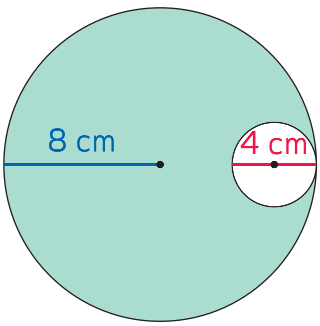
Resuelve

1. Calcula el área de la región coloreada en cada caso.

- Considera que las líneas curvas son circunferencias.

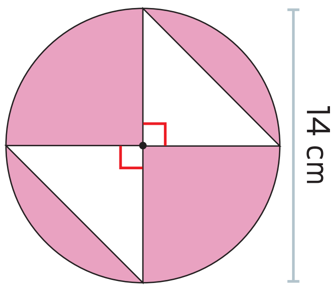
En la figura **c** considera que es la mitad de un círculo y divide su área entre 2.

a.



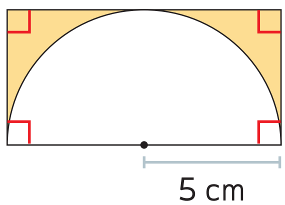
A = ____________

b.



A = ____________

c.



A = ____________

Desafíate

1. Dentro de una piscina circular de 31,4 m de perímetro se construye un espacio también circular para ofrecer bebidas a los clientes. Si este nuevo espacio tendrá un radio de 2 m, ¿qué área de la piscina quedará disponible?

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 108

3.7 Practica lo aprendido

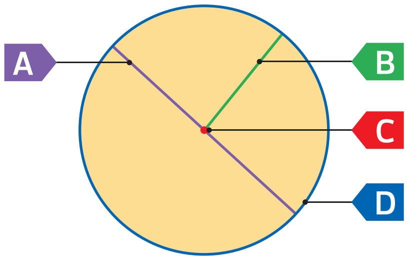
1. Anota la letra correspondiente a cada elemento, según la figura.

☐ Centro

☐ Radio

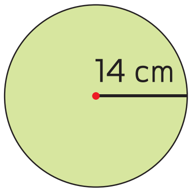
☐ Diámetro

☐ Circunferencia



2. Anota el radio, el diámetro, el perímetro y el área de cada círculo.

a.



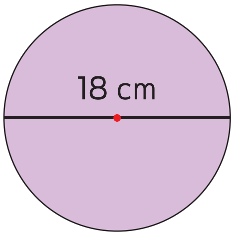
Radio: ____________________

Diámetro: ____________________

Perímetro: ____________________

Área: ____________________

b.



Radio: ____________________

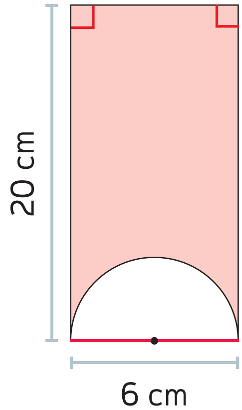
Diámetro: ____________________

Perímetro: ____________________

Área: ____________________

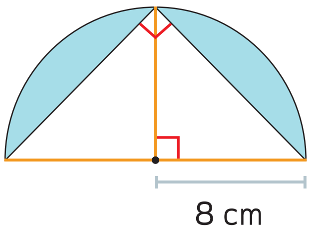
3. Calcula el área de las regiones circulares sombreadas.

a.



A = ____________

b.

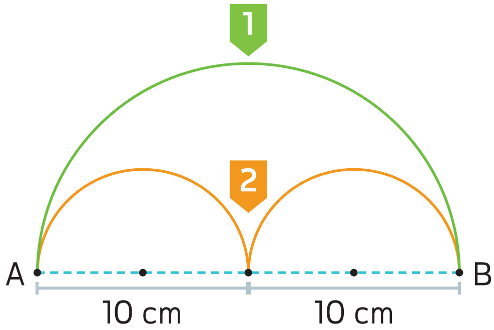


A = ____________

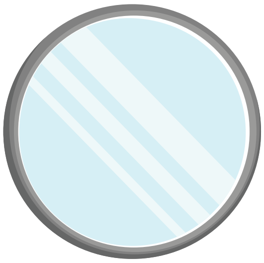
Un semicírculo corresponde a la mitad de un círculo. Considera que las figuras involucradas son semicírculos.

Soluciona problemas

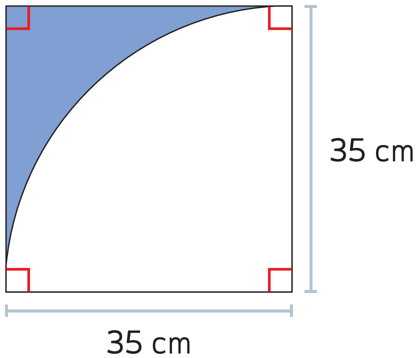
4. Para desplazarse del punto **A** al punto **B** existen dos rutas, como se muestra en la figura. La 1 de color verde y la 2 de color naranja. ¿Cuál de esas rutas es la más corta?



5. Daniela quiere colocar tres espejos circulares en una de las paredes de su tienda. Si el diámetro de cada uno mide 1,2 m, ¿qué superficie de la pared abarcarán los tres espejos juntos?



6. Un pintor utiliza un lienzo con forma cuadrada de 35 cm de lado para hacer una pintura. Si ha pintado la parte del lienzo que se indica en la figura, ¿cuántos centímetros cuadrados del lienzo ha pintado?



REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL
MINISTERIO DE EDUCACIÓN
Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Determino la medida de ángulos internos y externos en triángulos.			
Calculo la medida de los ángulos determinados entre dos rectas paralelas y una transversal según su posición.			
Identifico los nombres de los lados de un triángulo rectángulo.			
Comprendo el enunciado del teorema de Pitágoras.			
Calculo la hipotenusa de un triángulo rectángulo, dados sus catetos.			
Comprendo la representación gráfica del teorema de Pitágoras.			
Resuelvo situaciones sencillas utilizando el teorema de Pitágoras.			
Reconozco la diferencia entre círculo y circunferencia.			
Identifico los elementos del círculo y sus características.			
Comprendo la relación entre la longitud de una circunferencia y la medida de su diámetro.			
Defino correctamente el número pi.			
Calculo el perímetro de una circunferencia a partir de la medida de su radio o de su diámetro.			
Calculo el área de un círculo a partir de la medida de su radio o de su diámetro.			

Unidad

8

Estadística y probabilidad

En esta unidad aprenderás a:

- Leer e interpretar la información de tablas y gráficas
- Representar datos mediante tablas y gráficas
- Calcular la media, la mediana y la moda de un grupo de datos
- Resolver problemas relacionados con tablas, gráficas y medidas de tendencia central
- Identificar eventos y sucesos simples en situaciones aleatorias
- Calcular la probabilidad de un evento

Técnicas de recolección y representación de datos

1.1 Técnicas de recopilación de la información

Analiza

La maestra de sexto grado quiere llevar para la fiesta de fin de año escolar una comida que sea del agrado de la mayor parte de los estudiantes. ¿De qué manera puede ella tomar una buena decisión? (El menú de la izquierda indica las opciones con las que cuenta).

Soluciona

La maestra podría preguntar a cada estudiante cuál de esas comidas prefiere, anotar las respuestas en la pizarra y contar para determinar cuál es la opción que más niños prefieren.

