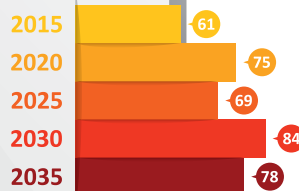
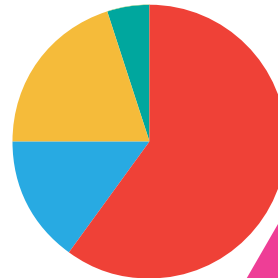
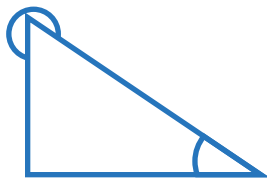
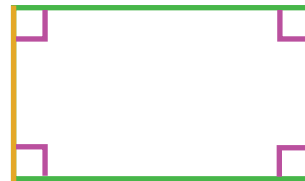
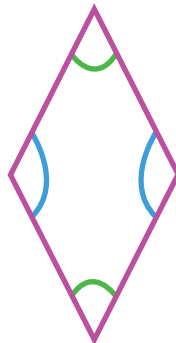
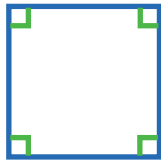
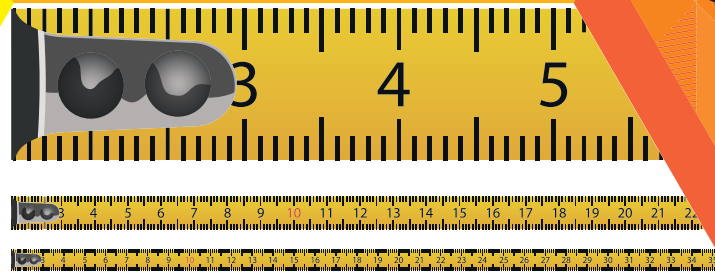
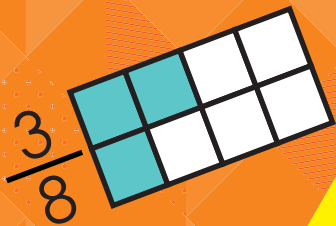


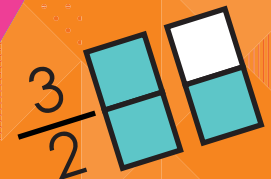


Panamática 5

Guía del estudiante



$$\frac{9}{4} = 2,25$$



Panamática 5

Guía del estudiante



Regreso a clases

Nombre: _____

Escuela: _____

Panamática 5

Guía del estudiante

Ministra de Educación	Su Excelencia Maruja Gorday de Villalobos
Viceministro Académico de Educación	Su Excelencia Ariel Rodríguez Gil
Viceministro Administrativo de Educación	Su Excelencia José Pío Castellero
Viceministro de Infraestructura de Educación	Su Excelencia Ricardo Sánchez
Secretario General	Ricardo Alonso Vaz Wilky
Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa	Carmen Heredia Reyes Recuero Directora Nacional Yovany Guerra G. Coordinador Nacional de Matemática
Comité evaluador	Juventino Vásquez Ortega Yovany Guerra G. Yordys Yisell González
Equipo de contextualizadores	Jesús Domingo Chacón Pinto. Manuel Antonio Herrera Herrera. Daniel Edil Herrera Muñoz. Luanda I. Vergara
Coordinación editorial	Esteban Ureña Salazar
Edición	Ana Gabriela Rojas Jiménez
Corrección de estilo	Matilde H. de Loo
Diagramación	Orlando Villalta Solano
Conceptualización de portada	Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa Aracelly Agudo
Coordinación del Proyecto	Organización de Estados Iberoamericanos (OEI)



La serie Panamática ha sido producida gracias a la colaboración del Ministerio de Educación del Gobierno de El Salvador, a través del proyecto ESMATE, material diseñado para Matemática con el apoyo de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA).

Este material didáctico fue posible con el respaldo de los recursos aportados por el Programa Mejorando la Eficiencia y Calidad del Sector Educativo (PN-L1143), Contrato de Préstamo n.º 4357/OC-PN con el Banco Interamericano de Desarrollo, a través del componente Apoyo Pedagógico Integral y Continuo.

La serie ha sido distribuida a estudiantes panameños, en centros educativos oficiales del país. Derechos reservados. Prohibida su venta y su reproducción con fines comerciales por cualquier medio, sin previa autorización del MEDUCA.

ISBN: 978-9962-737-04-9



MENSAJE A LOS ESTUDIANTES

Queridos estudiantes:

En este nuevo año lectivo que regresan a sus escuelas, los exhortamos a que reine el entusiasmo, la alegría y el deseo de aprender, de reencontrarse con sus maestros y compañeros.

Sus maestros les enseñarán contenidos elementales de las asignaturas, pero también a amar la naturaleza, la patria, su historia; a cuidar del ambiente y de sí mismos con las debidas medidas de bioseguridad y valores, cuidados personales y trato respetuoso. En definitiva, normas para que se formen de manera integral.

En la escuela encontrarán libros para aprender a leer, escribir y desarrollar el gusto por la lectura; a realizar las operaciones matemáticas y todas las habilidades numéricas que son importantes para avanzar durante la educación primaria.

El conocimiento de las Ciencias Naturales les permitirá apreciar la belleza de la naturaleza, la flora, la fauna, la necesidad de cuidar la tierra, los árboles y nuestro entorno; a amar nuestro ambiente y cuidar el planeta.

El estudio de las Ciencias Sociales les brindará la oportunidad de conocer la Geografía y la Historia de nuestro país, de la región y del mundo. Además, les enseñará sus deberes y derechos y cómo ser un buen ciudadano.

Este año vamos a contar con bibliotecas de aula, con libros de cuentos, para fomentar y disfrutar la lectura; guías y materiales complementarios para Español, Matemática, Ciencias Sociales y Ciencias Naturales.

Los exhorto para que regresen a sus escuelas con deseos de aprender, de valorar la convivencia con sus maestros y compañeros, con sus libros y materiales educativos, que los ayudarán a avanzar con sus estudios.

¡Retornemos a estudiar, a cuidarnos y a ser felices!

Maruja Gorday de Villalobos
Ministra de Educación

Secciones de la lección y las clases

Título de la lección

Título de la clase

Analiza

Plantea un problema inicial para motivar el estudio del tema.

Soluciona

Presenta una o más soluciones del problema inicial.

Comprende

Destaca los aspectos más importantes sobre lo desarrollado en la clase.

Observa cómo se hace

Presenta ejemplos resueltos, similares a los que debes resolver en la clase.

Resuelve

Contiene actividades para que ejercites lo aprendido en la clase, en diferentes niveles de dificultad.

Clases especiales

Repasa tus conocimientos

Propone ejercicios al inicio de una lección, con el fin de que recuerdes lo que ya sabes sobre el tema.

Practica lo aprendido

Presenta ejercicios al final de cada lección, para que practiques los contenidos desarrollados en cada clase. Incluye también problemas que debes solucionar, para que apliques tus conocimientos en situaciones reales.



Soy un tamarino de Geoffroy o mono titi panameño. Soy de pequeño tamaño y me gusta desplazarme en pequeñas manadas.

Soy una rana dorada. Me gusta vivir en bosques húmedos y cerca de los arroyos. Sin embargo, ya somos muy pocas las que quedamos.



Secciones especiales



¿Qué pasaría?

Presenta casos particulares relacionados con el contenido de las secciones **Comprende** y **Observa cómo se hace**.



Desarrollo sostenible

Propone textos informativos y acciones que puedes poner en práctica para beneficio de tu comunidad, en armonía con el ambiente.



Recuerda

Presenta contenidos de clases, unidades o grados anteriores que son necesarios para comprender el tema desarrollado.



¿Sabías que...?

Proporciona datos curiosos relacionados con el tema desarrollado durante la clase.



Desafíate

Propone retos matemáticos en los que puedes aplicar con creatividad lo visto en clase y ampliar lo que has aprendido.

Nuestros personajes

Estos personajes forman parte de la fauna de Panamá; y en este cuaderno de trabajo te darán pistas, recomendaciones e información adicional para resolver los ejercicios propuestos. Es importante que los respetemos y protejamos, porque son parte de la naturaleza y algunos de ellos están en peligro de extinción.

Soy un perico pintado de Azuero o perico carato. Vivo en bosques donde encuentro semillas, frutos y flores para alimentarme.



Soy el águila harpía, el Ave Nacional de Panamá y también el ave rapaz más poderosa. Soy carnívora, por lo que me alimento de otros animales.

Unidad 1

Operaciones básicas con números naturales 7

Lección 1: Los números naturales8

Lección 2: Adición y sustracción con números naturales14

Lección 3: Multiplicación y división con números naturales22

Unidad 2

Divisibilidad, múltiplos y divisores..... 31

Lección 1: Divisibilidad32

Lección 2: Múltiplos.....44

Lección 3: Divisores.....51

Unidad 3

Adición y sustracción con números decimales..... 61

Lección 1: Los números decimales62

Lección 2: Suma de números decimales...68

Lección 3: Resta de números decimales...75

Unidad 4

Multiplicación y división con números decimales..... 85

Lección 1: Multiplicación de números decimales por números naturales86

Lección 2: Multiplicación por números decimales.....98

Lección 3: División de números decimales entre números naturales106

Lección 4: División entre números decimales.....117

Unidad 5

Las fracciones y los decimales..... 129

Lección 1: Fracciones equivalentes.....130

Lección 2: Suma de fracciones heterogéneas.....142

Lección 3: Resta de fracciones heterogéneas y números mixtos148

Lección 4: Expresión de fracciones como números decimales156

Lección 5: Operaciones combinadas.....167

Lección 6: Multiplicación y división de fracciones174

Unidad 6

Razones, porcentajes y proporciones 181

Lección 1: Razones182

Lección 2: Porcentajes.....192

Lección 3: Proporciones.....204

Unidad 7

Secuencias y patrones numéricos..... 217

Lección 1: Formación de secuencias numéricas218

Unidad 8

Unidades de medida de longitud, masa, superficie y volumen..... 223

Lección 1: Unidades de medida de longitud224

Lección 2: Unidades de medida de superficie230

Lección 3: Unidades de medida de masa...236

Lección 4: Unidades de medida de volumen.....243

Unidad 9

Geometría 251

Lección 1: Tipos de ángulos.....252

Lección 2: Los polígonos256

Lección 3: Cubos y paralelepípedos268

Unidad 10

Estadística y probabilidad 275

Lección 1: La estadística276

Lección 2: La frecuencia.....281

Lección 3: Las medidas de tendencia central287

Operaciones básicas con números naturales



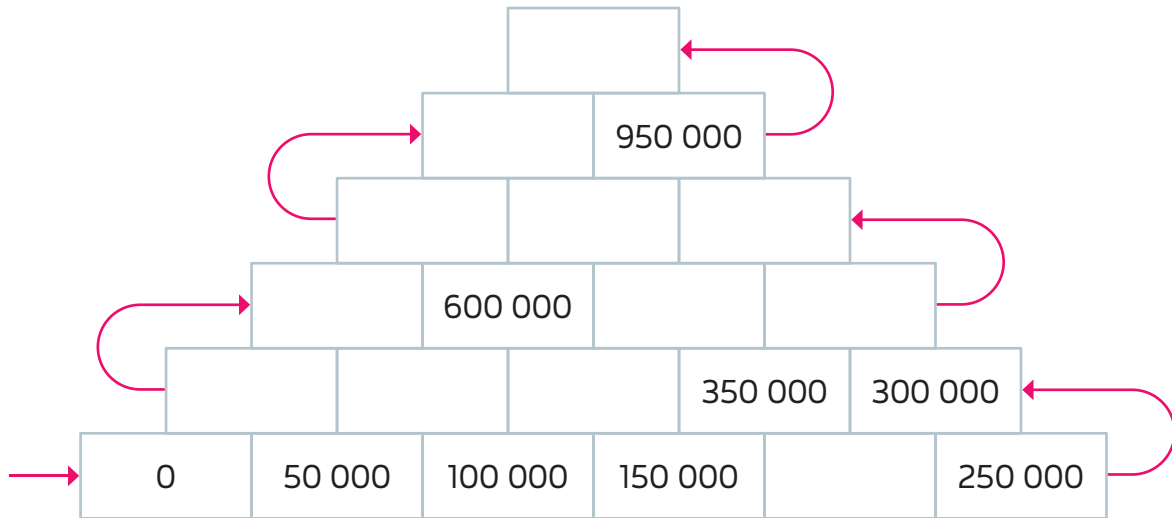
En esta unidad aprenderás a:

- Leer y escribir números naturales hasta la centena de millón
- Comparar y ordenar números naturales hasta la centena de millón
- Resolver adiciones y sustracciones con números naturales
- Aplicar las propiedades de la adición y la sustracción
- Resolver multiplicaciones y divisiones con números naturales
- Aplicar las propiedades de la multiplicación y división

Los números naturales

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Completa la secuencia con los números que faltan para llegar a 1 000 000. Comienza de abajo hacia arriba, siguiendo las flechas de 50 000 en 50 000.



2. Completa las actividades sobre la población de algunas provincias y comarcas de Panamá en 2018. Escribe, en palabras, la cantidad de personas que viven en cada una.

- Observa el ejemplo.

a. Bocas del Toro → 170 320 Ciento setenta mil trescientos veinte

b. Coclé → 263 254 _____

c. Colón → 289 764 _____

d. Chiriquí → 459 507 _____

e. Darién → 56 447 _____

f. Herrera → 118 736 _____

g. Los Santos → 95 485 _____

i. Panamá Oeste → 587 497 _____

j. Veraguas → 246 899 _____

l. Comarca Guna Yala → 45 236 _____

m. Comarca Emberá → 12 528 _____

1.2 Los números naturales hasta la centena de millón

Analiza

En el diagrama se presenta la unidad astronómica (au), que es una unidad de longitud equivalente a 149 597 871 km. Se basa en la distancia promedio entre la Tierra y el Sol. ¿Cómo se lee la cantidad de kilómetros que separa ambos astros?



Recuerda

Los números de cuatro cifras se escriben juntos, sin espacios. Ejemplo: 4667.

Los números de más de cuatro cifras se separan con espacios cada 3 cifras. Ejemplo: 1 346 670.

Soluciona

Observa el número que representa la distancia entre la Tierra y el Sol.

- Se utiliza una tabla de valores posicionales hasta la centena de millón y se ubican los dígitos en la casilla correspondiente.

CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U
Centenas de millón	Decenas de millón	Unidades de millón	Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
1	4	9	5	9	7	8	7	1

Cantidad de millones

Cantidad de miles

Cantidad de centenas, decenas y unidades

Ciento cuarenta y nueve millones

quinientos noventa y siete mil

ochocientos setenta y uno

Respuesta (R): La Tierra está a ciento cuarenta y nueve millones quinientos noventa y siete mil ochocientos setenta y un kilómetros del Sol.

Los puntos suspensivos al final de la lista de números naturales significan que son infinitos.



Comprende

Los números naturales se representan con la letra \mathbb{N} . Se inician a partir del número 1 (unidad) y no existe un número natural final (son infinitos). Ellos son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10...

Para leer números hasta la centena del millón, se siguen estos pasos:

1. Se lee la cantidad de millones seguida de la palabra "millones".
2. Se lee la cantidad de miles seguida de la palabra "mil".
3. Se lee la cantidad de centenas, decenas y unidades (últimos tres dígitos).

Observa cómo se hace

Observa cómo se lee el siguiente número:

112 342 531 → Ciento doce millones trescientos cuarenta y dos mil quinientos treinta y uno.

Resuelve

1. Anota, con palabras, la distancia promedio entre los siguientes planetas y el Sol.



a. Mercurio: _____

b. Marte: _____

2. Escribe el número en cifras.

a. Catorce millones quinientos tres mil setecientos cuatro: _____

b. Sesenta millones siete mil ochocientos sesenta y nueve: _____

c. Ochocientos treinta y cuatro millones ochocientos cuarenta y dos mil once: _____

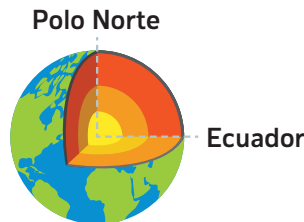
d. Novecientos nueve millones novecientos diecinueve mil ciento cincuenta y seis: _____



1.3 Comparación de números naturales

Analiza

Considera que el radio de la Tierra entre el centro del planeta y el ecuador es de 6378 km, mientras que entre el centro y los polos es de 6357 km. ¿Cuál de los dos radios es más largo?



¿Sabías que...?

La Tierra no es una esfera perfecta, sino que es achatada en los polos y ensanchada en el ecuador. Dicha forma se conoce como esferoide oblato.

Soluciona

Analiza los números de izquierda a derecha, las primeras 2 cifras de los números son iguales. La **primera cifra diferente** está en las decenas.

Radio ecuatorial

UM	C	D	U
6	3	7	8

Radio polar

UM	C	D	U
6	3	5	7

Como $7 > 5$; entonces: $6378 > 6357$.

R: El radio ecuatorial es mayor que el radio entre el centro de la Tierra y los polos.

Recuerda

Para comparar números naturales, se usan los siguientes símbolos de orden.

- $>$ → Es mayor que
- $<$ → Es menor que
- $=$ → Es igual a

Comprende

Al comparar dos números, el que tenga más cifras es mayor. Es decir, el que tenga menos cifras es menor.

301 094 274 nueve cifras	$>$	99 982 381 ocho cifras
-----------------------------	-----	---------------------------

998 727 seis cifras	$<$	1 023 810 siete cifras
------------------------	-----	---------------------------

Si ambos números tienen la misma cantidad de cifras y los valores posicionales son los mismos, las cantidades son iguales.

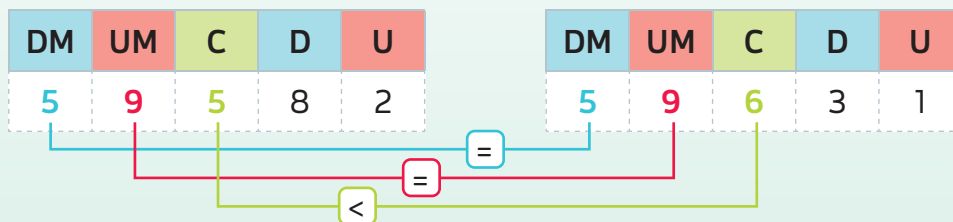
$$587\,497 = 587\,497$$

¿Sabías que...?

Un grupo de números pueden ordenarse de dos formas:

- **Forma progresiva.** De menor a mayor.
- **Forma regresiva.** De mayor a menor.

Si los números tienen igual cantidad de cifras, se comparan de izquierda a derecha. Si son iguales las cantidades en la misma posición, se analiza la siguiente cifra a la derecha hasta encontrar la cifra desigual para decidir cuál número es mayor o menor.



Por lo tanto: $59\ 582 < 59\ 631$.

Observa cómo se hace

Para ordenar números de mayor a menor o viceversa, se comparan los números unos con otros y se colocan en orden, separados mediante el símbolo correspondiente.

Ejemplo: Ordenar de mayor a menor 51, 7, 12, 1211, 0, 812.

$$1211 > 812 > 51 > 12 > 7 > 0$$

Resuelve

1. Coloca el símbolo > (mayor que), < (menor que) o = (igual a) en cada casilla, según corresponda.

a. $7\ 554\ 039$ $764\ 021$

b. $825\ 154\ 554$ $825\ 154\ 454$

c. $243\ 942\ 023$ $243\ 962\ 023$

d. $502\ 549\ 686$ $502\ 549\ 686$

2. Ordena los siguientes números del menor al mayor: 2 456 638, 912 342, 3 654 024, 2 456 642, 2 456 643.

_____ < _____ < _____ < _____ < _____

3. Ordena los siguientes números del mayor al menor: 7 443 095, 3 600 293, 36 150 059, 70 691, 7 574 220.

_____ < _____ < _____ < _____ < _____



Desafiate

1. Completa cada expresión con una cifra para que la comparación sea correcta.

a. $7\ 723\ 001 > 7\ \underline{\quad} 23\ 001$

b. $889\ 2\ \underline{\quad} 2\ 124 < 889\ 222\ 124$



Cuaderno de actividades

Trabaja en la página 9

1.4 Practica lo aprendido

1. Escribe en palabras cómo se lee cada número.

- a. 602 848 507 _____
- b. 576 504 035 _____
- c. 413 095 700 _____
- d. 320 830 375 _____

2. Escribe en número, las cantidades dadas en palabras.

- a. Veinte millones setecientos cinco mil ochocientos tres: → _____
- b. Diecisiete millones trescientos treinta y un mil seiscientos veinte: → _____
- c. Doscientos setenta y dos millones seiscientos veintinueve mil ochocientos diez: → _____
- d. Seiscientos treinta y cinco millones quinientos dieciséis mil ciento sesenta y uno: → _____

3. Coloca el símbolo $>$ (mayor que), $<$ (menor que) o $=$ (igual a) en cada casilla, según corresponda.

- a. 722 622 327 722 652 918
- b. 312 182 196 313 041 953
- c. 921 209 681 921 206 531
- d. 627 738 689 627 738 650

4. Completa cada relación de orden con los números que están entre los números dados.

- a. 957 030 712 $<$ _____ $<$ _____ $<$ 957 030 715
- b. 380 761 514 $>$ _____ $>$ _____ $>$ 380 761 511

Soluciona problemas

5. Josué y Jimena compiten en un juego de video. Si Josué obtiene 852 611 063 puntos y Jimena 852 611 630, ¿quién ganó el juego?



Adición y sustracción con números naturales

2.1 Repasa tus conocimientos

1. Realiza las siguientes adiciones.

a. $45\,138 + 38\,270$

b. $396\,540 + 92\,067$

c. $260\,172 + 586\,090$

d. $384\,848 + 511\,755$

2. Efectúa las siguientes sustracciones.

a. $61\,310 - 48\,618$

b. $219\,651 - 83\,167$

c. $500\,665 - 173\,204$

d. $913\,716 - 273\,386$

3. Un fabricante de teléfonos celulares vendió 628 679 dispositivos en 2020. Si en 2021 vendió 126 410 teléfonos menos que en el año anterior, ¿cuántos aparatos se vendieron en total?



2.2 Adición con números naturales

Analiza

Julia y Roberto discuten sobre cuál cantante es más popular, B-Key o Alondra, y no llegan a un acuerdo. Su profesora les sugiere usar como criterio la cantidad de visitas de los dos videos más populares de cada artista. Si los videos de B-Key más populares tienen 583 040 201 y 314 186 006 visitas, y los de Alondra, 2 223 151 y 222 411, ¿cuál es más popular?



Soluciona

Julia y Roberto suman la cantidad de visitas de los videos de cada artista.

Operación (0):

1.º → $583\ 040\ 201 + 314\ 186\ 006$

Videos más vistos de B-Key

	CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U
	5	8	3	0	4	0	2	0	1
+	3	1	4	1	8	6	0	0	6
	8	9	7	2	2	6	2	0	7

2.º → $2\ 223\ 151 + 222\ 411$

Videos más vistos de Alondra

	UMM	CM	DM	UM	C	D	U
	2	2	2	3	1	5	1
+		2	2	2	4	1	1
	2	4	4	5	5	6	2

R: Los videos de B-Key tienen más visitas, así que B-Key es más popular que Alondra.

¿Sabías que...?

La cantidad de visitas a un video por día les genera ganancias a las plataformas y a los creadores. Un video como el de B-Key, que alcance 583 040 201 de visitas durante su primer año, podría generarle al artista unos 48 000 dólares por mes.

El símbolo de la suma es "+" y se lee "más".

Se empezó a usar en el siglo XV en Alemania y se basaba en la palabra "et", que significa "y" en latín.



Comprende

La **adición con números naturales** es una operación que consiste en combinar o añadir dos números o más para obtener una cantidad (la suma o total). Los números que se añaden se llaman **sumandos** y se pueden colocar en forma horizontal o vertical.

Forma horizontal

$$245 + 652 = 897$$

Diagrama de la forma horizontal: Arrows point from 245 to "sumando", from 652 to "sumando", and from 897 to "total o suma".

Forma vertical

	C	D	U	
	2	4	5	→ sumando
+	6	5	2	→ sumando
<hr/>				
	8	9	7	→ total o suma

Para sumar números naturales con el **método vertical**, se siguen estos pasos:

1. Se colocan las cifras alineadas según su valor posicional. La unidad debajo de la unidad, decena debajo de decena y así sucesivamente.
2. Se suman los números con el mismo valor posicional, de derecha a izquierda.
3. Cuando se forma 10 o más en cualquier posición, se lleva el dígito de las decenas a la siguiente columna de la izquierda: esto se conoce como "llevar".

Resuelve

1. Resuelve las siguientes adiciones. Utiliza el método vertical.

a. $247\ 567 + 238\ 312 =$

b. $851\ 329\ 231 + 3\ 324\ 254 =$



Desafíate

1. Luis es un productor de sandía y exportó por mes a Europa las siguientes cantidades: en diciembre 17 340 sandías, en enero 18 715, en febrero 16 140 y en marzo 18 180. ¿Cuántas sandías exportó Luis a Europa desde diciembre a marzo?



2.3 Propiedades de la adición

Analiza

Se presentan los récords de natación de Luis y Emma del mes pasado.

- Luis: 1350 m, 1100 m, y 900 m.
- Emma: 900 m, 1100 m y 1350 m.

¿Cuál de ellos nadó mayor distancia?



Soluciona

Se suman las distancias nadadas por cada uno.

- Luis: $1350 + 1100 + 900 = 3350$
- Emma: $900 + 1100 + 1350 = 3350$

R: Ambos nadaron igual distancia.

Comprende

La adición presenta las siguientes propiedades:

- **Propiedad conmutativa:** El orden de los sumandos no altera el total. $A + B = B + A$

$$\begin{aligned}25 + 31 &= 31 + 25 \\56 &= 56\end{aligned}$$

- **Propiedad asociativa:** La forma en que se agrupan los sumandos no altera el total. $(A + B) + C = A + (B + C)$

$$\begin{aligned}(25 + 31) + 11 &= 25 + (31 + 11) \\56 + 11 &= 25 + 42 \\67 &= 67\end{aligned}$$

- **Propiedad del elemento neutro:** Al sumar cero a cualquier número, el total es el mismo número. $A + 0 = A$

$$452 + 0 = 452$$

¿Sabías que...?

Eileen Marie Coparropa es una de las nadadoras panameñas más destacadas. En Centroamérica y el Caribe fue llamada "La Sirenita de Oro" ya que durante 7 años obtuvo 11 récords regionales en los 50 y 100 metros de estilo libre.

Resuelve

1. Escribe junto a cada operación la propiedad de la adición aplicada en cada caso.

a. $22 + (31 + 245) = (22 + 31) + 245$
 $22 + 276 = 53 + 245$
 $298 = 298$

b. $3 + 56\,765 = 56\,765 + 3$
 $56\,768 = 56\,768$



2.4 Sustracción con números naturales

Analiza

El presupuesto de la Universidad de Panamá en 2019 fue de 286 743 890 balboas, de los cuales se destinaron 264 960 290 al funcionamiento, y el resto a inversiones. ¿Qué monto se destinó a inversiones?

Soluciona

Al monto total se le resta el monto utilizado en funcionamiento para encontrar qué cantidad se usó en inversiones.

$$O: 286\ 743\ 890 - 264\ 960\ 290$$

Presupuesto total →	2	8	6 ⁵	7 ¹⁶	4	3	8	9	0
Para funcionamiento →	-	2	6	4	9	6	0	2	9
Para inversiones →		2	1	7	8	3	6	0	0

R: Se destinaron a inversiones 21 783 600 balboas.

Comprende

La sustracción consiste en quitar, de una cantidad mayor, una más pequeña. Posee los siguientes elementos:

C	D	U	
9	8 ⁸ → ¹⁵	5	→ Minuendo: la cantidad a la que se quita otra más pequeña.
-	4	3	→ Sustraendo: la cantidad que se le quita a una mayor.
	5	5	→ Diferencia: la cantidad que queda.

Para restar números naturales, se siguen estos pasos:

1. Se colocan las cifras alineadas de acuerdo con su valor posicional. Es decir: unidad debajo de la unidad, decena debajo de decena, y así sucesivamente.
2. Se restan los números que tengan el mismo valor posicional, empezando por la unidad.
3. Cuando el sustraendo es mayor, se "pide prestado" al número de la izquierda 1 decena y este se convierte en 10 más la cifra que está en esa posición. Entonces se forma un nuevo número entre 10 y 19. A la cifra que prestó se le resta uno.

El signo de la resta es "-" y se lee "menos".



Observa cómo se hace

Realiza la sustracción: $967\ 043\ 193 - 244\ 422\ 927$

- Se colocan las cifras de acuerdo a su valor posicional.

	CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U
	9	6	7 ⁶	¹⁰ 0	4	2 ²	¹¹ 1	8 ⁸	¹³ 3
-	2	4	4	4	2	2	9	2	7
	7	2	2	6	2	0	2	6	6

← Se restan las cifras que tengan igual valor posicional.

Observa los casos en que se pide prestado 1 decena a la cifra que se encuentra a la izquierda.

Resuelve

1. Resuelve las siguientes sustracciones.

a. $25\ 345\ 985 - 13\ 792\ 574 =$

b. $42\ 285\ 643 - 29\ 343\ 283 =$

c. $990\ 456\ 814 - 76\ 320\ 703 =$

d. $7\ 500\ 099 - 6\ 404\ 468 =$

2. Si en una estación de combustible se compraron 62 000 litros de gasolina y se vendieron 54 925 litros, ¿cuántos litros de gasolina quedaron?



3. A pesar de la pandemia por la covid-19, el Canal de Panamá cerró su año fiscal 2020 con un tránsito anual de 475 100 000 toneladas, superando el tránsito del 2019 que fue de 469 000 000 toneladas. ¿Por cuántas toneladas fue superior el año 2020 al 2019?



2.5 Propiedades de la sustracción

★ ¿Sabías que...?

Muchas civilizaciones antiguas conocían la matemática, pero no conocían el cero (0). Este número fue descubierto en Babilonia hace unos 2300 años.

Analiza

Antonio elaboró la resta de la derecha y desea saber si el resultado es correcto. Su hermana le dijo que la suma de la diferencia con el sustraendo da como resultado el minuendo. ¿Es correcta esa afirmación?

$$\begin{array}{r} 4 \ 2 \ 6 \ 6 \ 8 \\ - 3 \ 0 \ 3 \ 4 \ 5 \\ \hline 1 \ 2 \ 3 \ 2 \ 3 \end{array}$$

Soluciona

La recomendación de la hermana de Antonio es correcta. Observa que al aplicarla en la adición de la derecha se confirma el resultado.

$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 3 \ 2 \ 3 \\ + 3 \ 0 \ 3 \ 4 \ 5 \\ \hline 4 \ 2 \ 6 \ 6 \ 8 \end{array}$$

Comprende

La sustracción presenta las siguientes propiedades:

- **Propiedad reintegrativa:** La suma de la diferencia con el sustraendo da como resultado el minuendo.

$$\begin{aligned} \text{Si } 10 - 3 &= 7 \\ \text{entonces } 7 + 3 &= 10 \end{aligned}$$

- **Propiedad de la de la estabilidad de la diferencia:** Si al minuendo y al sustraendo se les suma o resta una misma cantidad, la diferencia no cambia.

$$\begin{aligned} (32 - 25) &= 7 \\ (32 + 4) - (25 + 4) &= 36 - 29 \\ 36 - 29 &= 7 \end{aligned}$$

- **Propiedad del cero:** Si a un número cualquiera se le sustrae el cero el resultado es igual al minuendo.

$$452 - 0 = 452$$

Resuelve

1. Comprueba si las siguientes sustracciones son correctas.

a. $3\ 254\ 585 - 1\ 357\ 424 = 1\ 897\ 161$

b. $35\ 433\ 643 - 9\ 133\ 142 = 26\ 300\ 501$



2.6 Practica lo aprendido

1. Resuelve las siguientes adiciones.

a. $44\ 132\ 068 + 52\ 219\ 884$

b. $557\ 814\ 723 + 64\ 686\ 897$

2. Comprueba cada propiedad de la adición. Luego, anótala junto a cada operación.

a. $25 + (75 + 45) = (25 + 75) + 45$

b. $50\ 452 + 9663 = 9663 + 50\ 452$

3. Resuelve las siguientes sustracciones.

a. $107\ 470\ 821 - 89\ 457\ 523$

b. $541\ 452\ 713 - 306\ 447\ 388$

4. Escribe un ejemplo de la propiedad de la estabilidad de la diferencia y otro de la propiedad del cero.

Soluciona problemas

5. Sofía hace un viaje que le toma dos días para llegar a su destino. El miércoles recorrió 260 407 metros y el jueves 70 809 metros menos que el miércoles. ¿Cuántos metros recorrió en total para llegar a su destino?



Multiplicación y división con números naturales

3.1 Repasa tus conocimientos

1. Efectúa las siguientes multiplicaciones.

a. 40×30

b. 600×20

c. 10×900

d. 738×100

e. 8198×5

f. 1070×210

2. Desarrolla las siguientes divisiones.

a. $572 \div 17$

b. $727 \div 73$

c. $935 \div 51$

d. $650 \div 13$

e. $379 \div 30$

f. $741 \div 28$

3. Diego recorre en bicicleta 7 kilómetros cada día para ir a trabajar, tanto de ida como de regreso. Si en un mes asiste al trabajo 24 días, ¿cuántos kilómetros recorre en total?



3.2 Multiplicación con números naturales

Analiza

Para vacunar al 80 por ciento de la población panameña contra la COVID-19 se necesitan 6 654 052 dosis de la vacuna. Si partimos de que cada dosis cuesta 16 balboas, ¿cuánto costaría completar el proceso de vacunación?



Soluciona

Se debe de realizar una multiplicación. La cantidad de dosis necesarias para completar el proceso, 6 654 052, por el precio de cada dosis, 16 balboas.

O: $6\ 654\ 052 \times 16$

CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U
		³ 6	³ 6	² 5	4	³ 0	¹ 5	2
	×						1	6
		¹ 3	¹ 9	9	2	4	3	1
	+	6	6	5	4	0	5	2
1	0	6	4	6	4	8	3	2

R: El costo total sería de 106 464 832 balboas.

Comprende

La **multiplicación** incluye los factores y el producto. Los **factores** son el multiplicando y el multiplicador y el **producto** es el resultado. Ejemplo:

	C	D	U	
Factores	1	4	2	→ Multiplicando: número que se está multiplicando, número a sumar.
	×		3	→ Multiplicador: número de veces que se suma el multiplicando.
		4	2	6

Recuerda

Al multiplicar por decenas completas, se multiplica por la cifra distinta de cero y luego se agrega el cero a la derecha del resultado. Por ejemplo:

$$25 \times 10 = 250$$

Al multiplicar por centenas completas, se multiplica por la cifra distinta de cero y luego se agrega dos ceros a la derecha del resultado. Ejemplo:

$$25 \times 100 = 2500$$

Y así sucesivamente según la cantidad de ceros que sigan al 1: 1000, 10 000, 100 000...



¿Qué pasaría?

Si el multiplicador tiene otras cifras (centena, unidad de millar, etc.), realiza el mismo proceso. Para cada nueva cifra, coloca el resultado en un nuevo renglón debajo. Además deja un espacio más a la izquierda en relación con el renglón anterior.

Para multiplicar números naturales, se siguen estos pasos:

1.

	CM	DM	UM	C	D	U
		1	3	1	6	2
×					3	4
<hr/>						
		1	2	6	4	8

→ Se multiplica la unidad del multiplicador por cada una de las cifras del multiplicando de derecha a izquierda. El resultado se coloca bajo la operación en un primer renglón.

2.

	CM	DM	UM	C	D	U
		1	3	1 ^{1/2}	6	2
×					3	4
<hr/>						
		1	2	6	4	8
		9	4	8	6	

→ Se multiplica la decena del multiplicador por las cifras del multiplicando, también de derecha a izquierda. El resultado se coloca en un segundo renglón, dejando un espacio a la derecha.

3.

	CM	DM	UM	C	D	U
		1	3	1 ^{1/2}	6	2
×					3	4
<hr/>						
	1	1	2	6	4	8
+		9	4	8	6	
<hr/>						
	1	0	7	5	0	8

→ Finalmente se suman los resultados parciales, de derecha a izquierda comenzando por la unidad, conservando las posiciones en las columnas, y así se obtiene el producto final.

Resuelve

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones.

a. 5227×63

b. $34\ 412 \times 12$

c. $74\ 273 \times 831$

2. En los quintos grados de las escuelas primarias de la región educativa de Coclé reparten 2143 vasos de leche diariamente. ¿Cuántos vasos de leche se repartirán en 19 días?



3.3 Propiedades de la multiplicación

Analiza

Si una empresa tiene 5 granjas, cada una con 125 gallinas, y cada gallina pone 2 huevos diarios, ¿cuántos huevos producen las gallinas por mes?

Soluciona

Se resuelve la multiplicación: $5 \times 125 \times 2 \times 30$.

$$\begin{aligned} 5 \times 125 \times 2 \times 30 &= 5 \times 30 \times 2 \times 125 \\ &= (5 \times 30) \times (2 \times 125) \\ &= 150 \times 250 \\ &= 37\,500 \end{aligned}$$

Se ordenan los factores de la forma más adecuada.

Se agrupan, usando paréntesis y se multiplican esos factores.

Se efectúa la multiplicación.

R: Las gallinas ponen 37 500 huevos por mes.

Comprende

La multiplicación presenta las siguientes propiedades:

- **Propiedad conmutativa:** El orden de los factores no altera el producto.

$$A \times B = B \times A$$

$$\begin{aligned} 6 \times 3 &= 3 \times 6 \\ 18 &= 18 \end{aligned}$$

- **Propiedad asociativa:** La forma en que se agrupan los factores no altera el producto.

$$(A \times B) \times C = A \times (B \times C)$$

$$\begin{aligned} (12 \times 3) \times 2 &= 12 \times (3 \times 2) \\ 36 \times 2 &= 12 \times 6 \\ 72 &= 72 \end{aligned}$$

Resuelve

1. Completa con los números que comprueban la propiedad conmutativa.

a. $4 \times 9 = 9 \times \square$

$$\square = \square$$

b. $24 \times 5 = \square \times 24$

$$\square = \square$$

c. $3 \times 10 = \square \times \square$

$$\square = \square$$

2. Resuelve en el cuaderno las siguientes multiplicaciones utilizando la propiedad asociativa.

a. $6 \times 8021 \times 10 =$

b. $1 \times 3 \times 212 \times 1111 =$

c. $14 \times 17 \times 2 \times 0 \times 3 =$

Para resolver problemas matemáticos se utilizan meses de 30 días.



Otras propiedades de la multiplicación son:

- Cualquier número multiplicado por 0, da 0.
- Todo número multiplicado por 1 da el mismo número.



3.4 División con números naturales

Analiza

En la granja de José se extraen diariamente 340 litros de agua; y en la granja de Elena se extraen 15 980 litros. ¿Cuántas veces más agua se extrae en la granja de Elena con respecto a la de José?

Soluciona

Para resolver el problema, se debe dividir la producción de la granja de Elena entre la producción de la granja de José.

O: $15\ 980 \div 340$

$$\begin{array}{r} 1\ 5\ 9\ 8\ 0 \div 3\ 4\ 0 = 4\ 7 \\ - 1\ 3\ 6\ 0 \\ \hline 2\ 3\ 8\ 0 \\ - 2\ 3\ 8\ 0 \\ \hline 0 \end{array}$$

R: La granja de Elena produce 47 veces más agua que la de José.

Comprende

La **división** es la operación de separar, repartir, dividir o distribuir en partes iguales. Los términos de la división son los siguientes:

Dividendo: número que se reparte o divide.

Divisor: número que indica en cuántas partes se divide.

$$\begin{array}{r} 6\ 3\ 4 \\ - 6\ 0 \\ \hline 3\ 4 \\ - 2\ 4 \\ \hline 1\ 0 \end{array} \div 1\ 2 = 5\ 2$$

Cociente: resultado de la división o cantidad en cada parte dividida.

Residuo: cantidad que sobra en la división.

¿Sabías que...?

Una división con residuo igual a 0 (cero) se llama **división exacta**.

Una división con residuo diferente de 0 se llama **división inexacta**.

Para dividir números naturales, se siguen estos pasos:

- Se selecciona en el dividendo la misma cantidad de cifras que tiene el divisor. Se hace con una comilla, de izquierda a derecha.

→ $6' 8 5 \div 4 =$

- Si el número seleccionado es mayor o igual que el divisor, se busca un número que multiplicado por el divisor resulte una cifra igual o lo más cercana posible al dividendo. Este número es la primera cifra del cociente. Si el número seleccionado es menor que el divisor, se toma otra cifra a la derecha para formar un número que sí contenga al divisor.

→ $6' 8 5 \div 4 = 1$

- Al multiplicar el número del cociente por el divisor, se coloca el producto debajo de las cifras seleccionadas del dividendo y se resta. El residuo debe ser siempre menor que el divisor.

→
$$\begin{array}{r} 6' 8 5 \div 4 = 1 \\ - 4 \\ \hline 2 \end{array}$$

- Se baja la cifra que sigue del dividendo, al lado del residuo y se sigue el mismo proceso hasta terminar con todas las cifras del dividendo.

→
$$\begin{array}{r} 6' 8' 5' \div 4 = 1 7 1 \\ - 4 \\ \hline 2 8 \\ - 2 8 \\ \hline 0 5 \\ - 4 \\ \hline 1 \end{array}$$

¿Sabías que...?

Para representar la división se utiliza el signo "÷", que se lee "entre".

Si al bajar una cifra del dividendo, el número formado es menor que el divisor, coloca 0 en el cociente y baja el siguiente número para continuar.



Resuelve

1. Resuelve en el cuaderno las siguientes divisiones.

a. $95\ 183 \div 123 =$

b. $253\ 575 \div 155 =$

c. $35\ 139 \div 2703 =$

2. Si se reparten 20 550 mascarillas a 685 estudiantes, ¿cuántas mascarillas le tocan a cada estudiante?



3.5 Propiedades de la división

¿Hay más formas de resolver este problema? Coméntalo con tu grupo.



Analiza

Ana derramó su chocolate y manchó parte de la hoja de su cuaderno. Ahora no lee el dividendo de la división que había hecho. ¿Qué puede hacer para recuperarlo?

$$\begin{array}{r} \text{Dividendo} \rightarrow \text{[manchado]} \div 23 = 11 \leftarrow \text{Cociente} \\ - 23 \\ \hline 28 \\ - 23 \\ \hline 5 \leftarrow \text{Residuo} \end{array}$$



Recuerda

Un número dividido entre 1 da el mismo número.

Soluciona

Ana sabe que si multiplica el cociente por el divisor y le suma el residuo, obtendrá el dividendo. Observa cómo realiza la operación.

$$O: 11 \times 23 + 5$$

$$11 \times 23 + 5 = 253 + 5 = 258$$

R: El dividendo borrado es 258.

Comprende

La división presenta las siguientes propiedades:

- **Propiedad reintegrativa:** Si el cociente se multiplica por el divisor y se le suma el residuo da como el resultado el dividendo.
- **Propiedad del divisor 1:** Si el divisor es 1, el dividendo y el cociente son iguales. $A \div 1 = A$

Resuelve

1. Completa las operaciones con el dividendo faltante.

a. _____ \div 102 = 111, residuo 7

b. _____ \div 201 = 56, residuo 42

c. _____ \div 97 = 115, residuo 0

d. _____ \div 5 = 2941, residuo 2

3.6 Practica lo aprendido

1. Resuelve las multiplicaciones.

a. 3235×54

b. $18\,190 \times 23$

c. $51\,575 \times 971$

2. Resuelve las divisiones.

a. $19\,377 \div 26$

b. $399\,797 \div 997$

c. $91\,176 \div 6474$

3. Completa cada propiedad con los números que la comprueban.

a. Conmutativa

$$\square \times 16 = \square \times 10$$
$$\square = \square$$

b. Asociativa

$$(8 \times 6) \times 3 = 8 \times (6 \times 3)$$
$$\square \times 3 = 8 \times \square$$
$$\square = \square$$

c. Del divisor 1

$$\square \div 1 = 67$$

Soluciona problemas

4. Si en una división el divisor es 870, el cociente es 104 y el residuo 592, ¿cuál es el valor del dividendo?

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Leo y escribo números naturales hasta la centena del millón.			
Comparo y ordeno números naturales hasta la centena de millón.			
Utilizo los símbolos $<$ (menor que), $>$ (mayor que) e $=$ (igual a) correctamente.			
Efectúo sumas con números naturales.			
Efectúo restas con números naturales.			
Resuelvo problemas que involucren la suma y la resta con números naturales.			
Reconozco las propiedades de la suma y la resta.			
Efectúo multiplicaciones con números naturales.			
Efectúo divisiones con números naturales.			
Resuelvo problemas que involucren la multiplicación o la división con números naturales.			
Reconozco las propiedades de la multiplicación y de la división.			