Recuerda

La estadística consiste en la recolección, organización, representación y análisis de datos, con el fin de obtener conclusiones válidas en relación con un objetivo inicial de investigación.

Comprende

Algunas **técnicas para recolectar datos** son las siguientes:

- **Entrevista:** Conversación con una o más personas sobre un tema. En general consiste en una serie de preguntas y respuestas.
- **Encuesta:** Lista de preguntas que responde un grupo de personas, cada una de manera individual. Permite contar el número de respuestas iguales.
- **Observación:** Como el nombre lo indica, implica observar hechos que interesa investigar y anotarlos. Puede usarse una guía de observación elaborada previamente.

Resuelve

1. Anota el nombre de la técnica que se debe utilizar en cada caso para recolectar los datos.

   a. Conocer la opinión de tres estudiantes respecto a la importancia del estudio en su vida. →

   b. Determinar qué hacen los estudiantes de sexto grado durante el receso. →

   c. Investigar cuál es la asignatura preferida de los estudiantes de sexto grado. →

   d. Registrar la cantidad total de estudiantes que usan el baño durante el receso. →

1.2 Organización y tabulación de datos

Analiza

Se le consultó a los estudiantes de sexto grado por la cantidad de mascotas que tiene cada uno y se obtuvieron los resultados que se muestran a la derecha. ¿De qué manera se puede organizar y resumir esa información?

0	2	1	3	2	2
3	1	1	2	2	2
2	1	3	2	0	1
0	1	0	0	0	1
2	1	1	0	0	2

Soluciona

Observa las diferentes cantidades de mascotas mencionadas y cuántas veces se repitió ese dato para representar la frecuencia absoluta en una tabla. Luego, calcula qué porcentaje representa cada uno del total para determinar la frecuencia relativa.

Cantidad de mascotas de los estudiantes de sexto grado			
Número de mascotas	**Frecuencia absoluta**	**Frecuencia relativa**	
0	8	27 %	→ $8 \div 30 \times 100$
1	9	30 %	→ $9 \div 30 \times 100$
2	10	33 %	→ $10 \div 30 \times 100$
3	3	10 %	→ $3 \div 30 \times 100$
Total	**30**	**100 %**	

Fuente: Elaboración propia

Recuerda

La frecuencia se refiere a las veces que ocurre un evento.

- **Frecuencia absoluta**: El número de veces que se repite cada dato de la variable.
- **Frecuencia relativa**: Se expresa como decimal o como porcentaje. Se obtiene dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de datos.

Comprende

Para **construir una tabla de frecuencias** se identifican todos los tipos de datos y se anotan en la primera columna. Luego se contabiliza la cantidad de veces que se repite cada uno y se anota en la segunda columna, que corresponde a la **frecuencia absoluta.** Con base en esta se calcula la **frecuencia relativa**, que corresponde al decimal o porcentaje.

En una tabla de frecuencias se puede calcular también la **frecuencia absoluta acumulada.** Para esto, se suman en cada fila todas las frecuencias absolutas anteriores. A partir de estos resultados es posible determinar cuántos datos son menores o iguales que cierto valor; por lo tanto, solo es relevante cuando los datos son cuantitativos.

Es importante colocar un título que describa con claridad la información presentada y la fuente. La fuente indica de dónde provienen los datos.

En la tabla, la frecuencia acumulada, por ejemplo, en la talla 33, indica que la talla de zapatos de 9 niños es menor o igual que 33.

Observa cómo se hace

Calcula las frecuencias acumuladas.

Talla de zapato de un grupo de niños		
Talla	Frecuencia absoluta	Frecuencia acumulada
32	4	→ 4
33	5	4 + 5 → 9
34	2	9 + 2 → 11
35	2	11 + 2 → 13
Total	13	13

Resuelve

1. Completa la tabla según los datos.
   a. Los bananos son preferidos por 12 personas más que las naranjas.
   b. Los mangos son preferidos por 48 estudiantes.
   c. 25 estudiantes prefieren las naranjas.
   d. Solo 15 prefieren la sandía.

Frutas preferidas por los estudiantes de una escuela		
Fruta	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa
Total		

2. Completa la tabla de frecuencias con base en la tabla de recolección de datos dada.

Tabla de recolección de datos

7	8	10	9	8	9	10	8	8	10
9	11	8	12	10	9	11	11	9	9
7	10	7	8	8	7	10	8	10	11
9	12	9	11	11	9	9	8	8	9
10	9	9	9	10	7	10	7	7	9

Tabla de frecuencias

Edad de 50 jugadores de la preselección de béisbol de una escuela primaria			
Edad	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia acumulada
Total			

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 110

1.3 Interpretación de tablas

Analiza

Gabriela observó en el periódico una tabla como la que se muestra a continuación:

Teléfonos celulares activos en la República, por tipo de servicio, años 2014-2018					
Tipo de servicio	2014	2015	2016	2017	2018
Contrato	703 000	745 000	729 000	830 000	944 000
Prepago	6 203 000	4 997 000	4 413 000	4 451 000	4 489 000
Total	6 906 000	5 742 000	5 142 000	5 281 000	5 433 000

Fuente: Instituto Nacional de Estadística y Censo (INEC), Panamá

¿Qué tipo de información es la que se presenta? ¿Qué conclusiones puede obtener Gabriela?

Soluciona

Para saber qué tipo de información se presenta en la tabla se debe observar el título principal y las categorías. En este caso, se muestran las cantidades de celulares activos en Panamá desde el año 2014 hasta el 2018 según el tipo de línea por contrato o prepago.

Algunas conclusiones que puede obtener Gabriela son las siguientes:

- La población panameña prefiere las líneas telefónicas prepago.
- Del 2014 al 2016 disminuyó la cantidad de teléfonos activos.
- En el 2014 se registró la mayor cantidad de celulares activos del periodo.

Comprende

Algunos detalles a tener en cuenta para **interpretar una tabla de frecuencias** y obtener conclusiones relevantes son las siguientes:

- Leer con atención el título y obtener una idea general de la información que se presenta.
- Observar cuáles son los valores más altos y los más bajos que aparecen, y a qué categorías corresponden.
- Identificar variaciones constantes en las frecuencias, como aumentos o disminuciones.

Desarrollo sostenible

Cuidar los aparatos electrónicos para que su vida útil sea más larga es contribuir con la sostenibilidad del planeta, pues se evita la excesiva generación de desechos electrónicos.

¿Sabías que...?

El INEC es el ente encargado de dirigir y proporcionar datos estadísticos referentes a la situación de la República en diferentes áreas como la económica, la social y la educativa.

Observa cómo se hace

Para leer la información de la tabla primero se observa el título y se interpretan las categorías.

- Se muestra la cantidad de estudiantes según el rango en el que se ubica su calificación.
- La categoría 60-70 contempla las calificaciones mayores o iguales a 60 y menores que 70. Y así las demás.

Cantidad de estudiantes según calificación obtenida	
Calificación	**Frecuencia**
60-70	3
70-80	5
80-90	7
90-100	10
Total	25

Se puede interpretar lo siguiente:

- 5 estudiantes obtuvieron una calificación mayor o igual a 70, pero menor que 80.
- La calificación de 17 estudiantes fue mayor o igual que 80 (se obtiene el dato al sumar las últimas dos frecuencias: 7 + 10 = 17).
- La calificación de 8 estudiantes fue menor o igual que 80 (se obtiene el dato al sumar las dos primeras frecuencias 3 + 5 = 8).