Divisibilidad, múltiplos y divisores



En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer números pares e impares
- Aplicar la divisibilidad por 2, 3, 5 y la unidad seguida de ceros
- Identificar números primos y compuestos
- Determinar múltiplos de números naturales
- Calcular el mínimo común múltiplo y el máximo común divisor de un número natural
- Determinar los divisores de un número natural
- Determinar los divisores comunes de dos números naturales
- Aplicar la relación entre múltiplos y divisores

Divisibilidad

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Completa la secuencia.

- Patrón: sumar 3 al número anterior.

0			9			18			27
---	--	--	---	--	--	----	--	--	----

2. Pinta del mismo color cada multiplicación con su resultado.

5×7	2×8	3×5	10×7	8×5
40	15	70	35	16

3. Encierra las divisiones cuyo residuo es cero.

a. $10 \div 5$

b. $6 \div 4$

c. $18 \div 3$

4. Resuelve las siguientes divisiones. Luego, marca con un gancho (✓) las que tienen residuo 0.

a. $86 \div 2$

b. $38 \div 8$

c. $63 \div 3$

d. $879 \div 2$

e. $775 \div 5$

f. $2900 \div 100$

1.2 Números pares e impares

Analiza

La profesora solicita a 14 estudiantes que hagan una fila y les entrega un número según su posición. Luego los separa tal como se observa en la figura.



- ¿Qué características poseen los números del lado izquierdo?
- ¿Qué características poseen los números del lado derecho?

Soluciona

Se analizan los números del lado izquierdo para determinar sus características.



- Se obtienen de sumar 2 al número anterior.
- Pertenecen a la tabla de multiplicar del 2.

Se analizan también los números del lado derecho para determinar sus características.



- Se obtienen de sumar 2 al número anterior, pero inician en 1.

Valores

El respeto y el orden en el aula permiten la sana convivencia con tus compañeros y tu docente. A la vez te permite un mejor aprendizaje.

¿Sabías que...?

Una secuencia es un conjunto ordenado, donde cada número se obtiene de aplicar una operación al número anterior; por ejemplo: sumar 2, multiplicar por 2, restar 1 o multiplicar por 4.

Todos los números pares terminan en 0, 2, 4, 6 u 8.
Ejemplos: 52, 168, 2370.

Todos los números impares terminan en 1, 3, 5, 7 o 9.
Ejemplos: 83, 125, 1649.



Comprende

Los números naturales se dividen en 2 tipos:

Números pares: Números naturales o cero que al dividirse entre 2, el residuo es 0. Incluyen el número cero.

Números impares: Número natural que al dividirse entre 2, el residuo es diferente de 0.

Observa cómo se hace

Determina si los siguientes números son pares o impares.

a. 33

$$\begin{array}{r} 33 \\ - 2 \\ \hline 13 \\ - 12 \\ \hline 1 \end{array} \leftarrow \text{residuo}$$

Se divide 33 entre 2. Como el residuo es 1 y es diferente de 0, el número 33 es **impar**.

b. 16

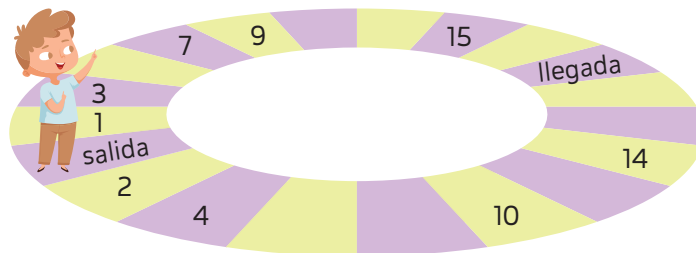
$$\begin{array}{r} 16 \\ - 16 \\ \hline 0 \end{array} \leftarrow \text{residuo}$$

Se divide 16 entre 2. Como el residuo es de 0, el número 16 es **par**.

Resuelve

1. Al juego se le han borrado algunos números.

- Completa según la regularidad que observas.



2. Analiza los siguientes números y responde: 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 y 24.

a. ¿Cuáles números son pares?

b. ¿Cuáles números son impares?

3. ¿Puede un número natural ser par e impar a la vez?



1.3 Divisibilidad por 2

Analiza

La profesora Matilde escribió los números que se muestran en la imagen de la derecha.

- ¿Cuáles números son pares?
- Si se selecciona un número par y se divide entre 2, ¿cuál es el residuo?
- ¿Cuáles números son impares?
- Si se selecciona un número impar y se divide entre 2, ¿cuál es el residuo?



Soluciona

Los números pares son:

24 y 32

Selecciona 32 y divídelo entre 2.

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 32 \div 2 = 16 \\ - 2 \\ \hline 12 \\ - 12 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{D U}$$

El residuo es 0.

Los números impares son:

15 y 45

Selecciona 45 y divídelo entre 2.

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 45 \div 2 = 22 \\ - 4 \\ \hline 05 \\ - 4 \\ \hline 1 \end{array} \quad \text{D U}$$

El residuo es 1.

¿Qué pasaría?

Si se suman dos números impares. Por ejemplo:

$$15 + 45 = 60$$

Observa que se obtiene un número par.

Prueba con otros dúos de números impares y comprueba que siempre se cumple.

Comprende

Un número natural es divisible por otro número natural si al dividirlos, el residuo es 0.

- Los números **pares** son **divisibles por 2**, ya que al dividirlos entre 2 el residuo es 0.
- Los números **impares** **no** son divisibles por 2, ya que al dividirlos entre 2 el residuo no es 0.

Un número es divisible por 2 si la cifra de las unidades es 0, 2, 4, 6 u 8.

Observa cómo se hace

Determina si los números 38 y 75 son divisibles por 2.

Observa la cifra de las unidades en cada número.

- **38**: como la cifra de las unidades es **par**, el número es divisible entre 2.
- **75**: como la cifra de las unidades es **impar**, el número no es divisible entre 2.

Resuelve

1. Colorea los números que son divisibles por 2.

12	18	23	39	41
54	67	246	321	100

2. Escribe un número de tres cifras que sea divisible por 2.

3. En una cancha hay 18 niñas que quieren jugar fútbol y desean formar 2 equipos con la misma cantidad de niñas, sin que ninguna se quede sin equipo. ¿Es posible?

- Explica tu respuesta.



Desafíate

1. Si se suman los dos mayores números impares de dos cifras, ¿el resultado es divisible por 2? Explica tu respuesta.

1.4 Divisibilidad por 3, 5 y la unidad seguida de ceros

Analiza

Observa los siguientes números y responde: 9, 15, 20, 29 y 30.

- ¿Cuáles números son divisibles por 3, por 5 o por 10?
- ¿Alguno de los números no es divisible por 3, ni por 5 ni por 10?

Soluciona

- Efectúa las divisiones de los números entre 3 y los que tienen residuo 0 son: $9 \div 3 = 3$ $15 \div 3 = 5$ $30 \div 3 = 10$
- Efectúa las divisiones de los números entre 5 y los que tienen residuo 0 son: $15 \div 5 = 3$ $20 \div 5 = 4$ $30 \div 5 = 6$
- Efectúa las divisiones de los números entre 10 y los que tienen residuo 0 son: $20 \div 10 = 2$ $30 \div 10 = 3$

R: Los números 9, 15 y 30 son divisibles por 3. Los números 15, 20 y 30 son divisibles por 5. Los números 20 y 30 son divisibles por 10.

El número 29 no es divisible por 3, ni por 5 ni por 10, porque el residuo es diferente de 0.

Comprende

Un número es divisible por otro, si al dividirlo el residuo es 0. Ejemplo: $9 \div 3 = 3$, residuo: 0. \rightarrow 9 es divisible entre 3.

Sin embargo, para saber rápidamente si un número es divisible por 3, por 5 o por 10, aplica las siguientes **reglas de divisibilidad**:

Regla	Ejemplos
Un número es divisible por 3, si la suma de sus cifras es divisible por 3.	<ul style="list-style-type: none">• $723 \rightarrow 7 + 2 + 3 = 12$. Como 12 es divisible por 3, también lo es 723.
Un número es divisible por 5, si la última cifra es 0 o 5.	<ul style="list-style-type: none">• 2125 es divisible por 5.• 710 es divisible por 5.
Un número es divisible por la unidad seguida de ceros (10, 100, ...) si termina con la misma cantidad de ceros.	<ul style="list-style-type: none">• 3970 es divisible por 10.• 3900 es divisible por 10 y 100.• 3000 es divisible por 10, 100 y 1000.

Recuerda

Recuerda que un número es divisible por otro si al dividirlo el residuo es 0.



Todos los números que resultan de la tabla del 3 son **divisibles por 3**.

Todos los números que resultan de la tabla del 5 son **divisibles por 5**.

Todos los números que resultan de la tabla del 10 son **divisibles por 10**.



Observa cómo se hace

1. Explica si el número 1200 es divisible entre 3.
 - 1200 es divisible entre 3, ya que la suma de sus cifras es divisible entre 3: $1200 \rightarrow 1 + 2 + 0 + 0 = 3$.
2. Encuentra si los números 25, 385 y 4640 son divisibles entre 5. Aplica las reglas de divisibilidad.
 - 25, 385, 4640 son divisibles entre 5, ya que la cifra de las unidades es 5 y 0.
3. Determina si los números siguientes son divisibles entre 10, 100 o 1000: 200, 12 000, 440. Justifica tu respuesta.
 - 200 es divisible entre 100, porque termina con dos ceros, también es divisible entre 10, porque termina en 0.
 - 12 000 es divisible entre 1000, porque termina con tres ceros, entre 100, porque termina en dos ceros y entre 10, porque termina en 0.
 - 440 es divisible entre 10, porque termina en cero.

Resuelve

1. Encierra los números que son divisibles por 3.

12

13

36

66

2. Encierra los números que son divisibles por 5.

50

18

57

35

3. Encierra los números que son divisibles por 10.

10

15

22

100



Desafíate

1. Encuentra un número de cuatro cifras que sea divisible entre 2, 3, 5 y 10 a la vez. Justifica tu respuesta.



1.5 Los números primos y los números compuestos

Analiza

Copia la tabla en tu cuaderno. Escribe los números por los cuales son divisibles los números dados. Después clasifica los números según la cantidad de números divisibles.

Número	Es divisible por...	Número	Es divisible por...	Número	Es divisible por...
1		6		11	
2		7		12	
3		8		13	
4		9		14	
5		10		15	

- ¿Cuáles números son divisibles solo entre dos números?
- ¿Cuáles números son divisibles entre tres o más números?

Soluciona

Compara tus respuestas con las de la tabla completada.

Número	Es divisible por...	Número	Es divisible por...	Número	Es divisible por...
1	1	6	1, 2, 3 y 6	11	1 y 11
2	1 y 2	7	1 y 7	12	1, 2, 3, 4, 6 y 12
3	1 y 3	8	1, 2, 4 y 8	13	1 y 13
4	1, 2 y 4	9	1, 3 y 9	14	1, 2, 7 y 14
5	1 y 5	10	1, 2, 5 y 10	15	1, 3, 5 y 15

- Los números que son divisibles solo entre dos números son 2, 3, 5, 7, 11 y 13.
- Los números que son divisibles entre tres o más números son 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14 y 15.

Recuerda

Divisible significa que al dividirlo entre ese número, el resultado es una división exacta con residuo cero.



Comprende

Los números que son divisibles únicamente entre el mismo número y otro más se llaman **números primos**. Son números naturales mayores que 1, aquellos que son divisibles entre sí mismos y entre 1. Por ejemplo: 2, 3, 5, 7, 13, 17 y 19.

Los números divisibles entre tres o más números se llaman **números compuestos**. Ejemplo: 4, 6, 8, 9, 12, 14, 15, 16, 18 y 20.

El número 1 solo es divisible entre 1. Los números 0 y 1 no son números primos ni compuestos.

El único **número primo par** es el 2. Todos los demás son impares.

Resuelve

1. Define con tus propias palabras:

a. Número primo:

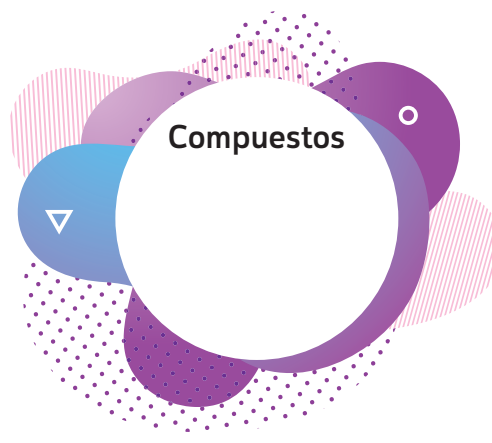
b. Número compuesto:

2. ¿Cuál es el único número primo que es par?

3. ¿Cuáles números no se clasifican ni como primos ni como compuestos?

4. Clasifica los siguientes números en primos y compuestos.

5, 6, 7, 9, 15, 16, 19, 20, 21, 25, 26, 29, 31, 35, 39, 41, 47 y 49



1.6 La criba de Eratóstenes

Analiza

Construye en tu cuaderno una tabla de 10 filas y 10 columnas. Luego, anota todos los números naturales del 1 al 100, ordenados de menor a mayor.

Realiza las siguientes actividades en la tabla que construiste:

- Tacha el número 1.
- Encierra el número 2 con color rojo y tacha todos los números de 2 en 2 a partir de 2, excepto el 2.
- Encierra el número 3 con color verde y tacha todos los números de 3 en 3 a partir de 3, excepto el 3.
- Encierra el número 5 con color azul y tacha todos los números de 5 en 5 a partir de 5, excepto el 5.
- Encierra el número 7 con color morado y tacha todos los números de 7 en 7 a partir de 7, excepto el 7.

Soluciona

Observa la tabla completada. Los números sin tachar son todos los números primos menores de 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

¿Sabías que...?

Los números tachados de 7 en 7 son divisibles entre 7.

La palabra "criba" se refiere a un tipo de colador, un aparato que sirve para separar sustancias. En este caso se usa como una comparación, porque el método de Eratóstenes separa los números primos de los demás.



★ ¿Sabías que...?

Eratóstenes fue un matemático de la antigua Grecia, que vivió en el siglo III antes de Cristo. Hizo grandes aportes a la matemática, la geografía y la astronomía.

Comprende

Eratóstenes ideó un método para encontrar números primos conocido como la **criba de Eratóstenes**. Esta permite encontrar todos los números primos desde un valor inicial hasta un valor final.

Se basa en construir una tabla que contiene todos los números naturales desde 1 hasta un valor final, en donde se van tachando todos los números divisibles entre los números primos que se encuentran entre esos valores, excepto los números primos con los que se inicia el algoritmo. Una vez acabado el proceso, los números que queden sin tachar serán primos.

Resuelve

1. Anota todos los números primos menores que 100.

- Puedes guiarte con la tabla de la página 41.

2. Determina tres números compuestos menores que 100, divisibles entre 2 y 3.

3. Determina tres números compuestos menores que 100, divisibles entre 3 y 5.

4. Determina tres números compuestos que sean divisibles entre 2 y 7, a la vez.



Desafíate

1. Dos números primos se llaman gemelos, si uno de ellos resulta de sumarle 2 al anterior. Escribe tres ejemplos de números primos gemelos.

$3 + 2 = 5$. Por lo tanto, 3 y 5 son números primos gemelos.



1.7 Practica lo aprendido

1. Colorea los números pares divisibles entre 5.

45

82

60

25

80

44

2. Anota cinco números impares de tres cifras que sean divisibles entre 3.

3. Marca con un gancho (✓) los números que son divisibles entre los números indicados.

Es divisible por...	2	3	5	10
42				
16				
69				
20				
56				
95				
78				

4. ¿Cuál es el único número primo que es divisible entre 2?

5. Anota 3 ejemplos que comprueben que la suma de dos números primos mayores que 2 dan como resultado un número par.

Soluciona problemas

6. Ana le asegura a Carlos que puede sumar dos números primos que dan como resultado el menor número natural par de tres cifras. ¿Cuáles pueden ser esos números?

Múltiplos

2.1 Repasa tus conocimientos

1. Completa la tabla utilizando las tablas de multiplicar.

x	2	8	4	9	1	6	0	7	3	5
9										
3										
5										
7										
2										
8										
4										
1										
0										
6										

2. Encuentra el número que debe ir en el recuadro.

a. $3 \times 4 = \square$

b. $4 \times \square = 24$

c. $\square \times 9 = 27$

d. $2 \times \square = 18$

e. $\square \times 9 = 54$

f. $8 \times \square = 56$

3. Completa utilizando las tablas de multiplicar.

a.

x	3	
1		5
2		10

b.

x	6	8
	42	
9		

c.

x		7
	20	
8	16	

2.2 Múltiplos de un número

Analiza

La señora Andrea hace pan para vender y lo empaqa en paquetes que contienen 4 piezas. ¿Cómo puede llevar el control de la cantidad de panes que va empacando?

Soluciona

La señora Andrea para llevar el control de la cantidad de panes que va empacando, puede construir una tabla como la siguiente:

n.º de paquetes	1	2	3	4	5	6	...
n.º de panes	4	8	12	16	20	24	...

Como el pan se vende en paquetes de 4 piezas, se utiliza la tabla de multiplicar del 4 para ir calculando.

R: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ...

Los números como: 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... son múltiplos de 4, ya que se obtienen de multiplicar 4 por números naturales:

$$4 \times 1 = 4$$

$$4 \times 2 = 8$$

$$4 \times 3 = 12$$

$$4 \times 4 = 16$$

$$4 \times 5 = 20$$

$$4 \times 6 = 24$$

Comprende

El número ■ es múltiplo de ●, si es el resultado de multiplicar ● por un número natural ▲, es decir:

$$\bullet \times \blacktriangle = \blacksquare$$

■ es múltiplo de ●

El cero es múltiplo de cualquier número, ya que $0 \times \blacktriangle = 0$; donde ▲ es cualquier número natural.

Resuelve

1. Escribe 5 múltiplos para cada uno de los siguientes números.

a. 5 → _____

b. 7 → _____

c. 10 → _____

2. En el supermercado cada caja de jugos contiene 6 unidades.

- Cuántos jugos se tendrán si se compra:

a. 1 caja → _____

b. 2 cajas → _____

c. 3 cajas → _____



2.3 Múltiplos comunes de dos números

Analiza

La señora Andrea vende el pan en paquetes de la siguiente forma:

- El paquete de pan de yuca contiene 3 piezas.
- El paquete de pan de queso contiene 4 piezas.

Carmen compró pan de yuca y Miguel pan de queso. Si decidieron comprar la misma cantidad de panes, ¿cuántos podría haber comprado cada uno? Escribe al menos dos posibles números.

12 y 24 no son las únicas cantidades comunes, puede haber más como 36 y 72 panes.



Soluciona

Se construye una tabla con las posibles cantidades de pan que podría comprar cada uno.

- Identifica las cantidades comunes.

n.º de paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	...
n.º de panes de yuca	3	6	9	12	15	18	21	24	...
n.º de panes de queso	4	8	12	16	20	24	28	32	...

R: 12 o 24 panes.

Comprende

Los múltiplos de números que coinciden se llaman **múltiplos comunes**.

Para determinar múltiplos comunes de dos números, se siguen estos pasos:

1. Escribe los múltiplos de cada número.
2. Identifica y escribe los múltiplos que coinciden.

Ejemplo: Los múltiplos comunes de 4 y 5 son:

- Múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64...
- Múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65...

Los múltiplos comunes de 4 y 5 son 20, 40, 60...

¿Sabías que...?

Un número natural tiene una infinita cantidad de múltiplos.

Observa cómo se hace

Observa cómo se determinan algunos múltiplos comunes de 2 y 3:

- Múltiplos de 2:

$2 \times 1 = 2$

$2 \times 2 = 4$

$2 \times 3 = 6$

$2 \times 4 = 8$

$2 \times 5 = 10$

$2 \times 6 = 12$

$2 \times 7 = 14$

$2 \times 8 = 16$

$2 \times 9 = 18$

$2 \times 10 = 20$

$2 \times 11 = 22$

$2 \times 12 = 24$

$2 \times 13 = 26$

$2 \times 14 = 28$

$2 \times 15 = 30$

- Múltiplos de 3:

$3 \times 1 = 3$

$3 \times 2 = 6$

$3 \times 3 = 9$

$3 \times 4 = 12$

$3 \times 5 = 15$

$3 \times 6 = 18$

$3 \times 7 = 21$

$3 \times 8 = 24$

$3 \times 9 = 27$

$3 \times 10 = 30$

Algunos múltiplos comunes de 2 y 3 son: 6, 12, 18, 24 y 30.

Recuerda

Los múltiplos de un número son infinitos. Por lo tanto, los múltiplos comunes de dos números también lo son.

Ejemplo: Otros múltiplos comunes de 2 y 3 son 36, 42, 48, ...

Resuelve

- A continuación se muestra una lista de múltiplos de 4 y 6. Escribe cuatro múltiplos comunes.
 - Múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48.
 - Múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72.

- Encuentra 3 múltiplos comunes de los siguientes números.

a. 2 y 4

b. 6 y 9

c. 3 y 6

- ¿Puede un número ser múltiplo de más de un número?

- Explica tu respuesta.