Resuelve

1. Responde las preguntas a partir de la información de cada tabla de frecuencias.

a.

Nacimientos en la ciudad de Colón durante los años 2016-2018	
Año	Frecuencia
2016	830
2017	872
2018	664
Total	4462

Fuente: INEC, Panamá

¿Cuál fue el año con más nacimientos?

____

¿Cuál fue el año con menos nacimientos?

____

b.

Estatura en centímetros de un grupo de personas	
Estatura (cm)	Frecuencia
140-150	2
150-160	4
160-170	3
170-180	1
Total	10

¿Cuántas personas miden 160 cm o más?

____

¿Cuántas miden menos de 160 cm?

____

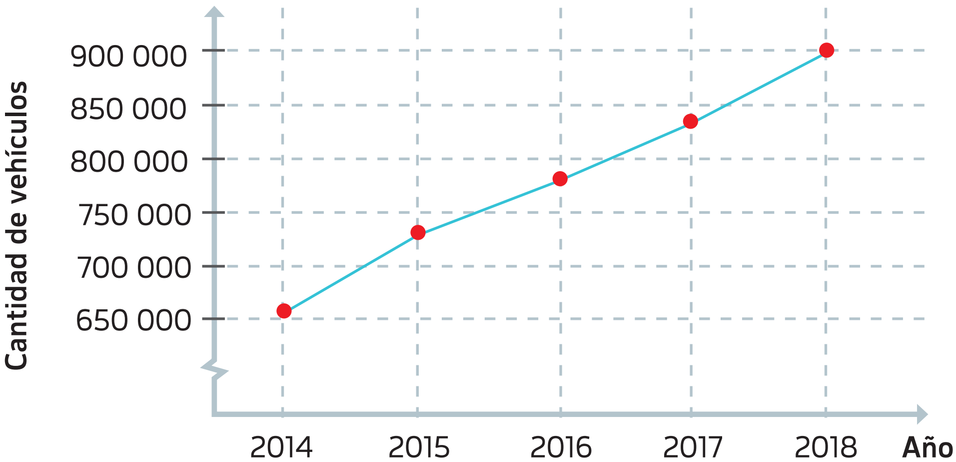
Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 111

1.4 Interpretación de gráficas estadísticas

Analiza

Fabián necesita realizar un estudio sobre el aumento en la cantidad de vehículos en circulación en la República y, para esto, observa una gráfica como la que se muestra a continuación. ¿Qué información puede obtener Fabián a partir de la gráfica?

Automóviles en circulación
en la República, años 2014-2018



Fuente: INEC, Panamá

Desarrollo sostenible

Los vehículos de combustibles fósiles contribuyen al cambio climático debido a la generación de dióxido de carbono. Por ese motivo es necesario utilizar nuevas alternativas de combustibles no contaminantes y tratar de disminuir la cantidad de vehículos en circulación.

Soluciona

Para leer la información que se presenta en la gráfica anterior se observa el tipo de dato que corresponde a cada eje. En el eje horizontal, aparecen los años del 2014 al 2018. En el eje vertical, aparecen las cantidades de vehículos; cada punto en la gráfica, representa la cantidad de vehículos en circulación según el año correspondiente. Fabián puede obtener la siguiente información a partir de la gráfica:

- En el 2014 había más de 650 000 automóviles en circulación.
- En el 2018 había aproximadamente 900 000 automóviles en circulación.
- Del 2014 al 2018 la cantidad de automóviles en circulación aumentó aproximadamente en 250 000.
- La cantidad de automóviles en circulación aumenta conforme transcurren los años.

Observa que los puntos no corresponden a datos exactos en el eje vertical, por ese motivo se especifica que son valores aproximados.

Recuerda
Al interpretar los datos de una gráfica estadística es posible representarlos mediante una tabla de frecuencias.

Comprende

Existen diferentes tipos de **gráficas estadísticas.**

Algunas gráficas son más adecuadas para representar cierto tipo de información que otras. Algunas de ellas son:

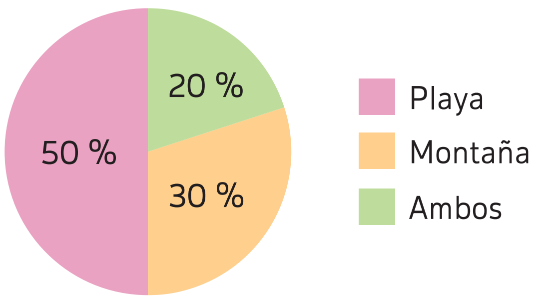
- **Gráfica de barras:** La altura de cada barra representa la frecuencia de la categoría correspondiente.
- **Gráfica lineal:** La altura a la que se ubica el punto representa la frecuencia de la categoría correspondiente.
- **Gráfica circular:** Presenta la frecuencia relativa de cada categoría.
- **Histograma:** La altura de cada barra representa la frecuencia del rango correspondiente.

Observa cómo se hace

Observa los datos extraídos de cada gráfica.

a. Gráfica circular

Distribución de 50 personas según destino preferido para vacacionar



Interpretación:

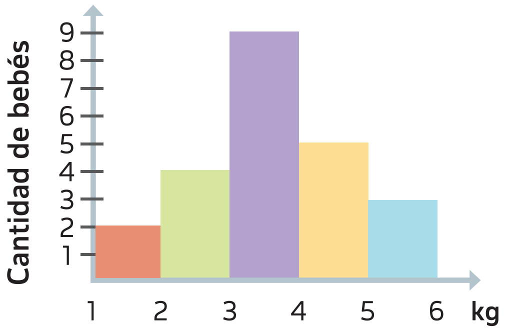
- Un 50 % prefiere la playa.
- Un 30 % prefiere la montaña.
- Un 20 % prefiere ambos destinos por igual.

La frecuencia absoluta de cada categoría se obtiene al multiplicar el total de datos por el porcentaje en forma decimal:

- Playa: $50 \times 0{,}5 = 25$
- Montaña: $50 \times 0{,}3 = 15$
- Ambos: $50 \times 0{,}2 = 10$

b. Histograma

Peso en kilogramos de un grupo de bebés



Considera que las categorías del eje horizontal corresponden a los siguientes rangos:

1-2	2-3	3-4	4-5	5-6

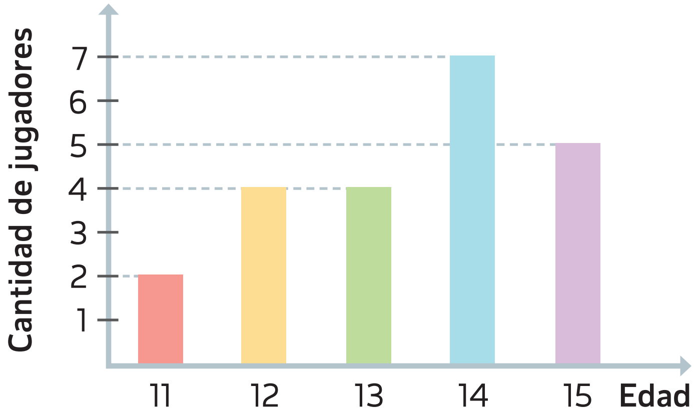
Interpretación:

- Solo 2 bebés pesan entre 1 kg y 2 kg.
- El rango en el que se ubican la mayor cantidad de bebés es entre 3 kg y 4 kg.
- En total, 8 bebés pesan 4 kg o más.
- En total, 6 bebés pesan menos de 3 kg.

Resuelve

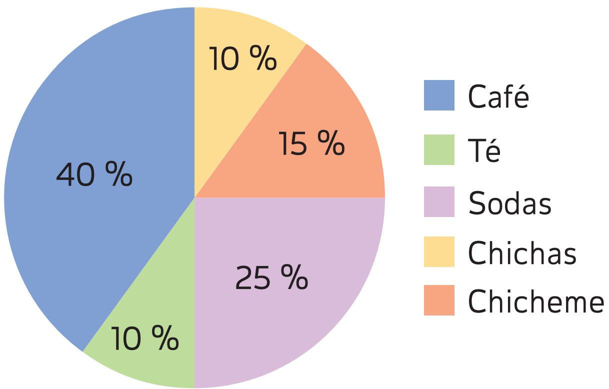
1. Completa cada tabla de frecuencias según los datos presentados en la gráfica correspondiente.

a. **Edades de los jugadores de un equipo de fútbol infantil**



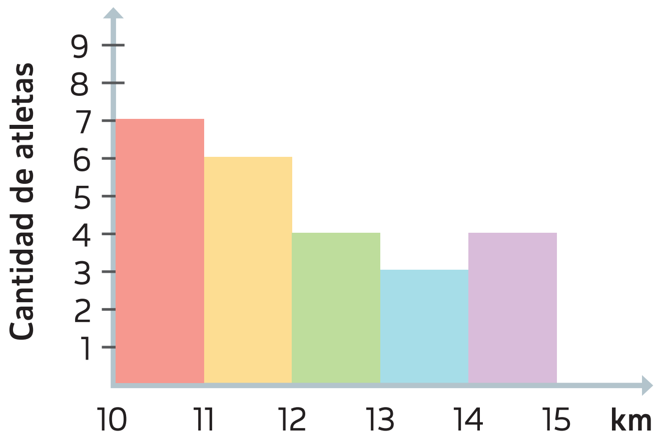
Edades de los jugadores de un equipo de fútbol infantil	
Edad	F. Absoluta
Total	

b. **Distribución de 200 personas según tipo de bebida preferida**



Distribución de 200 personas según tipo de bebida preferida	
Bebida	F. Absoluta
Total	

c. **Distancia recorrida por un grupo de atletas**



Distancia en kilómetros recorrida por un grupo de atletas	
Distancia	F. Absoluta
10-11	
11-12	
12-13	
13-14	
14-15	
Total	

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 112

1.5 Representación de datos mediante gráficas

Día	Cantidad
Lunes	6
Martes	8
Miércoles	4
Jueves	5
Viernes	9
Total	32

Analiza

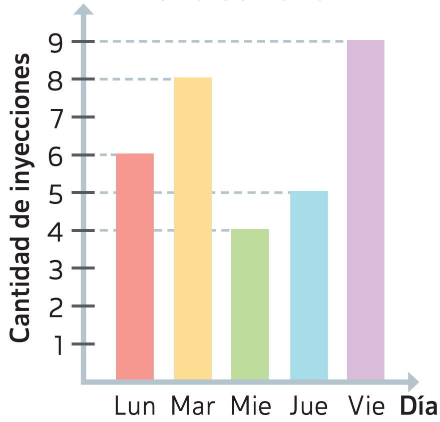
Tamara es enfermera en un hospital y debe presentar un informe semanal sobre la cantidad de inyecciones que aplicó diariamente. Para registrarlo, elaboró una tabla como la de la izquierda. ¿De qué manera podría representar esa información gráficamente?

Soluciona

Construye una gráfica de barras:

- Traza el eje vertical correspondiente a las frecuencias.
- Traza el eje horizontal que corresponde a las categorías o días registrados.
- Se dibuja una barra para cada categoría de manera que la altura coincida con la frecuencia correspondiente.
- Se coloca el título y se rotulan los ejes. Eje horizontal: "Día". Eje vertical: "Cantidad de inyecciones".

Cantidad de inyecciones aplicadas durante una semana



Comprende

Para **representar datos estadísticos mediante gráficas**, analiza qué tipo de gráfica conviene más a qué tipo de información.

- Las **gráficas de barras** son útiles para representar datos en los que las frecuencias correspondan a números exactos. La altura de cada barra representa la frecuencia.
- Las **gráficas lineales** se utilizan para datos con frecuencias no exactas y referidos a espacios de tiempo. Las frecuencias se representan con puntos a la altura correspondiente.
- Las **gráficas circulares** son adecuadas para representar datos como partes de un total. El tamaño de cada sector corresponde al porcentaje del total.
- Los **histogramas** representan rangos numéricos (como "entre 1 y 5", "entre 5 y 10", etc.). Las alturas de las barras representan las frecuencias y se dibujan sin espacio entre ellas.

Recuerda

Para calcular qué porcentaje representa una cantidad de otra, se divide entre el total y luego se multiplica por 100. Por ejemplo, 5 de 20 es el 25 % porque (5 ÷ 20) × 100 = 25.

Resuelve

1. Completa cada gráfica según los datos de la tabla correspondiente y el tipo de gráfica indicado.

a. Gráfica lineal

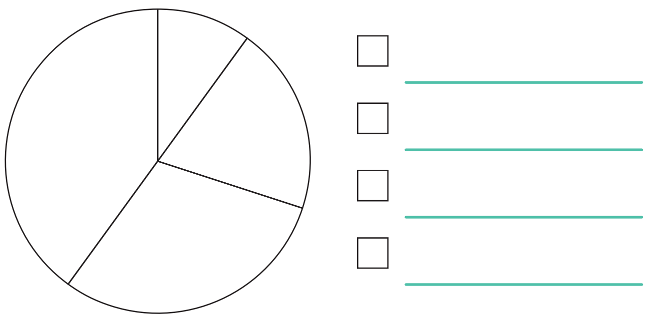
Clientes atendidos en un supermercado durante 6 horas	
Horas	Cantidad de clientes
1	4
2	4
3	2
4	9
5	8
6	3
Total	30

Cantidad de clientes atendidos en un supermercado durante 6 horas

b. Gráfica circular

Cantidad de visitantes de un parque según edad	
Edad	F. Absoluta
Niños	20
Jóvenes	60
Adultos	80
Ancianos	40
Total	200

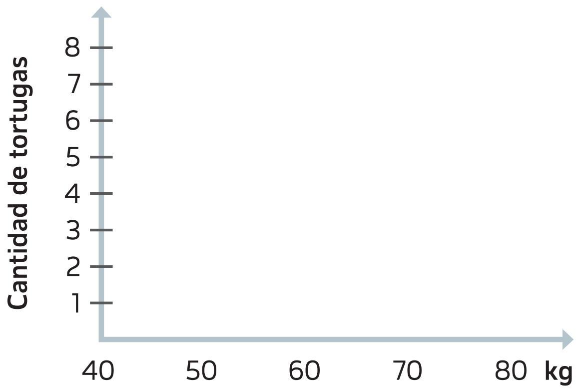
Cantidad de visitantes de un parque según edad



c. Histograma

Peso en kilogramos de un grupo de tortugas carey	
Peso	F. Absoluta
40-50	2
50-60	4
60-70	8
70-80	4
Total	20