Desafíate

- Encuentra 2 múltiplos comunes de 2, 3 y 5. Considera que los pasos son los mismos, solo que debes encontrar los múltiplos de los 3 números.



2.4 Mínimo común múltiplo

Analiza

Carmen y Miguel deciden comprarle a la señora Andrea, quien vende el pan de yuca en paquetes de 3 piezas y el pan de queso en paquetes de 4 piezas. Desean comprar la misma cantidad de panes, pero la menor cantidad que sea posible. ¿Cuántos panes comprará cada uno?

Soluciona

Se selecciona el menor de los múltiplos comunes.

n.º de paquetes	1	2	3	4	5	6	7	8	...
n.º de panes de yuca	3	6	9	12	15	18	21	24	...
n.º de panes de queso	4	8	12	16	20	24	28	32	...

menor múltiplo común

El menor de los múltiplos comunes de 3 y 4 es 12.

R: 12 panes.

Comprende

El menor de los múltiplos comunes se llama **mínimo común múltiplo** y su abreviatura es m. c. m.

Para obtener el m. c. m. de dos números, se siguen estos pasos:

- Se escriben algunos múltiplos de cada número.
- Se identifican y escriben los múltiplos comunes.
- Se identifica y escribe el menor de los múltiplos comunes.

Ejemplo: Determina el m. c. m. de 4 y 5.

- Múltiplos de 4:

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64...

- Múltiplos de 5:

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65...

Los múltiplos comunes de 4 y 5 son: 20, 40, 60...

El m. c. m. de 4 y 5 es 20.

Cuando se encuentra el primer múltiplo común, **no** es necesario encontrar otros porque ese es el m. c. m.



Observa cómo se hace

Determina el m. c. m. de 3, 6 y 9:

Primero se escriben los múltiplos de cada número:

- Múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, **18**, 21, 24, 27, 30, 33, **36**, ...
- Múltiplos de 6: 6, 12, **18**, 24, 30, **36**, 42, 48, 54, 60, ...
- Múltiplos de 9: 9, **18**, 27, **36**, 45, 54, 63, 72, 81, 90, ...

Luego se identifican y escriben los múltiplos comunes: 18, 36, ...

Finalmente se identifica y escribe el menor de los múltiplos comunes: 18.

Por lo tanto el m. c. m. de 3, 6 y 9 es 18.

Resuelve

1. Encuentra el m. c. m. de los siguientes números:

a. 2 y 6

b. 4 y 9

c. 5 y 7

d. 4 y 10

2. Encuentra el m. c. m. de 2, 3 y 5.



Desafíate

1. Marta comprará galletas y caramelos. Las galletas vienen en paquetes de 4 unidades y los caramelos en paquetes de 6 unidades. Si comprara la misma cantidad de galletas y caramelos, ¿cuántas galletas y caramelos comprará como mínimo?



2.5 Practica lo aprendido

1. Anota 5 múltiplos para cada uno de los siguientes números.

a. 14

b. 16

c. 23

2. Encuentra los 2 menores múltiplos comunes de los siguientes números.

a. 3 y 7

b. 9 y 12

c. 5 y 15

3. Encuentra el m. c. m. de los siguientes números:

a. 3 y 5

b. 9 y 18

Soluciona problemas

4. Raúl y Sofía se encuentran el 1.º de mayo en la pista de entrenamiento de la ciudad. Si Raúl entrena en este lugar cada 7 días y Sofía cada 3 días, ¿qué día vuelven a entrenar juntos?

5. Lucía se corta el cabello cada 3 meses y Rolando cada 2 meses. Si hoy los dos se cortaron el cabello, ¿dentro de cuántos meses cortarán su cabello el mismo día?

Divisores

3.1 Repasa tus conocimientos

1. Asocia la expresión que completa cada regla de divisibilidad.

Un número es divisible entre 2

si la suma de sus cifras es divisible por 3.

Un número es divisible entre 3

si la cifra de la unidad es par o 0.

Un número es divisible entre 5

únicamente si la cifra de las unidades es 0.

Un número es divisible entre 10

si la cifra de las unidades es 5 o 0.

2. Marca con un gancho (✓) los números que sean divisibles por 2.

a. 38

b. 42

c. 81

3. Marca con un gancho (✓) los números que sean divisibles por 3.

a. 42

b. 28

c. 15

4. Marca con un gancho (✓) los números que sean divisibles por 5.

a. 93

b. 45

c. 60

5. Marca con un gancho (✓) los números que sean divisibles por 10.

a. 35

b. 10

c. 80

6. Escribe un número que sea divisible entre los dos números indicados.

a. 2 y 3

b. 2 y 5

c. 3 y 5

3.2 Divisores de un número

Analiza

En una librería se guardarán 6 bolígrafos en cajas. Cada caja deberá tener la misma cantidad sin que sobren bolígrafos. ¿Cuáles son los posibles números de cajas que se pueden utilizar?

Soluciona

Efectúa la división de los 6 bolígrafos entre cada número de cajas.

$$6 \div 1 = 6 \text{ residuo } 0$$

$$6 \div 4 = 1 \text{ residuo } 2$$

$$6 \div 2 = 3 \text{ residuo } 0$$

$$6 \div 5 = 1 \text{ residuo } 1$$

$$6 \div 3 = 2 \text{ residuo } 0$$

$$6 \div 6 = 1 \text{ residuo } 0$$

R: Se pueden usar 1, 2, 3 o 6 cajas.

Comprende

El **divisor** de un número es aquel que lo puede dividir de manera exacta, es decir, el residuo es 0.

El número 1 es divisor de cualquier número, pues al dividir cualquier número entre 1 el residuo es 0.

Para obtener los divisores de un número se pueden buscar dos números naturales que al ser multiplicados resulte dicho número.

Ejemplo: Los divisores de 8 son 1, 2, 4 y 8, ya que:

$$1 \times 8 = 8$$

$$2 \times 4 = 8$$

Resuelve

1. Encuentra los divisores para los siguientes números.

a. 12

b. 16

c. 25



Recuerda

Un número es divisible entre otro si su residuo es 0.

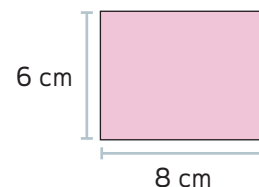
Recuerda que si $8 \div 2 = 4$, también se tiene que $8 \div 4 = 2$, así no es necesario hacer todos los cálculos.



3.3 Divisores comunes de dos números

Analiza

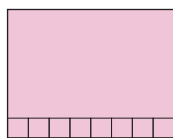
Mario quiere dividir un rectángulo de cartulina como el de figura de la derecha, en cuadrados cuya medida del lado sea un número natural, sin que sobre cartulina. ¿Cuáles son las posibles medidas del lado de cada cuadrado?



Soluciona

1. Analiza el largo con cuadrados de las siguientes medidas de lado:

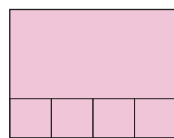
- 1 cm



$$8 \div 1 = 8$$

sí cabe

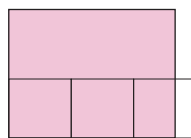
- 2 cm



$$8 \div 2 = 4$$

sí cabe

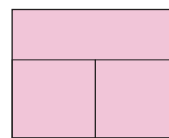
- 3 cm



$$8 \div 3 = 2$$

residuo 2
no cabe

- 4 cm

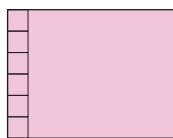


$$8 \div 4 = 2$$

sí cabe

2. Analiza ahora el ancho con cuadrados de las siguientes medidas de lado:

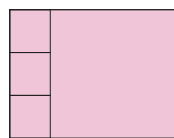
- 1 cm



$$6 \div 1 = 6$$

sí cabe

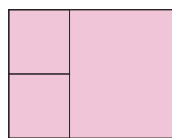
- 2 cm



$$6 \div 2 = 3$$

sí cabe

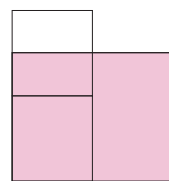
- 3 cm



$$6 \div 3 = 2$$

sí cabe

- 4 cm



$$6 \div 4 = 1$$

residuo 2
no cabe

La medida de los cuadrados que caben en el largo son los de lado 1 cm, 2 cm y 4 cm.

La medida de los cuadrados que caben en el ancho son los de lado 1 cm, 2 cm y 3 cm.

3. Se escriben los divisores de 6 y 8.

Divisores de 6: 1, 2, 3, y 6

Divisores de 8: 1, 2, 4 y 8

R: Las posibles medidas del lado de cada cuadrado son : 1 cm, 2 cm .

Comprende

Los divisores que coinciden se llaman **divisores comunes**. Para obtener los divisores comunes de números, haz lo siguiente:

- Escribe los divisores de cada número.
- Identifica y escribe los divisores que coinciden.

Nota que los divisores de 4 también son divisores de 12.



Observa cómo se hace

Observa de qué manera se determinan los divisores comunes de 4 y 12.

Se escriben los divisores de cada número.

4: 1 2 4

12: 1 2 3 4 6 12

Los divisores que coinciden son 1, 2 y 4.

Por lo tanto, los divisores comunes de 4 y 12 son 1, 2 y 4.

Resuelve

1. A continuación se muestra una lista de divisores de 12 y 40, ¿cuáles son los divisores comunes?

- Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6 y 12
- Divisores de 40: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 y 40

2. Encuentra los divisores comunes de los siguientes números.

a. 4 y 6

b. 8 y 20

c. 18 y 24



Desafíate

1. Encuentra los divisores comunes de 12, 18 y 24.

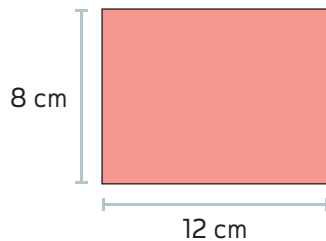


3.4 Máximo común divisor

Analiza

Mario quiere dividir una cartulina de 12 cm de largo y 8 cm de ancho en cuadrados cuya medida del lado sea un número natural, sin que sobre cartulina.

¿Cuál es la mayor longitud del lado del cuadrado que Mario puede hacer?



Soluciona

Los divisores comunes de 8 y 12 son 1, 2 y 4.

De esos divisores comunes, el mayor es 4.

Los cuadrados más grandes son los de 4 cm por lado.

R: La mayor longitud del lado del cuadrado que Mario puede hacer es 4 cm.

Comprende

El mayor de los divisores comunes se llama **máximo común divisor** y su abreviatura es **m. c. d.**

Para obtener el m. c. d. de dos números, se siguen estos pasos:

1. Escribe los divisores de cada número.
2. Identifica y escribe los divisores comunes.
3. Identifica y escribe el mayor de los divisores comunes.

Ejemplo: Determina el m. c. d. de 4 y 12.

- Divisores de 4: 1, 2, 4
- Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12

Los divisores comunes de 4 y 12 son 1, 2 y 4.

El m. c. d. de 4 y 12 es 4.

Observa cómo se hace

Para determinar el m. c. d. de 6, 12 y 18:

Primero se escriben los divisores de cada número:

- Divisores de 6: 1, 2, 3 y 6.
- Divisores de 12: 1, 2, 3, 4, 6 y 12.
- Divisores de 18: 1, 2, 3, 6, 9 y 18.

Luego se identifica y escribe el mayor de los divisores comunes.

Por lo tanto el m. c. d. de 6, 12 y 18 es 6.

Resuelve

1. Determina el m. c. d. de los siguientes números.

a. 4 y 6

b. 8 y 20

c. 18 y 24

d. 8 y 24

2. Encuentra el m. c. d. de 12, 28 y 24.

3. En la carpintería "Don José" se quiere cortar una lámina de 24 dm de largo y 32 dm de ancho, en cuadrados del mayor tamaño posible. ¿Cuál debe ser la longitud del lado de cada cuadrado?



3.5 Relación entre múltiplos y divisores

Analiza

Para 5 y 30, responde:

- ¿30 es múltiplo de 5?
- ¿5 es divisor de 30?

Para 3 y 14, responde:

- ¿14 es múltiplo de 3?
- ¿3 es divisor de 14?

Soluciona

Para los números 5 y 30:

- 30 es múltiplo de 5, ya que $5 \times 6 = 30$.
- 5 es divisor de 30, ya que $30 \div 5 = 6$, con residuo 0.

Para los números 3 y 14:

- 14 no es múltiplo de 3, ya que **no** hay un número natural que al multiplicarlo por 3 dé 14.
- 3 no es divisor de 14, ya que $14 \div 3 = 4$ con residuo 2.

El residuo es diferente de 0.

Comprende

Si un número ■ es múltiplo de otro número ●, se tiene que ● es divisor de ■.

Ejemplo: Si 30 es múltiplo de 5, entonces 5 es divisor de 30.

Recuerda

Un **múltiplo** de un número natural es el resultado de multiplicarlo por otro número natural.

Un **divisor** de un número es aquel que lo puede dividir de forma exacta, es decir, que el residuo sea cero.

¿Qué pasaría?

Si se multiplican 3 y 14:

$$3 \times 14 = 42$$

Se obtiene 42, el cual es múltiplo de 3 y 14; y como consecuencia 3 y 14 son divisores de 42.



¿Sabías que...?

Para dos números naturales se tiene que:

"El producto de los dos números es igual al producto del m. c. m. y del m. c. d."

Ejemplo: Para los números 4 y 10.

- El m. c. m. de 4 y 10 es 20, mientras que el m. c. d. de 4 y 10 es 2.
- El producto de los números 4 y 10 es $4 \times 10 = 40$.
- El producto del m. c. m. y m. c. d. es $20 \times 2 = 40$.

Resuelve

1. Completa.

- a. Si 3 es divisor de 12, se tiene que 12 es _____ de 3.
- b. Si 45 es múltiplo de 5, se tiene que 5 es _____ de 45.
- c. Si 8 es divisor de 24, se tiene que 24 es _____ de 8.
- d. Si 33 es múltiplo de 11, se tiene que 11 es _____ de 33.
- e. Si 28 es múltiplo de 14, se tiene que 14 es _____ de 28.

2. Para cada par de números completa colocando si es múltiplo o divisor en cada espacio.

a. 3 y 9

3 es _____ de 9 y 9 es _____ de 3.

b. 6 y 12

12 es _____ de 6 y 6 es _____ de 12.

c. 4 y 36

4 es _____ de 36 y 36 es _____ de 4.

d. 8 y 24

24 es _____ de 8 y 8 es _____ de 24.

3. Dos números distintos de 1 tienen como múltiplo común el 35 y ambos son divisores de ese número. ¿Cuáles son esos números? Justifica tu respuesta.



Desafíate

1. Determina el m. c. m. y el m. c. d. de 6 y 8.
 - Comprueba que su producto es igual al producto del m. c. m. y del m. c. d.



3.6 Practica lo aprendido

1. Encuentra los divisores de los siguientes números.

a. 27

b. 36

c. 42

2. Determina el m. c. d. de los siguientes números.

a. 18 y 27

b. 6 y 18

c. 7 y 9

d. 24 y 32

e. 14 y 28

f. 13 y 39

g. 36 y 42

h. 10 y 30

i. 20 y 25

Soluciona problemas

3. Mario horneó 10 galletas de avena y 12 costillitas para venderlas en paquetes. Si todos los paquetes tendrán la misma cantidad sin que sobren piezas, ¿cuál es el número máximo de paquetes que puede hacer?

4. Una de las unidades de un grupo de exploradores necesita preparar cuerdas para las pruebas del campamento. Si tienen dos cuerdas, una de 27 cm y otra de 18 cm, ¿cuál es el mayor tamaño en que pueden cortar ambas cuerdas de manera que sean todos los trozos iguales y sin que sobre?



Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Reconozco números pares e impares.			
Aplico la divisibilidad por 2.			
Aplico la divisibilidad por 3.			
Aplico la divisibilidad por 5.			
Aplico la divisibilidad por la unidad seguida de ceros.			
Identifico números primos y compuestos.			
Determino múltiplos de números naturales.			
Identifico los múltiplos comunes de dos números naturales.			
Calculo el mínimo común múltiplo de dos números naturales.			
Determino divisores de un número natural.			
Identifico los divisores comunes de dos números naturales.			
Calculo el máximo común divisor de dos números naturales.			
Aplico la relación entre múltiplos y divisores.			

Adición y sustracción con números decimales



En esta unidad aprenderás a:

- Identificar números decimales
- Comparar números decimales hasta las milésimas
- Sumar números decimales hasta las centésimas
- Restar números decimales hasta las centésimas

Los números decimales

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Expresa cada número decimal como fracción simplificada.

a. $0,125 =$

b. $0,5 =$

c. $0,3 =$

d. $0,75 =$

2. Expresa cada número decimal como un número mixto.

a. $3,2 =$

b. $7,6 =$

c. $2,25 =$

d. $11,125 =$

3. Expresa cada fracción como un número decimal.

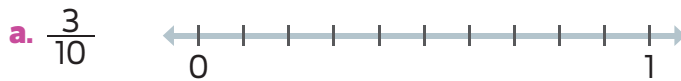
a. $\frac{7}{10} =$

b. $\frac{50}{100} =$

c. $\frac{1}{4} =$

d. $\frac{1}{5} =$

4. Localiza en la recta numérica el número decimal correspondiente a cada fracción. Anótalo.



1.2 Los números decimales

Analiza

Julia decidió forrar sus cuadernos, todos del mismo tamaño. Al medir la altura, lee en su regla un valor a mitad de camino entre 21 cm y 22 cm. Al medir el ancho, encuentra un valor a mitad de camino entre 9 cm y 10 cm. ¿Cómo puede expresar esa medición?

Soluciona

Julia sabe que puede expresarlo como una fracción, pero decidió usar los números decimales. Para lograrlo, anota la parte entera del valor, y luego la parte que abarca la mitad de 1 centímetro.

R: Altura \rightarrow 21,5 cm Ancho \rightarrow 9,5 cm

Comprende

Los **números decimales** tienen una parte entera y otra parte decimal, separadas por una coma decimal. A la izquierda de la coma se encuentran las cifras enteras (unidades, decenas, centenas...). A la derecha de la coma se encuentran las cifras decimales (décimas, centésimas, milésimas...).

Considera la siguiente equivalencia:

1 unidad = 10 décimas = 100 centésimas = 1000 milésimas

Las primeras tres cifras decimales son las siguientes:

- **Décimas.** Es un valor más pequeño que la unidad. Si se divide una unidad en 10 partes iguales, cada una de ellas es una décima; entonces: 1 unidad = 10 décimas.
- **Centésimas.** Valor más pequeño que la unidad y que la décima. Si se divide una unidad en 100 partes iguales, cada una de ellas es una centésima.
Entonces: 1 unidad = 100 centésimas, 1 décima = 10 centésimas.
- **Milésimas.** Es un valor más pequeño que la unidad, que la décima y que la centésima. Si se divide una unidad en 1000 partes iguales, cada una de ellas es una milésima. Entonces:

1 unidad = 1000 milésimas, 1 décima = 100 milésimas,

1 centésima = 10 milésimas.



¿Sabías que...?

Un centímetro está dividido en 10 partes iguales llamadas milímetros:

1 cm = 10 mm

1.3 Comparación de números decimales hasta las milésimas

Analiza

Las atletas María y Julia obtuvieron el primero y el segundo lugar en la competencia de salto con pértiga. María saltó 3,36 m y Julia saltó 3,4 m. ¿Quién ganó el primer lugar?

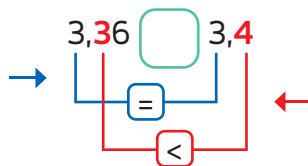


Soluciona

Observa que ambas saltaron 3 metros y un poco más.

Compara los números.

Compara las unidades y observa que son iguales: $3 = 3$.



Compara las décimas y observa que 3 es menor que 4; por lo tanto, 3,36 es menor que 3,4 y se escribe $3,36 < 3,4$.

Por lo tanto, $3,36 \text{ m} < 3,4 \text{ m}$.

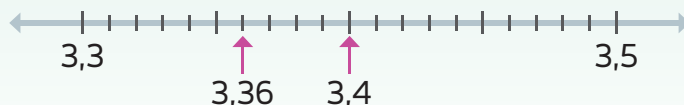
R: Julia obtuvo el primer lugar.

Comprende

Los **decimales se comparan** de la misma manera que los números naturales: se inicia con las cifras de mayor valor posicional.

En la recta numérica, el número que se ubica a la derecha de otro número es el número mayor.

Ejemplo:



En la recta numérica 3,4 se ubica a la derecha de 3,36, por lo tanto, es mayor: $3,4 > 3,36$.

Analiza las siguientes equivalencias de los números decimales.

3,36 equivale a 336 centésimas y 3,4 equivale a 340 centésimas.

Por lo que 340 es mayor que 336.

Así $3,4 > 3,36$.



Cuando no se visualizan números en los valores posicionales de los decimales, estos corresponden a ceros.

Ejemplo:

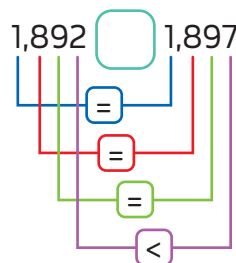
$$9,3 = 9,30 = 9,300$$



Observa cómo se hace

Compara los números 1,892 y 1,897.

Para comparar números con decimales se parte del número de mayor valor posicional, de la siguiente forma:



Observa que:

- En la cifra de las unidades $1 = 1$.
- En la cifra de las décimas $8 = 8$.
- En la cifra de las centésimas $9 = 9$.
- En la cifra de las milésimas $2 < 7$. Por lo tanto $1,892 < 1,897$.

Resuelve

1. Coloca el signo $<$ (menor que), $>$ (mayor que) o $=$ (igual) en cada casilla, según corresponda.

a. $1,21 \square 1,26$

b. $3,42 \square 3,49$

c. $3,211 \square 3,216$

d. $2,01 \square 2,1$

e. $3,1 \square 2,34$

f. $1,12 \square 0,936$

g. $4,218 \square 4,281$

h. $0,56 \square 0,2$

i. $0,23 \square 0,2$

2. Jorge entrena tres veces a la semana. El lunes corrió 6,23 km, el miércoles 6,26 km y el viernes 6,25 km. ¿Qué día recorrió la mayor distancia?