Peso en kilogramos de un grupo de tortugas carey

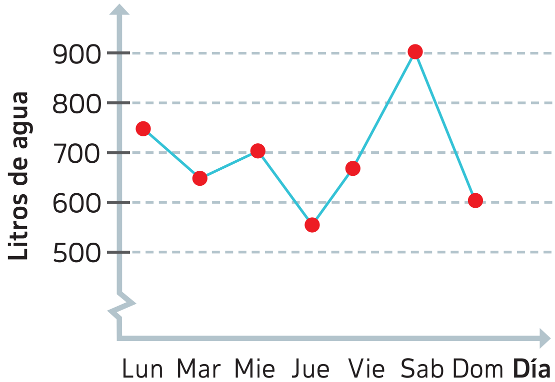


Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 113 y 114

1.6 Practica lo aprendido

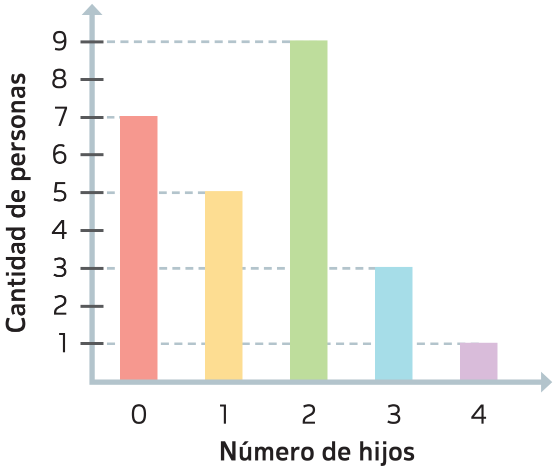
1. Responde las preguntas correspondientes a cada gráfica.

a. **Consumo diario de agua de una familia durante una semana**



- ¿Cuál día se presentó el mayor consumo de agua?
- ¿Cuántos días hubo un consumo menor a los 800 litros?
- ¿Es posible afirmar que el consumo de agua aumentó conforme transcurrió la semana? Justifica.

b. **Cantidad de personas según el número de hijos que tienen**



- ¿Cuál es la cantidad de hijos más común dentro del grupo de personas?
- ¿Cuántas personas no tienen hijos?
- ¿Cuántas personas tienen más de 2 hijos?
- ¿Cuántas personas, en total, participaron en la encuesta?

Desafíate

Realiza las siguientes actividades en tu cuaderno.

a. Anota un tema que sea de tu interés para investigar.
b. Decide qué tipo de datos necesitas recolectar.
c. Elige la técnica o técnicas más adecuadas para recolectar esos datos y aplícalas.
d. Registra los datos.
e. Tabula los datos mediante tablas de frecuencias.
f. Representa los datos en gráficas estadísticas.
g. Redacta conclusiones sobre tu estudio con base en la información que extraigas de las tablas y de las gráficas.

Medidas de tendencia central

2.1 Media o promedio

Analiza

Eduardo registra la cantidad de carimañolas que vende por día durante 15 días y con base en estos datos quiere establecer una cantidad fija para preparar cada día. ¿Cuántas carimañolas le conviene a Eduardo preparar por día?

Carimañolas por día				
24	22	26	20	24
20	21	25	24	25
26	20	23	27	18

Soluciona

- Suma las cantidades vendidas cada día.

$$24 + 22 + 26 + 20 + 24 + 20 + 21 + 25$$
$$+ 24 + 25 + 26 + 20 + 23 + 27 + 18 = 345$$

- Divide el total anterior entre la cantidad de días en que registró las ventas:

$$345 \div 15 = 23$$

- Observa que el dato anterior es un valor representativo de las cantidades de carimañolas vendidas durante esos 15 días.

R: A Eduardo le conviene preparar 23 carimañolas diariamente.

Comprende

Las **medidas de tendencia central** son valores calculados con base en un grupo de datos cuantitativos. Esas medidas dan una idea general de cómo se comportan esos datos. Cuando se observan los datos ordenados en gráficas, esas medidas aparecen en el centro, y de ahí su nombre.

La media aritmética o promedio

La media o el promedio representa los datos de manera muy general, porque se calcula tomando en cuenta todos los datos. Por eso, es una de las medidas de tendencia central más utilizadas.

Para calcular la media de un grupo de datos se suman todos los valores y se divide el total entre el número de datos. Por ejemplo:

- El promedio de 4, 6, 5, 8 y 7 se calcula así:

$$4 + 6 + 5 + 8 + 7 = 30 \rightarrow 30 \div 5 = 6$$

- El promedio es 6.

Recuerda

Los datos cuantitativos corresponden a valores numéricos, como “estatura” (en cm) o “peso” (en kg). Los datos cualitativos se refieren a cualidades no numerables, como “color de ojos” (negro, chocolate, verde...) o lugar de residencia (Darién, Veraguas, etc.).

También es posible calcular la media si los datos están representados en tablas o gráficas. En esos casos calcula así:

- Multiplica cada valor por la frecuencia correspondiente.
- Suma los productos anteriores.
- Divide el resultado entre el número total de datos.

¿Qué pasaría?

Si los datos están representados en una gráfica se aplica la misma estrategia que la tabla, pero identificando la frecuencia según el tipo de gráfica dada.

Observa cómo se hace

Para calcular la media de los datos representados en la tabla se dan los siguientes pasos:

- Multiplica cada valor por la frecuencia y suma los productos.

$$(14 \times 1) + (15 \times 2) + (16 \times 3) + (17 \times 4) = 160$$

- Divide entre el total de datos.

$$160 \div 10 = 16$$

- La edad promedio de los integrantes del equipo de voleibol es 16 años.

Integrantes de un equipo de voleibol según edad

Edad	F. Absoluta
14	1
15	2
16	3
17	4
Total	10

Resuelve

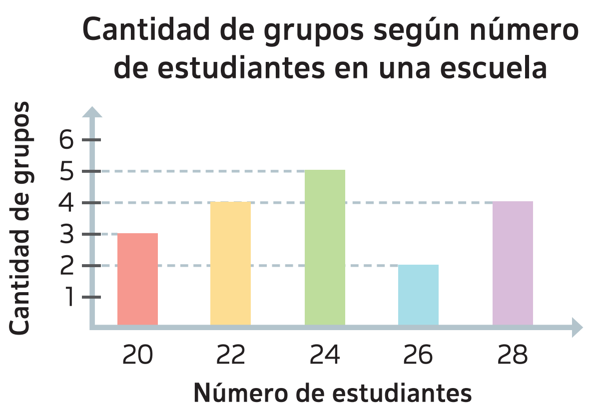
1. Calcula la media del siguiente grupo de datos.

50	28	32	46	28	42
36	44	30	48	26	34

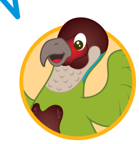
Media:

2. Determina la media de los datos de la gráfica.

Media:



Para determinar el total de datos suma todas las frecuencias.



Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 115

2.2 Mediana

Analiza

La maestra de sexto grado registró el peso en kilogramos de todos los estudiantes de la clase 6-A, luego afirmó que la mitad de los estudiantes pesan 38 kg o menos. ¿Es correcta su afirmación?; ¿por qué?

Peso en kilogramos de los estudiantes del 6-A

31	36	39	37	45	48	37	32	39
35	32	42	39	40	30	45	35	39

¿Sabías que...?
Los estudios estadísticos son aplicados para tomar decisiones en diversas áreas; por ejemplo, en el comercio, la salud y la biología. Además, en la mayor parte de estos estudios es necesario el cálculo de medidas de tendencia central.

Soluciona

- Ordena los pesos del menor al mayor.
  30, 31, 32, 32, 35, 35, 36, 37, 37, 39, 39, 39, 39, 40, 42, 45, 45, 48

- Ubica el dato o los datos centrales. De manera que la mitad de pesos sean menores y la otra mitad mayores.
  30, 31, 32, 32, 35, 35, 36, 37, 37, 39, 39, 39, 39, 40, 42, 45, 45, 48

- Suma y divide entre 2. → $(37 + 39) \div 2 = 38$

- Observa que en total son 18 datos, de los cuales, 9 (la mitad) son menores que 38.

R: La afirmación de la maestra es correcta, porque la mitad de los datos es menor que 38 kg.

Si la cantidad de datos es impar, la posición del dato central se obtiene sumando 1 a la cantidad de datos y dividiendo entre 2. Por ejemplo, si son 15 datos, la posición del dato central es $(15 + 1) \div 2 = 8$.

Comprende

La **mediana** de un grupo de datos cuantitativos es un valor que los separa de manera que la mitad de ellos son menores que la mediana y la otra mitad son mayores que esta.

Para calcular la mediana se dan los siguientes pasos:
- Ordenar los datos del menor al mayor.
- Si es una cantidad impar de datos, el que ocupa la posición central es la mediana.
- Si es una cantidad par, se suman los dos valores centrales y se divide entre 2, como se hizo en el problema inicial.

¿Qué pasaría?

También se pueden escribir uno a uno los datos de la tabla, ordenados en forma ascenderte, y usar el procedimiento de la página anterior.

También es posible calcular la mediana si los datos están representados en tablas. En esos casos procede así:

- Calcula las frecuencias absolutas acumuladas (suma por fila todas las frecuencias anteriores).
- Divide el total de datos entre 2.
- Identifica el primer valor cuya frecuencia acumulada supera al cociente anterior. Ese valor será la mediana.

Observa cómo se hace

Para calcular la mediana de los datos representados en la tabla se dan los siguientes pasos:

- Calcula las frecuencias acumuladas.
- Divide el total de datos entre 2.

$$10 \div 2 = 5$$

- Identifica la primera fila con la frecuencia acumulada mayor a 5. En este caso, es la fila de 16 años. (6 > 5)
- La mediana es 16 años.

Integrantes de un equipo de voleibol según edad

Edad	F. Absoluta	F. Acumulada
14	1	1
15	2	1 + 2 → 3
16	3	3 + 3 → 6
17	4	6 + 4 → 10
Total	10	

Resuelve

1. Calcula la mediana del siguiente grupo de datos.

50	28	32	46	28	42
36	44	30	48	26	34

Mediana: ______

2. Determina la mediana de los datos de la tabla.

Cantidad de hijos de un grupo de personas

Hijos	F. Absoluta	F. Acumulada
1	15	
2	24	
3	11	
4	5	
Total	55	

Mediana: ______

Completa la columna de las frecuencias acumuladas.

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 116

2.3 Moda

Analiza

El señor Gerardo registra los sabores de pasteles que vende en su panadería para determinar de cuál debe preparar una mayor cantidad. Si durante una semana obtuvo los resultados que se indican a la derecha, ¿qué decisión debe tomar?; ¿por qué?

Sabores de pasteles vendidos en una semana	
Sabor	**F. Absoluta**
Vainilla	26
Chocolate	9
Fresa	13
Limón	26
Total	74

¿Sabías que...?

El término "moda" es utilizado con frecuencia en relación a prendas de vestir, cortes de cabello, videojuegos y muchas otras áreas de la vida diaria, pero su uso siempre se relaciona de cierta manera con el significado de la moda estadística.

Soluciona

Observa a cuál sabor le corresponde la frecuencia mayor.

- Vainilla: 26
- Limón: 26

En este caso, hay dos sabores que poseen las frecuencias más altas, vainilla y limón.

R: El señor Gerardo debe preparar más pasteles de vainilla y de limón, porque son los que más se venden.

Comprende

La **moda** de un grupo de datos es el que más se repite. La moda se puede determinar tanto para datos cuantitativos como para datos cualitativos. Además, pueden darse las siguientes situaciones.

- No exista moda, todos los datos son distintos o todos poseen la misma frecuencia.
- Solo haya una moda.
- El grupo sea bimodal; es decir, que posea dos modas.
- El grupo sea trimodal; es decir, que posea tres modas.

Para identificar la moda en un grupo de datos representados en una tabla o gráfica se observa cuál es el dato con la mayor frecuencia, pues ese es el que más se repite. En el caso de las gráficas de barras es la de mayor altura, en las lineales, el punto que se ubica más arriba y en las circulares, el sector más grande.

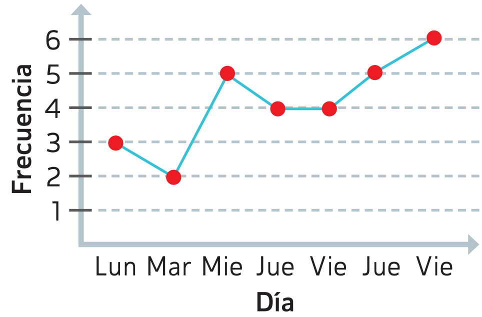
Cuando un grupo de datos posee dos o más modas también se dice que es multimodal.

Observa cómo se hace

Para determinar la moda de los datos representados en la gráfica se dan los siguientes pasos:

- Observa el punto más alto.
- Identifica a cuál día corresponde ese punto: viernes.
- La moda es viernes.
- Los viernes son los días que más personas van al gimnasio.

Día de la semana que asisten al gimnasio un grupo de personas



Resuelve

1. Anota la moda o las modas de cada grupo de datos.

a.

Edades en la clase 6-B					
11	12	11	11	12	12
13	11	13	12	11	11

Moda: ____________________

b.

Color favorito			
Azul	Rojo	Rojo	Azul
Verde	Azul	Rojo	Verde

Moda: ____________________

2. Determina la moda de los datos representados en cada caso.

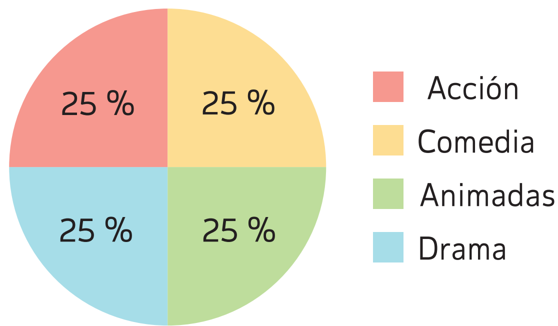
- En caso de que no haya indícalo.

a.

Mascota preferida	
Mascota	**F. Absoluta**
Gato	8
Perro	6
Pez	3
Hámster	5
Total	**22**

Moda: ____________________

b. **Tipo de películas preferidas por un grupo de personas**



Moda: ____________________

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 117

2.4 Aplicación de las medidas de tendencia central

Analiza

En un curso de inglés, la calificación final se obtiene al calcular el promedio de los tres exámenes aplicados durante el curso. Si para aprobarlo se requiere como mínimo un promedio de 70, ¿cuál es la calificación mínima que puede obtener un estudiante en el último examen si obtuvo un 60 y un 80 en los dos primeros?