Desafíate

1. Completa cada comparación con un número que la haga verdadera.

a. $41,2 < \underline{\hspace{2cm}} < 41,4$

b. $5,28 < 5,2 \underline{\hspace{1cm}}$



1.4 Practica lo aprendido

1. Anota el valor correspondiente a las centésimas de los siguientes números decimales.

a. 3,334 →

b. 0,041 →

c. 1,102 →

d. 0,9 →

2. Anota el valor correspondiente a las milésimas en los siguientes números decimales.

a. 0,8 →

b. 3,723 →

c. 9,27 →

d. 0,152 →

3. Anota el valor correspondiente a las décimas en los siguientes números decimales.

a. 4,057 →

b. 1,8 →

c. 7,02 →

d. 1,708 →

4. Coloca el signo < (menor que), > (mayor que) o = (igual) en cada casilla, según corresponda.

a. 345,62 345,64

b. 5,37 5,28

c. 3,90 3,900

d. 4,09 4,9

e. 15,546 14,83

f. 523,12 325,12

g. 6,0 7,02

h. 8,134 8,334

i. 0,344 0,343

Soluciona problemas

5. Andrés bebió 2,85 L de agua en un día de paseo y Carmen bebió 2,58 L el mismo día. ¿Quién de los dos bebió más agua?



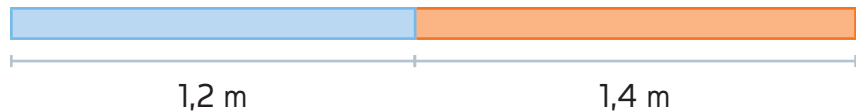
6. Mariela en una tienda observa cajas de crayolas que tienen los siguientes precios: 1,9 balboas, 1,10 balboas y 1,4 balboas. Si compra la caja de menor valor, ¿cuánto dinero pagó?

Suma de números decimales

2.1 Suma de números decimales hasta las décimas sin llevar

Analiza

Encuentra la longitud de la cuerda. La parte celeste mide 1,2 m y la parte naranja mide 1,4 m.



Soluciona

Suma los números decimales: $1,2 + 1,4$

1.

U	d	,
1	2	
+	1	4

→ Coloca los sumandos según su valor posicional.

2.

U	d	,
1	2	
+	1	4
	6	

→ Suma las décimas $2 + 4 = 6$ y escribe el resultado en la casilla de las décimas.

3.

U	d	,
1	2	
+	1	4
2	6	

→ Suma las unidades $1 + 1 = 2$, y escribe el resultado en la casilla de las unidades. Coloca la coma decimal bajo las otras.

Se suman los valores posicionales de derecha a izquierda.

Décimas con décimas y unidades con unidades.



O: $1,2 + 1,4 = 2,6$

R: La longitud de la cuerda es 2,6 m.

Comprende

Los pasos para sumar números decimales son:

1. Colocar los números de acuerdo con su valor posicional. Las comas decimales están una abajo de otra.
2. Sumar décimas con décimas y unidades con unidades.
3. Colocar en la respuesta la coma decimal bajo las otras comas.

Observa cómo se hace

Resuelve la suma: $3,1 + 4$.

- Se colocan los números de acuerdo a su valor posicional. Las comas decimales una abajo de la otra.
- Se suman décimas con décimas y unidades con unidades.
- Se coloca en la respuesta la coma decimal debajo de las otras comas.

$$\begin{array}{r} 3,1 \\ + 4,0 \\ \hline 7,1 \end{array}$$

Observa que en el caso del número 4 la cifra que corresponde a las décimas es 0.



R: $3,1 + 4 = 7,1$

Resuelve

1. Completa el procedimiento en cada suma.

a.

$$\begin{array}{r} 3,1 \\ + 1,7 \\ \hline \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 4,6 \\ + 1,1 \\ \hline \end{array}$$

c.

$$\begin{array}{r} 7,3 \\ + 2,6 \\ \hline \end{array}$$

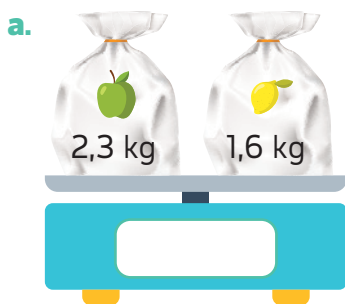
2. Efectúa las sumas.

a. $0,4 + 2,3$

b. $3,1 + 6,6$

c. $7,5 + 0,3$

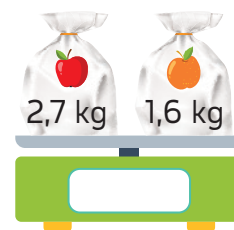
3. ¿Cuánto pesan las dos bolsas sobre el platillo de cada balanza?



2.2 Suma números decimales hasta las décimas llevando

Analiza

¿Cuál es el peso total de las bolsas de frutas?



Soluciona

Suma el peso de cada bolsa de frutas: $2,7 + 1,6$.

1.

U	d
2	7
+	1,6
<hr/>	

→ Coloca los sumandos según su valor posicional.

2.

U	d
1	2,7
+	1,6
<hr/>	
	3

→ Suma las décimas:
 $7 + 6 = 13$ décimas. Esto es 1 unidad y 3 décimas. Lleva 1 a las unidades.

3.

U	d
1	2,7
+	1,6
<hr/>	
4	3

→ Suma las unidades
 $2 + 1 + 1 = 4$. Anota en la casilla de las unidades el resultado y coloca la coma decimal bajo las otras.

R: El peso es 4,3 kg.

Comprende

Al sumar las décimas se debe recordar que si se completan 10 décimas, se forma una unidad.

Las unidades que se forman se llevan a la columna de las unidades.

Si al sumar no hay décimas, no se escribe 0 ni coma decimal.

Desarrollo sostenible

Las frutas contienen vitaminas, minerales y fibra, entre otros nutrientes, por lo que su consumo diario es de gran beneficio para la salud.

Observa cómo se hace

Resuelve la suma: $1,5 + 2,5$.

- Se colocan los números de acuerdo a su valor posicional.
- Se suman las décimas. Como $5 + 5 = 10$, corresponde a 10 décimas, se forma una unidad.
- Se lleva la unidad que se formó a la columna de las unidades y se suman: $1 + 2 + 1 = 4$.
- Como en la columna de las décimas queda un 0, este no se coloca en el resultado.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1,5 \\ + 2,5 \\ \hline 4,0 \end{array}$$

R: $1,5 + 2,5 = 4$

Recuerda

1 unidad =
10 décimas.



Resuelve

1. Efectúa las sumas.

a. $4,3 + 3,8$

b. $9,4 + 2,7$

c. $7,8 + 2,5$

d. $1,4 + 5,6$

e. $15,3 + 14,7$

f. $4,6 + 6,4$

g. $24,7 + 11,9$

h. $32,8 + 2,7$

i. $61,2 + 4,9$



Desafíate

1. Lucía compró 2,5 kg de papas, 1,9 kg de aguacate y 1,6 kg de cebollas. ¿Cuánto pesan en total los productos que compró?



2.3 Suma de números decimales hasta las centésimas



Analiza

Mario compró en el supermercado un paquete de galletas en 1,21 balboas y un litro de leche en 1,37 balboas. ¿Cuánto gastó?

Soluciona

Suma los precios de los productos: $1,21 + 1,37$.

1.

U	d	c
1	2	1
+		
1	3	7



Coloca los sumandos según su valor posicional.

2.

U	d	c
1	2	1
+		
1	3	7

		8



Suma las centésimas:
 $1 + 7 = 8$.

Recuerda anotar cada resultado en el valor posicional correspondiente y coloca la coma decimal bajo las otras.



3.

U	d	c
1	2	1
+		
1	3	7

	5	8



Suma las décimas:
 $2 + 3 = 5$.

4.

U	d	c
1	2	1
+		
1	3	7

2	5	8



Suma las unidades: $1 + 1 = 2$.
Anota en la casilla de las unidades y coloca la coma decimal bajo las otras.

R: Mario gastó, 2,58 balboas.

Comprende

Para **sumar decimales hasta las centésimas**, sigue los pasos:

1. Se colocan los sumandos alineando la coma decimal. Se completa con ceros si algún sumando no tiene la misma cantidad de cifras decimales, para que tengan la misma cantidad de cifras.
2. Se suman las cifras según su valor posicional.

Observa cómo se hace

Resuelve la suma: $15,48 + 16,6$.

- Se colocan los números de acuerdo a su valor posicional y alineando la coma decimal. Se completa con un cero el segundo sumando en la posición de las centésimas.
- Se suman las centésimas: $8 + 0 = 8$.
- Se suman las décimas. Como $4 + 6 = 10$, corresponde a 10 décimas. Por lo que se lleva 1 unidad a la posición de las unidades.
- Se suman las unidades: $5 + 6 + 1 = 12$, se tiene 1 unidad y 2 décimas. Por lo que se lleva una unidad a la posición de las decenas.
- Se suman las decenas: $1 + 1 + 1 = 3$.

R: $15,48 + 16,6 = 32,08$

1	1		
1	5	,	4
8			
+	1	6	,
		6	0
			8
<hr/>			
3	2	,	0
			8

Cuando se suman números decimales, por cada 10 centésimas se lleva 1 a las décimas, por cada 10 décimas, se lleva 1 a las unidades y por cada 10 unidades se lleva 1 a las decenas.



Resuelve

1. Efectúa las sumas.

a. $3,57 + 2,41$

b. $2,68 + 3,01$

c. $0,45 + 1,46$

2. Efectúa las sumas completando con ceros en los sumandos que sea necesario.

a. $2,45 + 1,2$

b. $9,83 + 4,3$

c. $5,45 + 0,6$

d. $8,3 + 5,63$

e. $1 + 2,45$

f. $2,01 + 4$



2.4 Practica lo aprendido

1. Efectúa las sumas.

a. $2,4 + 3,2$

b. $3,5 + 0,4$

c. $6,7 + 2,8$

d. $3,64 + 2,87$

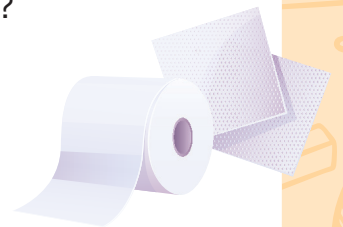
e. $1,26 + 2,34$

f. $2,67 + 1,53$

Soluciona problemas

2. Si en un envase de jugo hay 1,3 litros y en otro hay 2,4 litros, ¿cuántos litros de jugo hay en total?

3. Luisa compró en el supermercado un paquete de papel higiénico a 5,12 balboas y un paquete de servilletas en 1,06 balboas. ¿Cuánto dinero gastó Luisa?



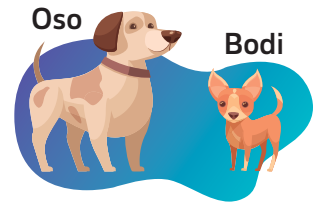
4. Don Julio reparte carne todos los días en dos puestos del mercado. Ayer dejó 24 kg de carne en el primer puesto y 15,23 kg en el segundo. ¿Cuántos kilogramos de carne repartió en total?

Resta de números decimales

3.1 Resta de números decimales hasta las décimas sin pedir prestado

Analiza

Oso pesa 3,4 kg y Bodi pesa 1,3 kg menos que Oso. ¿Cuál es el peso de Bodi?



Soluciona

Para resolver el problema efectúa una resta: $3,4 - 1,3$.

1.

U	d
3	4
-	1
	3

→ Coloca el minuendo y el sustraendo según su valor posicional.

2.

U	d
3	4
-	1
	3
	1

→ Resta las décimas: $4 - 3 = 1$.
Anota el resultado en la casilla de las décimas.

3.

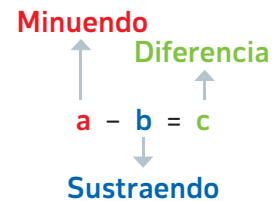
U	d
3	4
-	1
	3
2	1

→ Resta las unidades: $3 - 1 = 2$.
Escribe el resultado en la casilla de las unidades y colocas la coma decimal bajo las otras.

R: $3,4 - 1,3 = 2,1$

Recuerda

Las partes de la resta son:



¿Qué pasaría?

Si el valor de las décimas en el minuendo y sustraendo es igual, el resultado de la resta da un número natural.

Ejemplo: $6,3 - 4,3 = 2$.

6	3
-	4
	3
2	0

Comprende

Los pasos para **restar números decimales hasta las décimas sin pedir prestado** son:

1. Colocar los números de modo que las comas decimales estén una bajo la otra.
2. Restar décimas con décimas y unidades con unidades.
3. Colocar la coma decimal en el resultado de modo que esté bajo las otras comas.

Observa cómo se hace

Resuelve la resta: $2,9 - 0,1$.

- Se colocan los números de acuerdo a su valor posicional. Las comas decimales una abajo de la otra.
- Se restan décimas con décimas y unidades con unidades.
- Se coloca en la respuesta la coma decimal debajo de las otras comas.

$$\begin{array}{r} 2,9 \\ - 0,1 \\ \hline 2,8 \end{array}$$

R: $2,9 - 0,1 = 2,8$

Resuelve

1. Completa el procedimiento en cada resta

a.

$$\begin{array}{r} 2,4 \\ - 1,1 \\ \hline \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 3,7 \\ - 1,7 \\ \hline \end{array}$$

c.

$$\begin{array}{r} 4,5 \\ - 2,4 \\ \hline \end{array}$$

2. Efectúa las restas.

a. $5,6 - 0,3$

b. $7,6 - 5,4$

c. $9,1 - 2,1$

3. Doris tenía 1,8 litros de agua y bebió 0,7 litros durante el primer recreo. ¿Cuántos litros de agua tiene Doris ahora?



3.2 Resta de números decimales hasta las décimas pidiendo prestado

Analiza

Diana camina todos los días a lo largo de la Cinta Costera, desde el Mercado del Marisco hasta la Plaza de la Democracia, y recorre una distancia de 3,7 km. ¿Cuántos kilómetros le falta recorrer si ha caminado 1,9 km hasta el Club de Yates y Pesca?

Soluciona

Para resolver el problema efectúa la resta: $3,7 - 1,9$.

1.

U	d
3	7
-	1,9

→ Coloca el minuendo y sustraendo según su valor posicional.

2.

U	d
3	17
-	1,9

U	d
3	17
-	1,9
	8

→ Como a 7 no se le puede restar 9, se presta una de las unidades que se convierte en 10 décimas más las 7 que ahí estaban, entonces se convierte a 17 décimas.

Resta $17 - 9 = 8$ décimas.

3.

U	d
2	1
-	1,9
1	8

→ Como el 3 prestó una unidad, quedó 2 unidades, luego la resta sería $2 - 1 = 1$. Anota el resultado en la casilla de las unidades y coloca la coma decimal bajo las otras.

R: A Diana le falta recorrer 1,8 km.

Comprende

Con los números decimales se puede **restar prestando**, tal como se hizo en la resta de números naturales; teniendo cuidado que las comas decimales queden una debajo de la otra o en la misma posición.

Desarrollo sostenible

Realizar algún tipo de ejercicio diariamente fortalece los músculos, los huesos, el corazón, y los pulmones, mejora también la postura y reduce las posibilidades de padecer muchas enfermedades, por ejemplo la diabetes.

Cuando al lado izquierdo de la coma no queda ningún número, se coloca un 0.



Observa cómo se hace

¿Cuál es el resultado de $2,4 - 1,7$?

- Coloca el minuendo y sustraendo en forma vertical.
- Resta décimas con décimas. Como a 4 no se le puede restar 7, se le pide prestado uno (1) a las unidades que equivale a 10 décimas: $14 - 7 = 7$.
- Resta unidades con unidades. Como 2 le prestó 1 unidad a las décimas, se transforma en 1: $1 - 1 = 0$.
- Se coloca en la respuesta la coma decimal debajo de las otras comas.

$$\begin{array}{r} \overset{1}{\cancel{2}}, \overset{14}{4} \\ - 1, 7 \\ \hline 0, 7 \end{array}$$

Se coloca 0

R: $2,4 - 1,7 = 0,7$

Resuelve

1. Efectúa las restas.

a. $7,3 - 1,7$

b. $4,2 - 2,9$

c. $2,4 - 1,6$

2. En la carrera de 100 metros Paola tardó 12,9 segundos en llegar a la meta y Mateo tardó 14,3 segundos. ¿Cuántos segundos después de Paola llegó Mateo?



Desafíate

1. Completa el cuadrado mágico. La suma de las filas y de las columnas es 16.

5,4		8,6
	6,7	3,1



3.3 Resta de números decimales hasta las centésimas sin pedir prestado

Analiza

Andrea y Kevin tenían 3,24 balboas y compraron un paquete de galletas que costó 1,12 balboas. ¿Cuánto dinero les sobró?

Soluciona

Resuelve la resta: $3,24 - 1,12$.

1.

U	d	c
3	2	4
- 1	1	2
<hr/>		



Coloca el minuendo y sustraendo según su valor posicional.

2.

U	d	c
3	2	4
- 1	1	2
<hr/>		
		2



Resta las centésimas:
 $4 - 2 = 2$.

3.

U	d	c
3	2	4
- 1	1	2
<hr/>		
	1	2



Resta las décimas:
 $2 - 1 = 1$.

4.

U	d	c
3	2	4
- 1	1	2
<hr/>		
2	1	2



Resta las unidades: $3 - 1 = 2$. Anótalo en la casilla de las unidades y coloca la coma decimal bajo las otras.

R: Les sobró 2,12 balboas.

Recuerda

Se coloca la coma decimal bajo las otras en el resultado.



Comprende

Los pasos para **restar decimales hasta las centésimas sin pedir prestado** son:

1. Colocar los números de modo que las comas decimales estén una bajo la otra.
2. Restar centésimas con centésimas, décimas con décimas, unidades con unidades y colocar la coma decimal en el resultado.

Observa cómo se hace

Resuelve la resta: $6,79 - 1,71$.

- Se colocan los números de modo que las comas decimales estén una bajo la otra.
- Se restan centésimas con centésimas:

$$9 - 1 = 8$$

- Se restan décimas con décimas:

$$7 - 7 = 0$$

- Se restan unidades con unidades:

$$6 - 1 = 5$$

R: $6,79 - 1,71 = 5,08$

6	,	7	9	
-	1	,	7	1
<hr/>				
5	,	0	8	

Resuelve

1. Efectúa las restas.

a. $3,16 - 2,04$

b. $4,46 - 3,24$

c. $4,57 - 3,25$

d. $2,84 - 2,13$

e. $2,35 - 1,35$

f. $5,27 - 3,17$

g. $9,48 - 9,38$

h. $11,48 - 10,28$

i. $18,27 - 11,25$

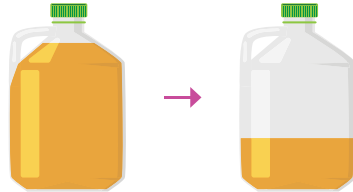
2. Daniela se dirige a visitar a su abuela que vive a $75,14$ km de su casa. Si se detiene a desayunar en un restaurante que está a $20,03$ km de su destino, ¿cuántos kilómetros habrá recorrido?



3.4 Resta de números decimales hasta las centésimas pidiendo prestado

Analiza

Diego compró 3,75 litros de jugo para una fiesta y se bebieron 2,58 litros. ¿Cuántos litros de jugo sobraron?



¿Sabías que...?

3,75 litros es aproximadamente lo mismo que un galón.

Soluciona

Para resolver el problema se efectúa la resta: $3,75 - 2,58$.

1.

U	d	c
3	7	5
-	2	5
		8

Coloca el minuendo y sustraendo según su valor posicional.

2.

U	d	c
3	7 ⁶	5 ¹⁵
-	2	5
		8
		7

Resta las centésimas. Como a 5 no se le puede restar 8, se pide prestada una décima y se convierte en 15 centésimas: $15 - 8 = 7$.

3.

U	d	c
3	6 ⁵	15 ⁵
-	2	5
		8
	1	7

La décima quedó reducida en 1, por lo que $6 - 5 = 1$.

4.

U	d	c
3	6 ⁵	15 ⁵
-	2	5
		8
1	1	7

Resta las unidades: $3 - 2 = 1$. Anótalo en la casilla de las unidades y coloca la coma decimal bajo las otras.

R: Sobraron 1,17 litros de jugo.



¿Qué pasaría?

Si en una resta el minuendo es un número decimal hasta las centésimas y el sustraendo es un número natural, se resuelve agregando dos ceros en el sustraendo.

Por ejemplo:

U	,	d	c
7	,	2	6
- 3	,	0	0
<hr/>			
4	,	2	6

Comprende

La resta de decimales hasta las centésimas, también se puede efectuar pidiendo prestado, como con los naturales. Recuerda colocar las comas decimales una bajo la otra, incluyendo el resultado.

Observa cómo se hace

Resuelve la resta: $4,75 - 2,78$.

- Se colocan los números de modo que las comas decimales estén una bajo la otra.
- Se restan las centésimas: Como a 5 no se le puede restar 8, se pide prestada una décima y se convierte en 15 centésimas: $15 - 8 = 7$.
- La décima quedó en 6 no se le puede restar 7, por lo que se pide prestada una unidad y se convierte en 16 décimas: $16 - 7 = 9$.
- La unidad quedó en 3, por lo que se resuelve la resta: $3 - 2 = 1$.

3	,	6	15
4	,	7	5
<hr/>			
2	,	7	8
<hr/>			
1	,	9	7

R: $4,75 - 2,78 = 1,97$

Resuelve

1. Efectúa las restas.

a. $3,73 - 1,47$

b. $5,23 - 2,31$

c. $2,14 - 1,06$



Desafiate

1. Determina los números que corresponden a cada figura para que la operación sea correcta.

D	U	,	d	c
1	2	,	5	●
-			8	▲
<hr/>				
	■	,	2	4

● = □

▲ = □

■ = □



3.5 Practica lo aprendido

1. Efectúa las siguientes restas.

a.

$$\begin{array}{r} 5,4 \\ - 2,3 \\ \hline \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{r} 1,6 \\ - 0,5 \\ \hline \end{array}$$

c.

$$\begin{array}{r} 3,6 \\ - 2,6 \\ \hline \end{array}$$

d.

$$\begin{array}{r} 4,18 \\ - 2,06 \\ \hline \end{array}$$

e.

$$\begin{array}{r} 9, \\ - 2,35 \\ \hline \end{array}$$

f.

$$\begin{array}{r} 3, \\ - 1,37 \\ \hline \end{array}$$

g.

$$\begin{array}{r} 10, \\ - 2,75 \\ \hline \end{array}$$

h.

$$\begin{array}{r} 10, \\ - 9,75 \\ \hline \end{array}$$

i.