Soluciona

- Considera **C** como la calificación del tercer examen y plantea la operación que permite calcular el promedio.

$$\mathbf{O}: (65 + 80 + C) \div 3$$

- Como se conoce cuál debe ser el promedio mínimo se plantea la ecuación para determinar cuál es la calificación mínima que permite obtener ese promedio.

$(65 + 80 + C) \div 3 = 70 \rightarrow$ El promedio debe ser 70.

$(145 + C) \div 3 = 70$

$145 + C = 70 \times 3 \rightarrow$ Se multiplica por 3 a ambos lados del igual.

$145 + C = 210$

$C = 210 - 145 = 65 \rightarrow$ Se resta 145 a ambos lados del igual.

- **R**: El estudiante debe obtener como mínimo una calificación de 65 en el tercer examen.

Recuerda

Para resolver una ecuación se suma, se resta, se divide o se multiplica por la misma cantidad a ambos lados del igual, para lograr despejar la variable; es decir, que la cantidad desconocida quede sola a un lado del igual.

Comprende

Si se conoce el promedio de un grupo de datos, pero se desconoce uno de ellos, este se calcula planteando una ecuación, como se hizo en el problema inicial. Para esto se dan los siguientes pasos:

- Utiliza una letra para el valor desconocido.
- Plantea la operación que permite calcular el promedio
- Anota el símbolo = y el promedio, seguidos de la operación anterior.
- Resuelve la ecuación obtenida.

También es posible encontrar un dato desconocido en algunos casos donde se conoce la moda y la mediana. Sin embargo, estos casos deben ser analizados según sus características particulares.

Antes de resolver la ecuación se deben efectuar todas las operaciones entre números que sean posible.

Considera que para determinar un dato desconocido si se tiene la moda o la mediana es importante tener en cuenta el total de datos.

Observa cómo se hace

Para determinar las frecuencias desconocidas en la tabla, si se sabe que las modas son fresa y coco se dan los siguientes pasos:

- Suma las frecuencias conocidas:

$$6 + 5 = 11$$

- Resta del total de datos:

$$25 - 11 = 14$$

- Como las modas son fresa y coco, deben tener la misma frecuencia. Entonces se obtiene dividiendo entre 2.

$$14 \div 2 = 7$$

- Por lo tanto, la frecuencia del de fresa es 7, al igual que el del coco.

Helado preferido	
Sabor	F. Absoluta
Fresa	
Vainilla	6
Chocolate	5
Coco	
Total	25

Resuelve

1. Anota el dato o los datos faltantes, según las características indicadas de cada grupo.

a. El promedio es 13 kg.

Peso de 12 perros en kilogramos					
10	14	15	14	11	16
12	12	13	15	10	

b. La moda es banano.

Fruta preferida por 10 niños				
Banano	Pera	Fresa	Mango	
Mango	Pera	Fresa	Banano	

c. El promedio es 29,75 °C.

Temperaturas máximas diarias en Colón	
Temperatura	F. Absoluta
28 °C	4
29 °C	12
30 °C	16
31 °C	6
32 °C	

d. Las modas son las carreras de informática, finanzas y educación.

Tipo de carrera universitaria elegida por un grupo de personas	
Carrera	F. Absoluta
Informática	
Educación	14
Finanzas	
Artes	7
Letras	12

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 118

2.5 Practica lo aprendido

1. Calcula la media, la mediana y la moda de cada grupo de datos.

a.

Consultas anuales de un grupo de personas al dentista	
Consultas	F. Absoluta
1	9
2	14
3	5
4	2
Total	30

Media: ____________

Mediana: ____________

Moda: ____________

b.

Cantidad de balboas que ahorra un grupo de niños por semana	
Ahorro (B/.)	F. Absoluta
1	7
2	10
5	5
10	3
Total	25

Media: ____________

Mediana: ____________

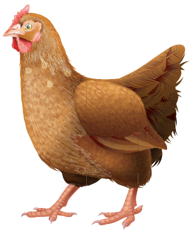
Moda: ____________

Soluciona problemas

2. Leonardo registró la cantidad de raspados que vendió diariamente durante una semana. Si por cada uno obtiene una ganancia de B/.1,2, ¿cuál es la ganancia promedio que obtuvo por día?

Raspados vendidos por día						
L	M	M	J	V	S	D
14	12	13	17	20	27	30

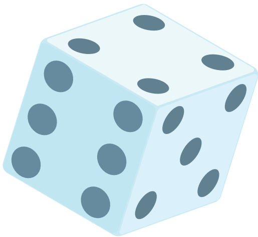
3. Marta tiene una granja y registra el peso de los pollo al venderlos. Si vendió 10 pollos con un peso promedio de 3,5 kg de los cuales 5 pesaron 3 kg cada uno, 2 pesaron 3,5 kg y 2 pesaron 4 kg, ¿cuál era el peso del pollo restante?



Lección 3

Probabilidad

3.1 Evento y suceso probabilístico



Analiza

Si se lanza un dado numerado del 1 al 6, ¿cuáles son todos los resultados posibles?

Soluciona

Al lanzar el dado puede caer cualquiera de los 6 números. Entonces todos los resultados posibles son los siguientes:

- Que salga 1.
- Que salga 2.
- Que salga 3.
- Que salga 4.
- Que salga 5.
- Que salga 6.

Recuerda

Una situación aleatoria es aquella en la que no se puede predecir el resultado, mientras que en una determinista el resultado siempre es el mismo, bajo las mismas condiciones.

Comprende

En una **situación aleatoria** se le llama **suceso simple** o **evento simple** a cada uno de los posibles resultados del experimento. Por ejemplo, al lanzar una moneda hay dos posibles sucesos simples que son:

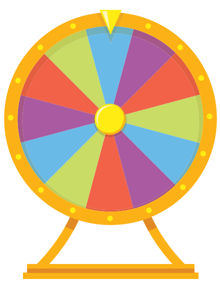
- Que salga cara.
- Que salga sello.

Un evento puede estar compuesto por el acontecimiento de uno o varios sucesos. Por ejemplo, al lanzar un dado numerado del 1 al 6, algunos eventos pueden ser los siguientes:

- Que salga un número par.
- Que salga un número menor que 4.

Resuelve

1. Anota cuántos sucesos simples se pueden dar según el experimento de girar la ruleta y observar el color que sale y escribe cuatro posibles eventos.



Cantidad total de sucesos simples

Posibles eventos

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 119

3.2 Cálculo de la probabilidad

Analiza

Cecilia depositó 15 tiquetes para participar en el sorteo de una computadora en una tienda. Si en total hay 500 tiquetes participantes, ¿qué porcentaje de probabilidad tiene Cecilia de ganarse la computadora?

Soluciona

- Halla la razón entre la cantidad de tiquetes de Cecilia y el total, para saber qué parte de los tiquetes representa.

Tiquetes de Cecilia →
Total de tiquetes →
$$\frac{15}{500} = \frac{3}{100}$$

- Expresa la razón como porcentaje; es decir, $\frac{3}{100} = 3\ \%$.
- Lo anterior significa que 15 tiquetes de 500 es un 3 %.
- **R**: Cecilia tiene un 3 % de probabilidad de ganarse la computadora.

Recuerda

Un porcentaje se refiere a que la unidad se ha dividido en 100 partes. Por lo tanto, cualquier fracción en la que el denominador sea 100 es equivalente al porcentaje indicado en el numerador.

Comprende

La **probabilidad** es una medida que se obtiene mediante cálculos matemáticos, la cual indica el grado de posibilidad de que ocurra cierto evento en un experimento aleatorio.

Cálculo de la probabilidad

La **probabilidad de ocurrencia de un evento P(E)** corresponde a la razón entre la cantidad de sucesos simples a favor del evento y el total de sucesos simples posibles. Es decir:

$$P(E) = \frac{\text{Cantidad de sucesos a favor}}{\text{Total de sucesos simples posibles}}$$

Luego, esta razón se puede expresar en forma de porcentaje.

Sucesos a favor de un evento

Los sucesos a favor de un evento son todos aquellos que permiten que el evento se cumpla. Por ejemplo, si al lanzar un dado numerado del 1 al 6 se define un evento "**E:** que salga un número par", entonces todos los sucesos a favor de ese evento son los siguientes:

- Que salga 2.
- Que salga 4.
- Que salga 6.

Así, la probabilidad de ese evento sería $P(E) = \frac{3}{6}$, pues hay 6 sucesos simples posibles y 3 de ellos son favorables.

¿Qué pasaría?

Si un evento tiene todos los sucesos posibles a favor, entonces la probabilidad de ocurrencia es del 100 %. Y si no tiene ningún suceso a favor, la probabilidad es del 0 %.

Considera que para expresar un número decimal como porcentaje solamente se multiplica por 100 y se agrega el símbolo %.

Observa cómo se hace

Si una baraja tiene 26 cartas rojas y 26 cartas negras, la probabilidad del evento "**E**: Obtener una carta roja" si se saca una sin mirar se calcula así:

- Determina el total de sucesos posibles.

$$26 + 26 = 52 \leftarrow \boxed{\text{Total de cartas de la baraja}}$$

- Identifica la cantidad de sucesos a favor del evento **E**.

$$26 \text{ sucesos a favor} \leftarrow \boxed{\text{Porque 26 de las cartas son rojas}}$$

- Calcula la probabilidad del evento **E**.

$$P(E) = \frac{26}{52} = 0{,}5$$

- **R**: La probabilidad de obtener una carta roja es del 50 %.

Resuelve

1. Anota la probabilidad de cada evento en fracción y en porcentaje, según el experimento descrito en cada caso.

a. Experimento: Lanzar una moneda.

E: Obtener cara.

$P(E) = \frac{\square}{\square} =$ ____________

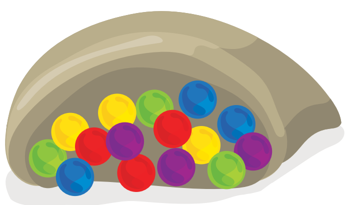
b. Experimento: Lanzar un dado numerado del 1 al 6.

E: Obtener 5 o 6.

$P(E) = \frac{\square}{\square} =$ ____________

c. Experimento: Sacar una canica sin mirar.

E: Obtener una canica morada.



$P(E) = \frac{\square}{\square} =$ ____________

d. Experimento: Girar la ruleta.

E: Obtener el número 100.

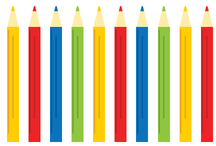
$P(E) = \frac{\square}{\square} =$ ____________

Cuaderno de actividades
Trabaja en la página 120

3.3 Practica lo aprendido

1. Escribe dos eventos según cada experimento descrito y anota su probabilidad en porcentaje.

a. Experimento: Tomar un lápiz sin mirar y observar el color obtenido.



Evento	P(E)

b. Experimento: Extraer una bola y observar el número obtenido.

Evento	P(E)

Soluciona problemas

2. En una bolsa hay 5 caramelos de fresa, 5 de limón, 5 de chocolate y 5 de uva. Si se extrae un caramelo al azar, ¿cuántos sucesos simples posibles hay?, ¿cuál es la probabilidad de obtener uno de fresa?

3. En la clase 6-B hay 10 niños y 15 niñas. Si la maestra elige al azar a uno de los estudiantes para representar el grupo en una actividad escolar, ¿es más probable que sea un niño o una niña?, ¿cuánto más probable es que sea una niña?

Desafíate

1. Jorge tiene cierta cantidad de tiquetes para una rifa en la que participan 100 números. Si la probabilidad que tiene de ganar es de un 10 %, ¿cuántos tiquetes tiene Jorge?

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN
Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

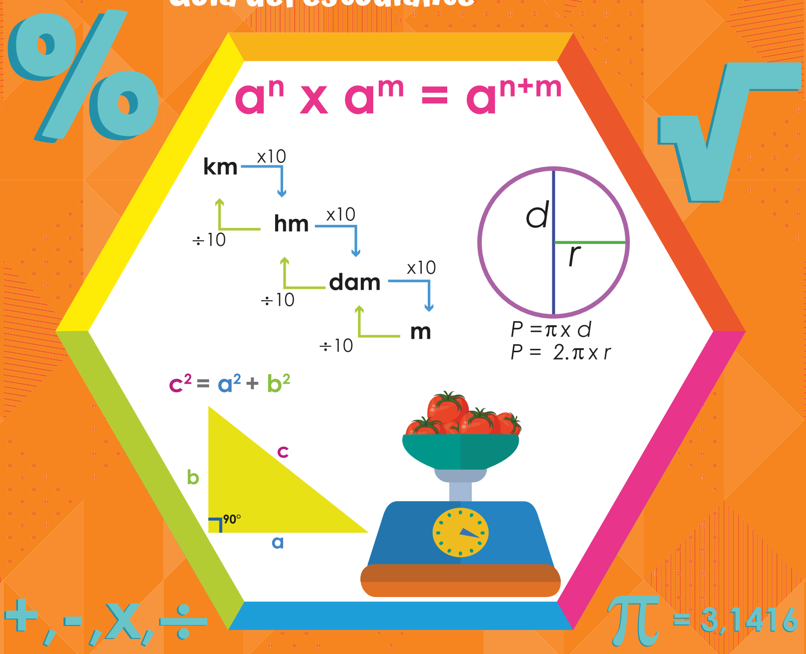
Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Interpreto información estadística presentada en tablas de frecuencias.			
Interpreto información estadística presentada en gráficas de barras, lineales, circulares e histogramas.			
Represento datos estadísticos mediante tablas de frecuencias.			
Represento datos estadísticos mediante gráficas de barras, lineales, circulares e histogramas.			
Comprendo la utilidad de las medidas de tendencia central.			
Calculo e interpreto la media de un grupo de datos simples o representados en tablas y gráficas.			
Calculo e interpreto la mediana de un grupo de datos simples o representados en tablas y gráficas.			
Calculo e interpreto la moda de un grupo de datos simples o representados en tablas y gráficas.			
Aplico las medidas de tendencia central en la solución de problemas.			
Identifico eventos y sucesos simples en situaciones aleatorias.			
Determino la cantidad de resultados favorables para un evento.			
Calculo la probabilidad de un evento.			
Resuelvo problemas relacionados con el cálculo de la probabilidad de un evento.			

REPÚBLICA DE PANAMÁ
GOBIERNO NACIONAL

MINISTERIO DE EDUCACIÓN

Panamática 6

Guía del estudiante



De la mano con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)