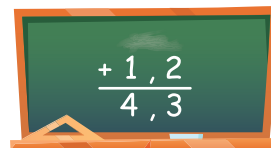
$$\begin{array}{r} 10, \\ - 0,75 \\ \hline \end{array}$$

2. Observa las figuras y responde. ¿Cuánto pesa el gato de Isabel?



Soluciona problemas

3. La profesora de 5.º grado borró el primer sumando de la pizarra antes de que Marlon copiara el ejemplo. ¿Cuál es el número que falta?



4. Joaquín pagó 2,37 balboas por un cuaderno y un llavero. Si el cuaderno costó 1,25 balboas, ¿cuánto costó el llavero?

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Identifico décimas, centésimas y milésimas en números decimales.			
Comparo números decimales usando los símbolos < (menor que), > (mayor que) o = (igual a).			
Resuelvo sumas de números decimales hasta las décimas sin llevar.			
Resuelvo sumas de números decimales hasta las décimas llevando.			
Resuelvo sumas de números decimales hasta las centésimas.			
Resuelvo restas de números decimales hasta las décimas sin pedir prestado.			
Resuelvo restas de números decimales hasta las décimas pidiendo prestado.			
Resuelvo restas de números decimales hasta las centésimas sin pedir prestado.			
Resuelvo restas de números decimales hasta las centésimas pidiendo prestado.			
Resuelvo problemas que involucran sumas con números decimales.			
Resuelvo problemas que involucran restas con números decimales.			

Multiplicación y división con números decimales



En esta unidad aprenderás a:

- Multiplicar números decimales por 10, 100 y 1000
- Dividir números decimales por 10, 100 y 1000
- Multiplicar números hasta las centésimas por un número natural
- Multiplicar un número natural por un número decimal
- Multiplicar números decimales hasta las centésimas
- Dividir números decimales hasta las centésimas entre un número natural
- Dividir números naturales cuyo cociente es un número decimal
- Dividir un número natural entre un decimal hasta las décimas
- Dividir un número decimal con divisor hasta las centésimas

Multiplicación de números decimales por números naturales

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Completa la siguiente tabla de multiplicaciones.

×	5	9	10	8
7				
5				
10				
6				

2. Efectúa las multiplicaciones.

a. 20×4

b. 43×10

c. 10×231

d. 100×5

e. 200×3

f. 1000×4

3. Efectúa las divisiones.

a. $20 \div 5 =$

b. $30 \div 3 =$

c. $30 \div 10 =$

d. $35 \div 7 =$

e. $45 \div 9 =$

f. $600 \div 100 =$

4. En una librería hay 720 borradores y se quieren empaquetar en paquetes de 10. ¿Cuántos paquetes se harán en total?

1.2 Multiplicación de números decimales por 10, 100 y 1000

Analiza

Analiza las multiplicaciones y sus resultados, y encuentra una forma fácil de multiplicar un número decimal por 10, 100 y 1000.

$1,235 \times 10 = 12,35$	$0,003 \times 10 = 0,03$
$1,235 \times 100 = 123,5$	$0,003 \times 100 = 0,3$
$1,235 \times 1000 = 1235$	$0,003 \times 1000 = 3$

Observa los movimientos de la coma decimal.



Soluciona

Cuenta los espacios que se mueve la coma decimal.

$$1,235 \times 10 = 12,35$$

$$0,003 \times 10 = 0,03$$

$$1,235 \times 100 = 123,5$$

$$0,003 \times 100 = 0,3$$

$$1,235 \times 1000 = 1235$$

$$0,003 \times 1000 = 3$$

Al multiplicar por 10, la coma decimal se mueve una vez a la derecha.

Al multiplicar por 100, la coma decimal se mueve dos veces a la derecha.

Al multiplicar por 1000, la coma decimal se mueve tres veces. No se coloca la coma ya que es un número natural.

Comprende

Al multiplicar un número decimal por 10, 100 o 1000, la coma decimal se mueve hacia la derecha según la cantidad de ceros.

Al multiplicar por 10, la coma decimal se mueve una vez a la derecha.

Al multiplicar por 100, la coma decimal se mueve dos veces a la derecha.

Al multiplicar por 1000, la coma decimal se mueve tres veces a la derecha.

Si al mover la coma decimal quedan espacios vacíos a la derecha, se escribe cero. Los ceros de la izquierda se eliminan.

Observa cómo se hace

Multiplica 1,23 por 10, 100 y 1000 respectivamente.

$$1,23 \times 10 = 12,3$$



Al multiplicar por 10 se corre la coma un lugar hacia la derecha.

$$1,23 \times 100 = 123$$



Al multiplicar por 100 se corre la coma dos lugares hacia la derecha.

$$1,23 \times 1000 = 1230$$



Al multiplicar por 1000 se corre la coma dos lugares hacia la derecha y se agrega un cero donde ya no se puede correr la coma.

Resuelve

1. Efectúa las multiplicaciones.

a. $3,261 \times 10 =$

b. $3,261 \times 100 =$

c. $3,261 \times 1000 =$

d. $2,506 \times 10 =$

e. $2,506 \times 100 =$

f. $2,506 \times 1000 =$

g. $0,006 \times 10 =$

h. $0,006 \times 100 =$

i. $0,006 \times 1000 =$

2. Encuentra el número que corresponde a cada casilla.

a. $2,456 \times \square = 245,6$

b. $34,5 \times \square = 3450$

c. $\square \times 100 = 234$

d. $0,036 \times \square = 36$

e. $0,101 \times \square = 10,1$

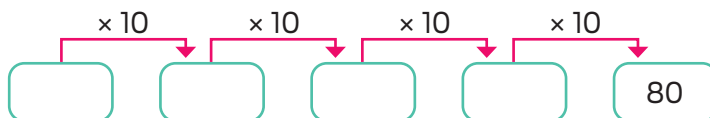
f. $\square \times 1000 = 125$

3. Ana recibe un salario de 2,53 balboas por hora. Si trabaja 10 horas, ¿cuánto gana?



Desafíate

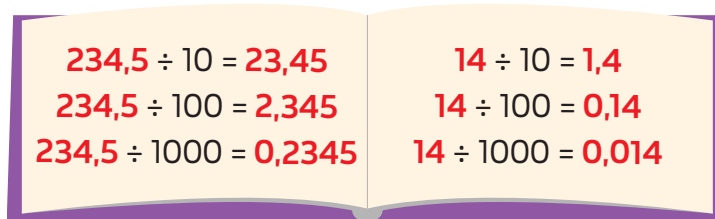
1. Completa la siguiente sucesión.



1.3 División de números decimales entre 10, 100 y 1000

Analiza

Ricardo encontró una manera sencilla para dividir un decimal entre 10, 100 y 1000. Analiza las siguientes divisiones y encuentra cómo lo hizo.



Soluciona

Observa cómo se mueve la coma decimal.

$$234,5 \div 10 = 23,45$$

$$234,5 \div 100 = 2,345$$

$$234,5 \div 1000 = 0,2345$$

Al dividir entre 10, la coma decimal se mueve una vez a la izquierda.

Al dividir entre 100, la coma decimal se mueve dos veces a la izquierda.

Se mueve tres veces la coma decimal y se escribe un cero que indica 0 unidades.

$$14 \div 10 = 1,4$$

$$14 \div 100 = 0,14$$

$$14 \div 1000 = 0,014$$

Al dividir entre 10, la coma decimal se mueve una vez a la izquierda.

Al dividir entre 100, la coma decimal se mueve dos veces, y se coloca un cero que indica 0 unidades.

Se mueve tres veces la coma decimal y se coloca un cero que indica 0 décimas y, un cero que indica 0 unidades.

En los números naturales, se asume que la coma decimal está a la derecha, pero puede no escribirse ($14 = 14,0$).



Recuerda

Todo número natural se puede expresar como una fracción y toda fracción se puede expresar como una división. Por ejemplo:

$$1,4 = \frac{14}{10} \rightarrow \frac{14}{10} = 14 \div 10 = 1,4$$

Comprende

Al **dividir un número decimal entre 10, 100 o 1000**, la coma decimal se mueve hacia la izquierda según la cantidad de ceros.

Al dividir un decimal por 10, la coma decimal se mueve una vez a la izquierda.

Al dividir por 100, se mueve dos veces a la izquierda. Al dividir por 1000, se mueve tres veces a la izquierda.

Si al mover la coma decimal quedan posiciones vacías, se escribe 0 en ellas.

Observa cómo se hace

Ejemplos resueltos

$$23,4 \div 10 = 2,34$$



Al dividir entre 10 se corre la coma un lugar hacia la izquierda.

$$23,4 \div 100 = 0,234$$



Al dividir entre 100 se corre la coma dos lugares hacia la izquierda y se coloca un cero que indica 0 unidades.

$$23,4 \div 1000 = 0,0234$$



Al dividir entre 1000 se corre la coma dos lugares hacia la izquierda y se coloca un cero que indica 0 décimas y, un cero que indica 0 unidades.

Resuelve

1. Efectúa las divisiones.

a. $231,4 \div 10 =$

b. $12,1 \div 10 =$

c. $10,2 \div 10 =$

d. $2,3 \div 100 =$

e. $231,4 \div 100 =$

f. $10,2 \div 100 =$

g. $231,4 \div 1000 =$

h. $12,1 \div 1000 =$

i. $2,3 \div 1000 =$

2. Colorea las expresiones equivalentes a 21,3.

$21,3 \div 100$

$2,13 \div 10$

$213 \div 10$

$2130 \div 100$

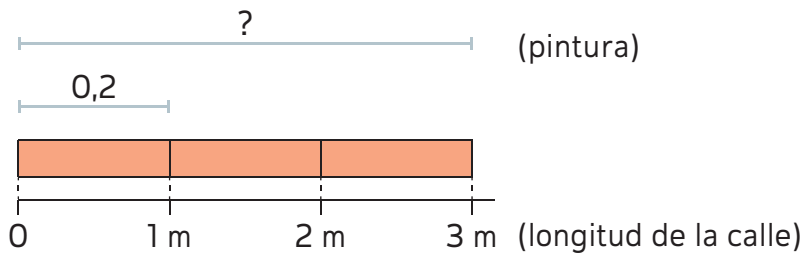
$21,3 \div 100$

3. Si 10 lápices cuestan 1,70 balboas, ¿cuánto cuesta un lápiz?

1.4 Multiplicación de números decimales transformándolos a números naturales

Analiza

Si se usan 0,2 galones de pintura para marcar un tramo de calle de 1 m de largo, ¿cuántos galones de pintura se necesitan para 3 m de esa calle?



Soluciona

La operación que permite resolver el problema es la multiplicación: $0,2 \times 3$.

$$\begin{array}{r} 0,2 \times 3 = \\ \times 10 \end{array}$$

$$2 \times 3 =$$

Convierte la multiplicación de decimales a una multiplicación de naturales, multiplicando por 10.

$$2 \times 3 = 6$$

Multiplica 2×3 .

$$\div 10$$

$$0,6$$

Como al principio se multiplicó por 10, ahora se divide el producto obtenido entre 10.

R: Se necesitan 0,6 galones.

Comprende

Para **multiplicar números decimales transformándolos a números naturales**, se siguen estos pasos:

1. Convierte el número decimal a número natural multiplicándolo por 10.
2. Multiplica los números naturales.
3. Divide el producto entre 10.

¿Sabías que...?

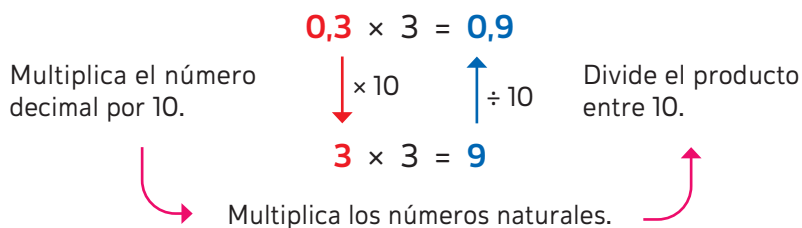
0,2 equivale a 2 décimas. Por lo que, 3 veces 2 décimas son 6 décimas que a su vez equivalen a 0,6.

Recuerda

Para dividir entre 10, se corre la coma decimal una posición a la izquierda. Para multiplicar por 10, se corre una posición a la derecha.

Observa cómo se hace

Para multiplicar $0,3 \times 3$ sigue los pasos del esquema:



Por lo tanto: $0,3 \times 3 = 0,9$

Resuelve

1. Completa las siguientes operaciones.

a. $0,4 \times 2 = \square$

$\downarrow \times 10$ $\uparrow \div 10$

$4 \times 2 = 8$

b. $0,3 \times 5 = \square$

$\downarrow \times 10$ $\uparrow \div 10$

$\square \times 5 = 15$

c. $0,7 \times 2 = \square$

$\downarrow \times 10$ $\uparrow \div 10$

$\square \times \square = 14$

2. Efectúa las siguientes multiplicaciones.

a. $0,2 \times 4$

b. $0,4 \times 6$

c. $0,5 \times 6$

d. $0,3 \times 2$

e. $0,5 \times 4$

f. $0,6 \times 5$

3. Andrea prepara una receta que requiere 6 tazas de leche. Si la taza que utiliza para medir le caben 0,3 litros aproximadamente, ¿cuántos litros de leche necesita?

1.5 Multiplicación de números hasta las décimas por un número natural

Analiza

Un tanque se llenó al vaciar en él 36 veces el agua de un recipiente cuya capacidad es de 2,7 litros. ¿Cuántos litros de agua contiene el tanque?



$2,7 \times 36$ es 36 veces 27 décimas.



Soluciona

Para resolver el problema se realiza una multiplicación: $2,7 \times 36$.

- Observa el procedimiento.

$$\begin{array}{r} 2,7 \\ \times 36 \\ \hline \end{array}$$

Se coloca el multiplicando y el multiplicador de forma vertical.

$$\begin{array}{r} \overset{2}{4} 2,7 \\ \times 36 \\ \hline 162 \\ + 81 \\ \hline 972 \end{array}$$

Se multiplica como se hace con los números naturales.

$$\begin{array}{r} 2,7 \\ \times 36 \\ \hline 162 \\ + 81 \\ \hline 97,2 \end{array}$$

Se coloca la coma decimal avanzando una posición de derecha a izquierda.

Desarrollo sostenible

Recuerda no desperdiciar el agua. Cierra el grifo mientras te enjabonas las manos y así evitarás hacer mal uso de este recurso natural.

R: El tanque contiene 97,2 litros de agua.

Comprende

Para **multiplicar números hasta las décimas por un número natural**, se siguen estos pasos:

1. Coloca el multiplicando y el multiplicador de forma vertical.
2. Multiplica como se hace con los números naturales.
3. Coloca la coma decimal avanzando una posición de derecha a izquierda.



Recuerda

Las cantidades que se llevan se colocan en la parte superior de los valores posicionales.

Observa cómo se hace

Multiplica: $5,7 \times 225$.

- Se coloca el multiplicando y el multiplicador de forma vertical, alineados a la derecha.
- Se multiplica como se hace con los números naturales:
 $5 \times 57 = 285$
 $2 \times 57 = 114$
 $2 \times 57 = 114$
- Se colocan los resultados en cada renglón dejando un espacio a la derecha en cada resultado y se suman verticalmente.
- Se coloca la coma decimal una posición de derecha a izquierda en el resultado final.

			1	
			1	
			3	
			5	, 7
×		2	2	5
		1	8	5
	1	1	4	
+	1	1	4	
	1	2	8	2, 5

R: $5,7 \times 225 = 1282,5$

Resuelve

1. Efectúa las multiplicaciones en forma vertical.

a. $2,4 \times 2$

b. $4,3 \times 2$

c. $2,5 \times 3$

d. $2,5 \times 2$

e. $3,2 \times 5$

f. $2,5 \times 4$

g. $2,5 \times 11$

h. $2,6 \times 52$

i. $5,7 \times 231$

2. Marcos lleva 11 varillas de hierro, cada una pesa 3,1 kg. ¿Cuál es el peso total que lleva?



1.6 Multiplicación de números hasta las centésimas por un número natural

Analiza

El precio de un chocolate es 1,34 balboas. Si Valeria compró 7 chocolates, ¿cuánto gastó en la compra?



Soluciona

Para resolver el problema multiplica: $1,34 \times 7$.

$$\begin{array}{r} 1,34 \\ \times \quad \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

Coloca el multiplicando y el multiplicador de forma vertical.

$$\begin{array}{r} 1,34 \\ \times \quad \quad 7 \\ \hline \end{array}$$

Realiza la multiplicación:
 134×7 .

$$\begin{array}{r} \overset{2}{1}, \overset{2}{3} 4 \\ \times \quad \quad 7 \\ \hline 9,38 \end{array}$$

Coloca la coma decimal dos posiciones de derecha a izquierda en el resultado final.

R: Valeria gastó 9,38 balboas.

Comprende

Para **multiplicar números decimales hasta las centésimas por un número natural** se siguen estos pasos:

1. Coloca el multiplicando y el multiplicador de forma vertical, alineados a la derecha.
2. Multiplica como se hace con los números naturales.
3. Coloca la coma decimal, avanzando dos posiciones de derecha a izquierda.

¿Sabías que...?

En Bocas del Toro se cultiva la mayor parte del cacao panameño, el cual se obtiene de manera sostenible, es decir de forma orgánica y en armonía con la naturaleza.

$1,34 \times 7$ es 7 veces 134 centésimas.



Observa cómo se hace

Multiplica: $1,35 \times 21$.

- Se siguen los pasos estudiados.

$$\begin{array}{r} 1,35 \\ \times \quad 21 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,35 \\ \times \quad 21 \\ \hline 135 \\ + 270 \\ \hline 2835 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,35 \\ \times \quad 21 \\ \hline 135 \\ + 270 \\ \hline 28,35 \end{array}$$

Coloca la multiplicación en forma vertical.

Multiplica como si fueran números naturales.

Se coloca la coma avanzando 2 posiciones de derecha a izquierda.

R: $1,35 \times 21 = 28,35$

Resuelve

1. Completa las multiplicaciones en forma vertical.

a. $2,41 \times 2$

$$\begin{array}{r} 2,41 \\ \times \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

b. $1,13 \times 3$

$$\begin{array}{r} 1,13 \\ \times \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

c. $2,01 \times 4$

$$\begin{array}{r} 2,01 \\ \times \quad 4 \\ \hline \end{array}$$

2. Efectúa las multiplicaciones en forma vertical.

a. $1,29 \times 2$

b. $4,31 \times 4$

c. $1,23 \times 12$

d. $2,13 \times 21$

e. $1,23 \times 132$

f. $2,46 \times 123$

3. ¿Cuántos litros de agua hay en 24 botellas, si cada una tiene 1,54 litros de capacidad?



1.7 Practica lo aprendido

1. Efectúa las multiplicaciones.

a. $3,101 \times 10 =$

b. $3,101 \times 100 =$

c. $3,101 \times 1000 =$

2. Efectúa las divisiones.

a. $770,4 \div 10 =$

b. $770,4 \div 100 =$

c. $770,4 \div 1000 =$

3. Efectúa las multiplicaciones.

a. $3,1 \times 3$

b. $2,4 \times 13$

c. $1,5 \times 234$

Soluciona problemas

4. Una pulga mide 1,5 milímetros y puede saltar una distancia equivalente a 220 veces su tamaño. ¿Cuántos milímetros de distancia puede saltar?
5. En su entrenamiento, Alonso y Pablo corren 2,26 km a alta velocidad y toman un descanso; luego, corren otro tramo de la misma forma. Si lo hacen 4 veces en un día, ¿qué distancia recorren en total?



Desafíate

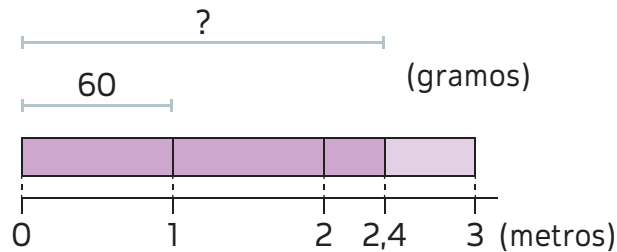
1. Julián ve en el centro comercial una oferta de camisetas. El precio normal de cada una es 12 balboas, pero cada camiseta tiene 2,25 balboas de descuento y él decide comprar 5. ¿Cuánto pagó Julián por las 5 camisas?

Multiplicación por números decimales

2.1 Multiplicación de un número natural por un número decimal

Analiza

Hay un tubo de PVC que pesa 60 gramos por metro. Si hay 2,4 m de este tubo, ¿cuánto será su peso?



Soluciona

La operación que permite resolver el problema es la multiplicación: $60 \times 2,4$.

1. Coloca el multiplicando y el multiplicador de forma vertical.

$$\begin{array}{r}
 60 \\
 \times 2,4 \\
 \hline
 240 \\
 + 120 \\
 \hline
 144,0
 \end{array}$$

2. Realiza la multiplicación: 60×24 .

3. Coloca la coma decimal una posición de derecha a izquierda en el resultado final.

R: Su peso será 144 gramos.

Comprende

Para **multiplicar un número natural por un número decimal** hasta las décimas se siguen estos pasos:

1. Coloca el multiplicando y el multiplicador en forma vertical.
2. Multiplica como si fueran números naturales.
3. Coloca la coma decimal avanzando una posición de derecha a izquierda.

Observa cómo se hace

Resuelve la multiplicación: $25 \times 1,3$.

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 1,3 \\ \hline \end{array}$$

Coloca el multiplicando y el multiplicador en forma vertical.

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 1,3 \\ \hline 75 \\ + 25 \\ \hline 325 \end{array}$$

Multiplica como si fueran números naturales.

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times 1,3 \\ \hline 75 \\ + 25 \\ \hline 32,5 \end{array}$$

Coloca la coma decimal avanzando una posición de derecha a izquierda.

R: $25 \times 1,3 = 32,5$.

Resuelve

1. Efectúa las multiplicaciones.

a. $14 \times 1,2$

b. $16 \times 2,3$

c. $25 \times 4,3$

d. $46 \times 3,2$

e. $29 \times 7,5$

f. $94 \times 3,3$

2. Un tubo de PVC de 1 m pesa 42 gramos. Si hay 5,6 m de este tubo, ¿cuánto será su peso?



2.2 Multiplicación de números decimales hasta las décimas



Analiza

Se usan 3,7 litros de pintura para un tramo de calle de 1 m de largo. ¿Cuántos litros de pintura se necesitan para pintar 1,3 m de esa calle?

Soluciona

Resuelve la multiplicación: $3,7 \times 1,3$.

- Convierte la multiplicación de números decimales a una multiplicación de números naturales, multiplicando los factores por 10.

$$\begin{array}{r} 3,7 \\ \times 1,3 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\begin{array}{l} \times 10 \\ \times 10 \end{array}} \begin{array}{r} 37 \\ \times 13 \\ \hline \end{array}$$

- Realiza la multiplicación 37×13 .

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 13 \\ \hline 111 \\ + 37 \\ \hline 481 \end{array}$$

- Como se multiplicaron ambos factores por 10, el producto se multiplicó por 100. Entonces se divide el producto obtenido entre 100.

$$481 \div 100 = 4,81$$

R: Se necesitan 4,81 litros de pintura.

Comprende

Para **multiplicar números decimales hasta las décimas** se siguen estos pasos:

1. Coloca el multiplicando y el multiplicador en forma vertical.
2. Multiplica como si fueran números naturales.
3. Coloca la coma decimal avanzando 2 posiciones de derecha a izquierda.



Recuerda

Multiplicar dos veces 10 da como resultado 100:

$$10 \times 10 = 100$$

Observa cómo se hace

Multiplica $2,7 \times 1,3$.

$$\begin{array}{r} 2,7 \\ \times 1,3 \\ \hline \end{array}$$

Coloca la multiplicación en forma vertical.

$$\begin{array}{r} 2,7 \\ \times 1,3 \\ \hline 81 \\ + 27 \\ \hline 351 \end{array}$$

Multiplica como si fueran números naturales.

$$\begin{array}{r} 2,7 \\ \times 1,3 \\ \hline 81 \\ + 27 \\ \hline 3,51 \end{array}$$

Se coloca la coma avanzando 2 posiciones de derecha a izquierda.

Observa que la cantidad de cifras decimales entre los factores suma 2 decimales y el producto queda con 2 cifras decimales.



R: $2,7 \times 1,3 = 3,51$.

Resuelve

1. Efectúa las multiplicaciones en forma vertical.

a. $2,3 \times 3,2$

b. $4,2 \times 1,3$

c. $2,3 \times 4,1$

d. $1,4 \times 2,2$

e. $3,2 \times 1,7$

f. $3,3 \times 3,2$

2. La tasa de aplicación de un fertilizante es de 2,3 kg por hectárea. Si va a abonarse un terreno de 1,5 hectáreas, ¿cuántos kilogramos de fertilizante se necesitan?



2.3 Multiplicación de números decimales hasta las centésimas

Analiza

Para pintar 1 m^2 de un mural se utilizan 1,31 litros de pintura. ¿Cuántos litros se necesitan para $4,2 \text{ m}^2$ del mural?

Soluciona

Se resuelve la multiplicación: $1,31 \times 4,2$.

- Convierte la multiplicación de números decimales a una multiplicación de números naturales, multiplicando los factores por 100 y 10, respectivamente.

$$\begin{array}{r} 1,31 \\ \times 4,2 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\begin{array}{l} \times 100 \\ \times 10 \end{array}} \begin{array}{r} 131 \\ \times 42 \\ \hline \end{array}$$

- Realiza la multiplicación 131×42 .

$$\begin{array}{r} 1,31 \\ \times 4,2 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\begin{array}{l} \times 100 \\ \times 10 \end{array}} \begin{array}{r} 131 \\ \times 42 \\ \hline 262 \\ + 524 \\ \hline 5502 \end{array}$$

- Como se multiplicaron los factores por 100 y 10, el producto se multiplicó por 1000 ($100 \times 10 = 1000$). Entonces se divide el producto obtenido entre 1000.

$$5502 \div 1000 = 5,502$$

R: Se necesitan 5,502 litros de pintura.

Comprende

Para **multiplicar números decimales hasta las centésimas** se siguen estos pasos:

1. Coloca el multiplicando y el multiplicador en forma vertical.
2. Multiplica como si fueran números naturales.
3. Coloca la coma decimal avanzando 3 posiciones de derecha a izquierda en el producto.

El multiplicando tiene dos cifras decimales y se multiplica por 100 para convertirlo en natural, y el multiplicador tiene una cifra decimal. Por lo tanto, se multiplica por 10 para convertirlo en natural.



Observa cómo se hace

Multiplica $3,12 \times 3,2$.

$$\begin{array}{r} 3,12 \\ \times \quad 3,2 \\ \hline \end{array}$$

Coloca la multiplicación en forma vertical.

$$\begin{array}{r} 3,12 \\ \times \quad 3,2 \\ \hline 624 \\ + 936 \\ \hline 9984 \end{array}$$

Multiplica como con los números naturales.

$$\begin{array}{r} 3,12 \\ \times \quad 3,2 \\ \hline 624 \\ + 936 \\ \hline 9,984 \end{array}$$

Coloca la coma avanzando 3 posiciones de derecha a izquierda.

$$\begin{array}{r} 3,12 \\ \times \quad 3,2 \\ \hline 624 \\ + 936 \\ \hline 9,984 \end{array}$$

Observa que la cantidad de cifras decimales entre los factores suma 3 decimales y el producto queda con tres cifras decimales.

R: $3,12 \times 3,2 = 9,984$

Resuelve

1. Efectúa las multiplicaciones en forma vertical.

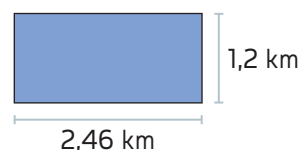
a. $2,12 \times 1,3$

b. $2,22 \times 4,3$

c. $1,23 \times 12,1$

2. Si un metro de tela cuesta 3,21 balboas, ¿cuánto cuestan 2,4 metros de esa tela?

3. Marcos compra un terreno con las medidas indicadas en la figura. ¿Cuál es el área del terreno?



Recuerda que el área de un rectángulo es igual al producto del largo y el ancho.





Recuerda

Para multiplicar números decimales:

1. Se coloca la multiplicación en forma vertical.
2. Se multiplica como números naturales.
3. Se coloca la coma en el producto avanzando las posiciones que correspondan de derecha a izquierda.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 3,7 \\
 \times 0,3 \\
 \hline
 111
 \end{array}$$

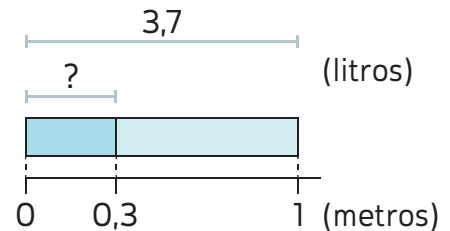
2.4 Multiplicación de números decimales con multiplicador menor que 1

Analiza

Se usan 3,7 litros de pintura para un tramo de calle de 1 m de largo. ¿Para pintar 0,3 m se necesitará más de 3,7 litros o menos? Explica sin realizar cálculos.

Soluciona

Si 1 m se pinta con 3,7 litros, entonces 0,3 m pueden pintarse con menos de 3,7 litros.



Comprende

Cuando el multiplicador es un número menor que 1, el resultado es menor que el multiplicando.

Cuando el multiplicador es un número mayor que 1, el resultado es mayor que el multiplicando.

Resuelve

1. Encierra la multiplicación cuyo resultado sea menor que 8, sin efectuarla.
 - a. $8 \times 2,3$
 - b. $8 \times 0,8$
 - c. $8 \times 1,3$
2. Explica para cada caso si el resultado de la multiplicación será menor o mayor que el multiplicando, sin efectuar la multiplicación.
 - a. $9,1 \times 1,3$
 - b. $3,26 \times 0,4$
 - c. $3,2 \times 0,7$
3. En 1 m^2 de terreno se cosechan 7,5 kilos de papas. Si se utilizan $0,5 \text{ m}^2$ del terreno, ¿la cosecha de papas será menor o mayor que 7,5 kilos? Explica tu respuesta.

2.5 Practica lo aprendido

1. Actividad

a. $90 \times 0,6$

b. $3,5 \times 2,3$

c. $5,32 \times 2,4$

Soluciona problemas

2. Un carro deportivo consume 0,71 litros de combustible para recorrer 1 km, ¿cuánto combustible consumirá en 53,4 km?

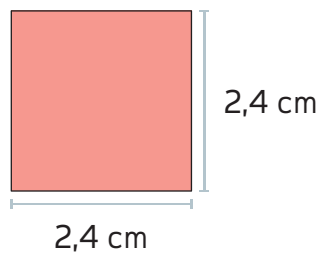
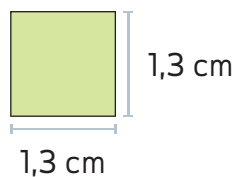


3. Belkys compró 8 docenas de huevos. Si cada docena cuesta 1,88 balboas, ¿cuánto pagó en total?
4. Manuel va al supermercado y observa que 1 libra de pollo cuesta 1,65 balboas. Si toma una bandeja con un peso de 0,6 libras, ¿cuánto paga por la bandeja de pollo?



Desafíate

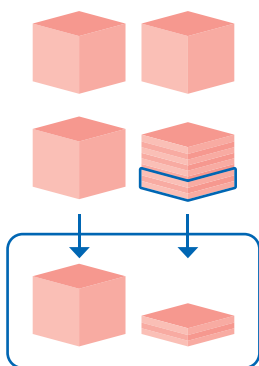
1. Calcula el área de cada cuadrado.



División de números decimales entre números naturales

3.1 División de números decimales transformándolos a números naturales

Puedes representar 3,9 con los cubos multibase y repartir en 3 partes.



Analiza

Si se reparten 3,9 m de tela en 3 partes, ¿cuántos metros tendrá cada parte?

Soluciona

Se resuelve la división: $3,9 \div 3$.

- Convierte la división de decimales a una división de naturales, multiplicando el número decimal por 10.

$$\begin{array}{r} 3,9 \div 3 = \\ \downarrow \times 10 \\ 39 \div 3 = \end{array}$$

- Realiza la división $39 \div 3$.

$$39 \div 3 = 13$$

- Como al principio se multiplicó por 10, ahora se divide el producto obtenido entre 10.

$$\begin{array}{r} 3,9 \div 3 = 1,3 \\ \downarrow \times 10 \qquad \uparrow \div 10 \\ 39 \div 3 = 13 \end{array}$$

R: Cada parte tendrá 1,3 m.

Comprende

Para **dividir números decimales hasta las décimas, por un número natural** se siguen estos pasos:

1. Convierte el número decimal a natural multiplicándolo por 10.
2. Divide los números naturales.
3. Divide el cociente entre 10.

Observa cómo se hace

Divide: $0,8 \div 4$.

Convierte el número decimal a natural multiplicándolo por 10.

$$0,8 \div 4 = 0,2$$

$\downarrow \times 10$

$$8 \div 4 = 2$$

$\uparrow \div 10$

Divide el cociente entre 10.

Divide los números naturales.

R: $0,8 \div 4 = 0,2$.

Resuelve

1. Completa las divisiones.

a. $0,6 \div 3 = \square$

$\downarrow \times 10$

$$6 \div 3 = 2$$

$\uparrow \div 10$

b. $1,8 \div 6 = \square$

$\downarrow \times 10$

$$\square \div 6 = 3$$

$\uparrow \div 10$

c. $2,5 \div 5 = \square$

$\downarrow \times 10$

$$\square \div \square = \square$$

$\uparrow \div 10$

2. Efectúa las siguientes divisiones.

a. $0,8 \div 2$

b. $0,9 \div 3$

c. $0,6 \div 2$

d. $3,2 \div 4$

e. $4,8 \div 6$

f. $6,3 \div 7$

3. Valeria corta una cinta roja de 1,6 m en 2 trozos iguales. ¿Cuántos metros mide cada trozo?



3.2 División de números hasta las décimas entre un número natural de 1 cifra

Analiza

Se reparten equitativamente 3,9 litros de jugo entre 3 niños. ¿Cuántos litros le corresponden a cada niño?



Soluciona

Se resuelve la división: $3,9 \div 3$.

- Divide hasta la posición de las unidades.

$$\begin{array}{r} \text{U d} \\ 3,9 \div 3 = 1 \\ - 3 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{U}$$

- Coloca la coma decimal en el cociente y baja las décimas.

$$\begin{array}{r} \text{U d} \\ 3,9 \div 3 = 1, \\ - 3 \\ \hline 09 \end{array} \quad \text{U}$$

- Sigue dividiendo como si fuera un número natural.

$$\begin{array}{r} \text{U d} \\ 3,9 \div 3 = 1,3 \\ - 3 \\ \hline 09 \\ - 9 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{U d}$$

R: A cada niño le corresponde 1,3 litros de jugo.

Comprende

Para **dividir un número decimal hasta las décimas entre un número natural** se siguen estos pasos:

1. Divide el dividendo hasta la posición de las unidades.
2. Coloca la coma decimal en el cociente y baja las décimas.
3. Continúa con la división como si fuera un número natural.



Recuerda

Para representar el orden posicional de los números se utilizan las siguientes siglas:

C: centenas

D: decenas

U: unidades

d: décimas

c: centésimas

m: milésimas

Observa cómo se hace

Sigue los pasos que resuelven la división: $13,8 \div 3$.

1. Se divide hasta la posición de las unidades.

$$\begin{array}{r} \text{D U d} \\ 13,8 \div 3 = 4 \\ - 12 \\ \hline 1 \end{array} \quad \text{U}$$

2. Se coloca la coma decimal en el cociente y se bajan las décimas.

$$\begin{array}{r} \text{D U d} \\ 13,8 \div 3 = 4, \\ - 12 \\ \hline 18 \end{array} \quad \text{U}$$

3. Se sigue la división como si fuera un número natural.

$$\begin{array}{r} \text{D U d} \\ 13,8 \div 3 = 4,6 \\ - 12 \\ \hline 18 \\ - 18 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{U d}$$

R: $13,8 \div 3 = 4,6$

Resuelve

1. Efectúa las divisiones.

a. $4,2 \div 2$

b. $8,4 \div 6$

c. $5,2 \div 4$

d. $14,7 \div 7$

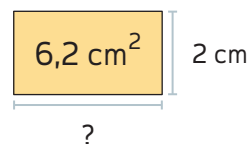
e. $21,5 \div 5$

f. $25,2 \div 3$



Desafíate

1. Si en un rectángulo el área es $6,2 \text{ cm}^2$ y la medida del ancho es 2 cm , ¿cuánto mide el largo?



3.3 División de números hasta las centésimas entre un número natural

Analiza

Andrés empaca 8,25 kg de arroz en 3 paquetes con la misma cantidad en cada uno. ¿Cuántos kilogramos coloca en cada paquete?

Soluciona

Efectúa la división: $8,25 \div 3$.

$8,25 \div 3$ es 825 centésimas dividido entre 3.



- Divide hasta la posición de las unidades.

$$\begin{array}{r} \text{U d c} \\ 8,25 \div 3 = 2 \\ - 6 \\ \hline 2 \end{array} \quad \text{U}$$

- Coloca la coma decimal, en el cociente y baja las décimas.

$$\begin{array}{r} \text{U d c} \\ 8,25 \div 3 = 2, \\ - 6 \\ \hline 22 \end{array} \quad \text{U}$$

- Sigue dividiendo como si fuera un número natural.

$$\begin{array}{r} \text{U d c} \\ 8,25 \div 3 = 2,75 \\ - 6 \\ \hline 22 \\ - 21 \\ \hline 15 \\ - 15 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{U d c}$$

Comprende

Para **dividir un número decimal hasta las centésimas entre un número natural** el proceso es el mismo:

1. Divide el dividendo hasta la posición de las unidades.
2. Coloca la coma decimal en el cociente y baja las décimas.
3. Continúa con la división como si fuera un número natural.

Observa cómo se hace

Sigue los pasos para resolver la división: $48,93 \div 21$.

- Divide hasta la posición de las unidades.

$$\begin{array}{r} \text{D U d c} \\ 48,93 \div 21 = 2 \\ -42 \\ \hline 6 \end{array}$$

- Coloca la coma decimal en el cociente y baja las décimas.

$$\begin{array}{r} \text{D U d c} \\ 48,93 \div 21 = 2, \\ -42 \\ \hline 69 \end{array}$$

- Sigue dividiendo como si fuera un número natural.

$$\begin{array}{r} \text{D U d c} \\ 48,93 \div 21 = 2,33 \\ -42 \\ \hline 69 \\ -63 \\ \hline 63 \\ -63 \\ \hline 0 \end{array}$$

R: $48,93 \div 21 = 2,33$

¿Sabías que...?

Puedes estimar el cociente de la división de la siguiente forma:

Como $21 \times 2 = 42$ y $48,93$ es mayor que 42 , el cociente será un poco mayor que 2 .

Resuelve

1. Efectúa las siguientes divisiones.

a. $5,94 \div 2$

b. $6,92 \div 4$

c. $64,75 \div 35$



Desafíate

- Marta estaba resolviendo una multiplicación y accidentalmente borró el multiplicando, ¿cuál era ese valor?

$$\text{[Crossed out]} \times 2 = 4,82$$



3.4 División de números decimales con cociente menor que 1

Analiza

Efectúa la siguiente división: $1,38 \div 3$

Soluciona

Divide hasta las unidades $1 \div 3$. Como el dividendo es menor que el divisor ($1 < 3$) coloca **0** y la coma decimal en el cociente.

$$\begin{array}{c} \text{U d c} \\ \rightarrow \text{①},38 \div \text{③} = \text{0,} \\ \text{U} \end{array}$$

Toma la siguiente cifra, es decir las décimas, formando el dividendo (**13**) y divide entre 3.

$$\begin{array}{c} \text{U d c} \\ \rightarrow \text{1},\text{3}8 \div 3 = \text{0},\text{4} \\ \underline{- 12} \quad \text{U d} \end{array}$$

Sigue dividiendo como si fuera un número natural.

$$\begin{array}{c} \text{U d c} \\ \rightarrow \begin{array}{r} 1,38 \div 3 = 0,46 \\ \underline{- 12} \\ 18 \\ \underline{- 18} \\ 0 \end{array} \quad \text{U d c} \end{array}$$

R: $1,38 \div 3 = 0,46$

Comprende

Cuando el dividendo es menor que el divisor, el cociente de la división es menor que 1.

Para **dividir números decimales con cociente menor que 1** el proceso a seguir es:

1. Coloca 0 y una coma decimal en el cociente.
2. Divide incluyendo las décimas.
3. Continúa con el proceso de división como si fuera un número natural.



Recuerda

Puedes estimar el cociente de la siguiente forma:

Como 3 no cabe ni una vez en 1,38, el cociente será menor que 1.

Observa cómo se hace

Calcula $13,44 \div 24$.

- En la división hasta las unidades, el dividendo es menor que el divisor ($13 < 24$), por lo que se coloca **0** en el cociente y luego la coma decimal.
- Se divide incluyendo las décimas ($134 \div 24$).
- Se continúa con la división como si fuera un número natural.

$$\begin{array}{r} \text{D U d c} \\ \boxed{13},44 \div \boxed{24} = 0,56 \\ - 120 \\ \hline 144 \\ - 144 \\ \hline 0 \end{array}$$

U d c

R: $13,44 \div 24 = 0,56$

Resuelve

1. Efectúa las divisiones.

a. $1,48 \div 4$

b. $2,76 \div 6$

c. $1,71 \div 3$

d. $0,75 \div 5$

e. $0,86 \div 2$

f. $12,72 \div 53$

g. $21,32 \div 41$

Como en las divisiones el dividendo es menor que el divisor, se coloca 0 en las unidades del cociente.



2. Valeria pagó 2,56 balboas en la librería al comprar 8 borradores con el mismo precio. ¿Cuánto vale cada borrador?



3.5 División entre números naturales cuyo cociente es un número decimal

Analiza

Se reparte equitativamente una cinta de 7 m entre 5 personas, ¿cuántos metros recibe cada persona?

Soluciona

Para resolver el problema se desarrolla la división: $7 \div 5$.

Debes efectuar la división sin dejar residuo.



- Divide las unidades. \rightarrow
$$\begin{array}{r} \text{U} \\ 7 \div 5 = 1 \\ - 5 \\ \hline 2 \end{array}$$
 U
- Coloca la coma decimal en el cociente y cero en la posición de las décimas. \rightarrow
$$\begin{array}{r} \text{U} \\ 7 \div 5 = 1, \\ - 5 \\ \hline 2 \text{ 0} \end{array}$$
 U
- Sigue dividiendo como si fuera un número natural. \rightarrow
$$\begin{array}{r} \text{U} \\ 7 \div 5 = 1,4 \\ - 5 \\ \hline 2 \text{ 0} \\ - 2 \text{ 0} \\ \hline 0 \end{array}$$
 U d

R: $7 \div 5 = 1,4$.

Comprende

La **división de números naturales** puede tener como cociente un número decimal.

Se puede continuar la división de números naturales colocando la coma decimal y agregando ceros en el dividendo hasta obtener residuo cero.

Cuando el dividendo es menor que el divisor, se coloca cero en la posición de las unidades del cociente seguido de una coma decimal y se continúa con la división. En el proceso, se agregan los ceros que sean necesarios al dividendo hasta obtener residuo cero.

Observa cómo se hace

Resuelve la división: $13 \div 4$.

- Divide hasta las unidades.

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 13 \div 4 = 3 \\ - 12 \\ \hline 1 \end{array} \quad \text{U}$$

- Coloca la coma decimal en el cociente y cero en la posición de las décimas.

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 13 \div 4 = 3, \\ - 12 \\ \hline 10 \end{array} \quad \text{U}$$

- Sigue dividiendo como si fuera un número natural y coloca cero cuando sea necesario para continuar con la división.

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 13 \div 4 = 3,25 \\ - 12 \\ \hline 10 \\ - 8 \\ \hline 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array} \quad \text{U d c}$$

R: $13 \div 4 = 3,25$

Resuelve

1. Efectúa las divisiones. Agrega ceros en el dividendo hasta obtener residuo cero.

a. $3 \div 2$

b. $6 \div 4$

c. $5 \div 10$

d. $16 \div 5$

e. $14 \div 8$

f. $4 \div 16$

3.5 Practica lo aprendido

1. Resuelve las divisiones.

a. $8,4 \div 4$

b. $20,1 \div 3$

c. $9,65 \div 5$

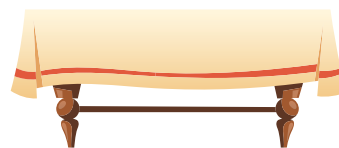
d. $19,52 \div 32$

e. $12 \div 5$

f. $19 \div 4$

Soluciona problemas

2. Si se necesitan 4,8 metros de tela de colores para decorar 3 manteles, ¿cuántos metros se necesitan para decorar 1 mantel?



3. La señora Maribel reparte equitativamente 32,75 balboas entre sus 5 hijos. ¿Cuánto dinero le toca a cada uno?

4. Se tienen 0,36 litros de jugo y se reparten equitativamente en 3 vasos. ¿Qué cantidad de jugo contiene cada vaso?

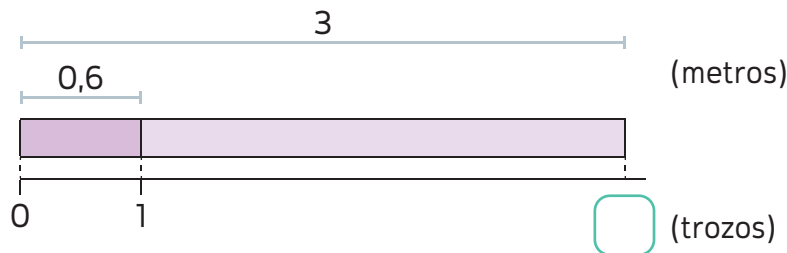


División entre números decimales

4.1 División de un número natural entre un decimal, transformando el decimal a natural

Analiza

Miguel corta una cinta de 3 m en trozos de 0,6 m de longitud. ¿Cuántos trozos obtiene?



Soluciona

Se resuelve la división: $3 \div 0,6$.

- Convierte la división de decimales a una división de naturales multiplicando por 10 el dividendo y el divisor para que el cociente sea el mismo.

$$\begin{array}{r} 3 \div 0,6 \\ \downarrow \times 10 \quad \downarrow \times 10 \\ 30 \div 6 \end{array}$$

- Realiza la división $30 \div 6$.

$$\begin{array}{r} 3 \div 0,6 = 5 \\ \downarrow \times 10 \quad \downarrow \times 10 \quad \uparrow \\ 30 \div 6 = 5 \end{array}$$

Por lo tanto, $3 \div 0,6 = 5$.

R: Miguel obtiene 5 trozos de cinta.

También puedes convertir los metros a centímetros multiplicando por 100 el dividendo y el divisor. La división queda con números mayores:

$$300 \div 60 = 5$$



Comprende

Cuando se **divide un número natural entre un número decimal hasta las décimas** se siguen estos pasos:

1. Convierte a una división de naturales multiplicando por 10 el dividendo y el divisor.
2. Efectúa la división como si fueran números naturales.

Observa que al multiplicar el dividendo y el divisor por un mismo número el cociente no cambia.



Observa cómo se hace

Resuelve la división: $12 \div 0,5$.

- Se convierte a una división de naturales multiplicando por 10 el dividendo y el divisor.
- Se divide como si fueran números naturales.

$$\begin{array}{r} 12 \div 0,5 = \boxed{24} \\ \downarrow \times 10 \quad \downarrow \times 10 \quad \uparrow \\ 120 \div 5 = 24 \end{array}$$

R: $12 \div 0,5 = 24$

Resuelve

1. Completa las divisiones.

a. $5 \div 0,2 = \square$

$$\begin{array}{r} \downarrow \times 10 \quad \downarrow \times 10 \quad \uparrow \\ \square \div \square = 25 \end{array}$$

b. $4 \div 0,8 = \square$

$$\begin{array}{r} \downarrow \times 10 \quad \downarrow \times 10 \quad \uparrow \\ \square \div \square = \square \end{array}$$

c. $7 \div 1,4 = \square$

$$\begin{array}{r} \downarrow \times 10 \quad \downarrow \times 10 \quad \uparrow \\ \square \div \square = \square \end{array}$$

2. Efectúa las siguientes divisiones.

a. $8 \div 0,1$

b. $10 \div 0,2$

c. $16 \div 0,8$

2. Mario desea llenar frascos de miel con capacidad para 0,7 litros. Si Mario posee 14 litros de miel, ¿cuántos frascos llenará?



4.2 División de números naturales entre un número decimal hasta las décimas

Analiza

Un tubo de PVC de 1,5 m pesa 63 gramos. ¿Cuántos gramos pesa 1 m de ese tubo?

Soluciona

Realiza la división $63 \div 1,5$ en forma vertical.

D U

$$63 \div 1,5 =$$

→ Escribe el dividendo y el divisor.

C D U

$$630, \div 1,5, =$$

→ Mueve la coma decimal una posición a la derecha en el dividendo y en el divisor. Agrega 0 en el dividendo, pues quedó un espacio a la izquierda de la coma.

C D U

$$\begin{array}{r} 630, \div 1,5, = 42 \\ - 60 \\ \hline 30 \\ - 30 \\ \hline 0 \end{array}$$

→ Divide como con los números naturales.

R: $63 \div 1,5 = 42$.

Comprende

Para **dividir un número natural entre un número decimal hasta las décimas** en forma vertical se siguen estos pasos:

1. Escribe el dividendo y divisor.
2. Mueve la coma decimal en el dividendo y en el divisor una posición a la derecha, y agrega 0 al dividendo.
3. Sigue dividiendo como con los números naturales.

¿Sabías que...?

Puedes estimar antes de dividir:

Si fuera 1 m:
 $63 \div 1 = 63$.

Si fueran 2 m:
 $63 \div 2 = 31,5$.

La respuesta tiene que estar entre 31,5 y 63.

Observa cómo se hace

¿Cómo se calcula $144 \div 3,2$?

- Se escribe el dividendo y el divisor.

$$\begin{array}{c} \text{C D U} \\ \rightarrow 144 \div 3,2 \end{array}$$

- Se mueve la coma decimal en el dividendo y en el divisor una posición a la derecha, agregando 0 al dividendo.

$$\begin{array}{c} \text{U M C D U} \\ \rightarrow 1440, \div 32, \end{array}$$

- Se sigue dividiendo como números naturales.

$$\begin{array}{r} \text{U M C D U} \\ 1440, \div 32, = 45 \\ \hline - 128 \\ \hline 160 \\ - 160 \\ \hline 0 \end{array}$$

R: $144 \div 3,2 = 45$

Resuelve

1. Efectúa las divisiones.

a. $36 \div 1,5$

b. $42 \div 1,2$

c. $80 \div 3,2$

d. $126 \div 2,8$

e. $189 \div 4,2$

f. $221 \div 3,4$

2. Marcos quiere cortar un alambre eléctrico de 48 m en otros de 3,2 m de longitud. ¿Cuántos trozos de esa medida obtendrá?



4.3 División de números decimales con divisor hasta las décimas

Analiza

Lucía compró 18,2 m de cinta para adornar su casa en Navidad. Si la divide en trozos de 1,4 m, ¿cuántos trozos de igual tamaño obtiene?

Soluciona

Para resolver el problema resuelve la división: $18,2 \div 1,4$.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{C} & \text{D} & \text{U} \\ \hline 1 & 8,2 & \div 1,4 = \\ \hline \end{array}$$

→ Escribe el dividendo y el divisor.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{C} & \text{D} & \text{U} \\ \hline 1 & 8,2 & \div 1,4 = \\ \hline \end{array}$$

(Red arrows indicate moving the decimal point one place to the right in both numbers.)

→ Mueve la coma decimal una posición a la derecha en el dividendo y el divisor.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{C} & \text{D} & \text{U} \\ \hline 1 & 8,2 & \div 1,4 = 13 \\ \hline \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 18,2 \\ - 14 \\ \hline 42 \\ - 42 \\ \hline 0 \end{array}$$

(DU indicates the digits 1 and 3 in the quotient.)

→ Sigue dividiendo.

En este caso no fue necesario agregar cero al dividendo, pues no quedaron espacios al mover la coma.



R: Lucía obtiene 13 trozos de igual tamaño.

Comprende

Para **dividir números decimales con divisor hasta las décimas** en forma vertical se siguen estos pasos:

1. Escribe el dividendo y el divisor.
2. Mueve la coma decimal en el dividendo y el divisor una posición a la derecha.
3. Realiza la división resultante, la cual puede ser de número natural entre número natural o una división de número decimal entre número natural.



¿Qué pasaría?

Si se multiplica por 100 el dividendo y el divisor en una división con el dividendo hasta las centésimas, se obtiene una división de números naturales. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} 29,24 \div 8,6 &= \\ 2924 \div 860 &= \\ 3,4 & \end{aligned}$$

Observa cómo se hace

Ejemplos resueltos

- Escribe el dividendo y el divisor.

$$\begin{array}{cccc} \text{D} & \text{U} & \text{d} & \text{c} \\ 2 & 9, & 2 & 4 \end{array} \div 8,6 =$$

- Mueve la coma decimal una posición a la derecha en el dividendo y el divisor.

$$\begin{array}{cccc} \text{C} & \text{D} & \text{U} & \text{d} \\ 2 & 9, & 2, & 4 \end{array} \div 8,6, =$$

- Sigue dividiendo hasta las unidades. Luego coloca la coma decimal en el cociente y continúa con la división.

$$\begin{array}{cccc} \text{C} & \text{D} & \text{U} & \text{d} \\ 2 & 9, & 2, & 4 \end{array} \div 8,6, = \begin{array}{c} 3,4 \\ \text{U} \quad \text{d} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29,24 \\ - 258 \\ \hline 344 \\ - 344 \\ \hline 0 \end{array}$$

R: $29,24 \div 8,6 = 3,4$

Resuelve

1. Efectúa las divisiones.

a. $5,2 \div 2,6$

b. $7,2 \div 2,4$

c. $4,9 \div 1,4$

d. $5,44 \div 3,2$

e. $7,68 \div 1,2$

f. $23,68 \div 6,4$

2. En un supermercado se compraron 21,45 balboas de carne. Si cada libra cuesta 6,5 balboas, ¿cuántas libras de carne se compraron?



4.4 División de números decimales con divisor hasta las centésimas

Analiza

La señora Nadia reparte 4,9 balboas entre sus hijos. Si entrega a cada uno 2,45 balboas. ¿Cuántos hijos tiene?

Soluciona

Resuelve la división $4,9 \div 2,45$.

U d

$$4,9 \div 2,45 =$$

→ Escribe el dividendo y el divisor.

C D U

$$4,90 \div 2,45 =$$

→ Mueve la coma decimal dos posiciones a la derecha en el dividendo y en el divisor, pues así se convierte el divisor en un número natural. Agrega 0 al dividendo, pues queda un espacio a la izquierda de la coma.

C D U

$$\begin{array}{r} 4,90 \div 2,45 = 2 \\ - 490 \\ \hline 0 \end{array}$$

→ Sigue dividiendo como números naturales.

Por lo tanto, $4,9 \div 2,45 = 2$.

R: La señora Nadia tiene 2 hijos.

Comprende

Para **dividir números decimales con divisor hasta las centésimas** se siguen estos pasos:

1. Escribe el dividendo y divisor.
2. Mueve la coma decimal en el dividendo y divisor dos posiciones a la derecha. Agrega 0 en el dividendo si es necesario.
3. Realiza la división resultante, la cual puede ser de número natural entre número natural o una división de número decimal entre número natural.



Analiza cuántas veces se debe mover la coma para que el divisor sea un número natural.



¿Sabías que...?

Cuando un número se divide entre:

- Un número decimal menor que 1, el cociente es mayor que el dividendo.
- Un número decimal mayor que 1, el cociente es menor que el dividendo.

Observa cómo se hace

¿Cómo se calcula $2,784 \div 2,32$?

- Se escribe el dividendo y el divisor.

→ $\begin{array}{cccc} \text{U} & \text{d} & \text{c} & \text{m} \\ 2, & 7 & 8 & 4 \end{array} \div \begin{array}{cc} 2, & 3 & 2 & = \end{array}$

- Se mueve la coma decimal dos posiciones a la derecha en el dividendo y el divisor, hasta convertir el divisor en un número natural.

→ $\begin{array}{cccc} \text{C} & \text{D} & \text{U} & \text{d} \\ 2, & 7 & 8, & 4 \end{array} \div \begin{array}{ccc} 2, & 3 & 2, & = \end{array}$

- Se divide hasta las unidades. Coloca la coma decimal en el cociente y continúa la división.

→ $\begin{array}{cccc} \text{C} & \text{D} & \text{U} & \text{d} \\ 2, & 7 & 8, & 4 \end{array} \div \begin{array}{ccc} 2, & 3 & 2, & = \end{array} \begin{array}{c} 1, \\ 2 \end{array}$

$$\begin{array}{r} - 2 \ 3 \ 2 \\ \hline 4 \ 6 \ 4 \\ - 4 \ 6 \ 4 \\ \hline 0 \end{array}$$

R: $2,784 \div 2,32 = 1,2$.

Resuelve

1. Efectúa las divisiones.

a. $6,28 \div 3,14$

b. $16,2 \div 3,24$

c. $22,1 \div 4,25$

d. $20,57 \div 6,05$

e. $16,244 \div 5,24$

f. $18 \div 2,25$

2. Wendy pagó 46,55 balboas por 18,62 m de hierro. ¿Cuánto cuesta 1 metro de hierro?



4.5 Residuo en divisiones de números decimales entre números decimales

Analiza

Raúl tiene 2,6 m de cinta decorativa que cortará en trozos de 0,8 m para decorar un mantel.

- ¿Cuántos trozos de 0,8 m obtendrá?
- ¿Cuántos metros sobran?

Soluciona

- Realiza la división $2,6 \div 0,8$ hasta las unidades.

$$\begin{array}{c} \text{D U} \\ 2,6, \div 0,8, = \end{array}$$



Coloca los números y mueve las comas decimales una posición a la derecha en el dividendo y en el divisor.

$$\begin{array}{c} \text{D U} \\ 2 \times 6, \div 0 \times 8, = 3 \\ - 24 \\ \hline 2 \end{array}$$



Divide hasta las unidades del dividendo.

$$\begin{array}{c} \text{D U} \\ 2 \times 6, \div 0 \times 8, = 3 \\ - 24 \\ \hline 0,2 \end{array}$$

cociente

↓

U

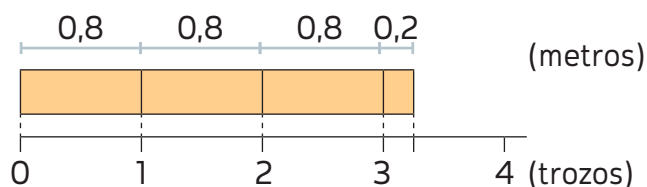
← residuo



Baja la coma decimal original del dividendo.

R: Se obtienen 3 trozos de 0,8 m.

- Como se sacaron 3 trozos de 0,8 m, se usó $3 \times 0,8 = 2,4$ m. Entonces el residuo es $2,6 - 2,4 = 0,2$.



R: Sobran 0,2 m.

Comprende

En la división de números decimales, para conocer el residuo, se divide hasta las unidades del dividendo y se coloca la coma decimal en la misma dirección de la coma inicial del dividendo.

Observa cómo se hace

Si se divide 6,8 entre 0,7, ¿cuál es el residuo?

Realiza la división:

- Se colocan los números y se mueven las comas decimales una posición a la derecha en el dividendo y en el divisor.

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ \rightarrow 6 \times 8, \div 0 \times 7, = \end{array}$$

- Divide hasta las unidades del dividendo.

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ \rightarrow \begin{array}{r} 6 \times 8, \div 0 \times 7, = 9 \\ - 6 \ 3 \\ \hline 5 \end{array} \text{U} \end{array}$$

- Baja la coma decimal original del dividendo y coloca 0 antes de la coma.

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ \rightarrow \begin{array}{r} 6 \times 8, \div 0 \times 7, = 9 \\ - 6 \ 3 \\ \hline 0,5 \end{array} \begin{array}{l} \text{cociente} \\ \downarrow \\ \text{U} \\ \leftarrow \text{residuo} \end{array} \end{array}$$

R: El residuo de $6,8 \div 0,7$ es 0,5.

Si el dividendo llega hasta las centésimas, el residuo también debe llegar hasta las centésimas.



Resuelve

1. Calcula el residuo de repartir la cantidad de litros dada en recipientes con la capacidad indicada.

a. 8,6 L en jarras de 2,5 L

b. 6,9 L en jarras de 3,1 L

c. 14,7 L en jarras de 2,4 L

d. 8,16 L en jarras de 2,3 L

e. 12,3 L en jarras de 4,3 L

f. 23,8 L en jarras de 1,3 L

4.6 Practica lo aprendido

1. Efectúa las divisiones.

a. $14 \div 0,4$

b. $147 \div 4,2$

c. $12,6 \div 3,6$

d. $11,27 \div 2,45$

e. $21,182 \div 6,23$

f. $42,12 \div 1,8$

2. Calcula el residuo de repartir la cantidad de litros dada en recipientes con la capacidad indicada.

a. 6,4 L en envases de 2,1 L

b. 5,3 L en jarras de 4,6 L

Soluciona problemas

3. Juan reparte 4,2 litros de jugo en vasos cuya capacidad es de 0,4 litros. ¿Cuántos vasos llenará? ¿Cuánto jugo sobraré?



4. En una empresa panificadora se prepara la misma cantidad de pan diariamente. Para cuatro días se compran 16,6 quintales de harina. Si la cantidad de harina usada diariamente es la misma. ¿Cuántos quintales de harina se utiliza por día?

5. Una fábrica produce 3645,6 oz de chocolate en un día y se empaca en barras que pesan 1,55 oz cada una. ¿Cuántas barras de chocolate se producen diariamente?

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Multiplico números decimales por 10, 100 y 1000.			
Divido números decimales entre 10, 100 y 1000.			
Multiplico números decimales transformándolos a números naturales.			
Multiplico números hasta las centésimas por un número natural.			
Multiplico un número natural por un número decimal.			
Multiplico números decimales hasta las centésimas.			
Multiplico números decimales con multiplicador menor que 1.			
Divido números decimales transformándolos a números naturales.			
Divido números decimales hasta las centésimas entre un número natural.			
Divido números naturales cuyo cociente es un número decimal.			
Divido un número natural entre un decimal hasta las décimas.			
Divido un número decimal con divisor hasta las centésimas.			
Determino el residuo en divisiones de números decimales entre números decimales.			

Las fracciones y los decimales



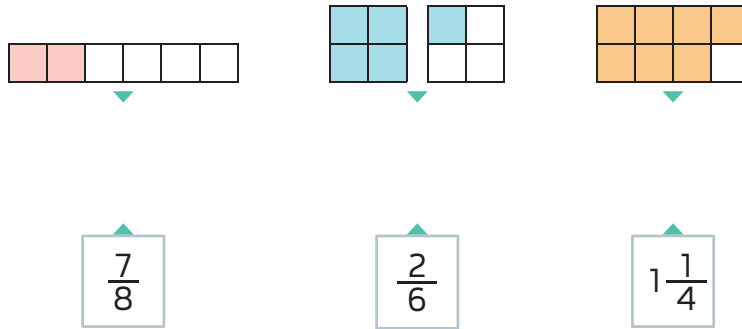
En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer fracciones propias, impropias y números mixtos
- Transformar fracciones impropias a números mixtos y viceversa
- Hallar fracciones equivalentes por amplificación y simplificación
- Homogeneizar fracciones
- Comparar fracciones
- Sumar fracciones heterogéneas
- Restar fracciones heterogéneas
- Expresar fracciones como números decimales y viceversa
- Comparar números decimales y fracciones
- Resolver sumas y restas combinadas de fracciones
- Resolver sumas y restas combinadas de fracciones y números decimales
- Multiplicar fracciones
- Dividir fracciones

Fracciones equivalentes

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Asocia cada representación gráfica con la fracción correspondiente.



2. Escribe la fracción que corresponde según se indica.

a. Numerador: 2
Denominador: 8

R:

b. Numerador: 7
Denominador: 3

R:

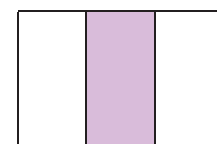
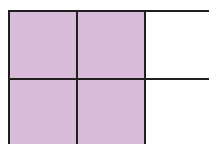
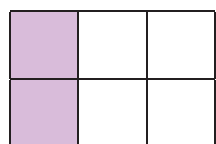
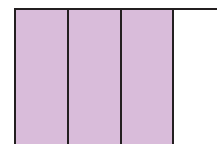
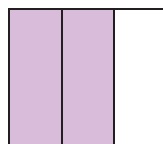
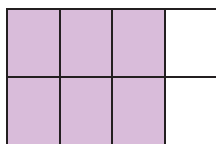
3. Representa las siguientes fracciones de forma gráfica.

a. $\frac{4}{5}$

b. $\frac{1}{3}$

c. $\frac{3}{4}$

4. Encierra con el mismo color las representaciones gráficas que corresponden a fracciones equivalentes.

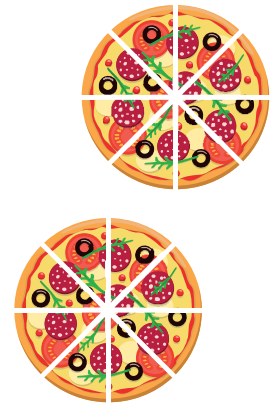


1.2 Tipos de fracciones

Analiza

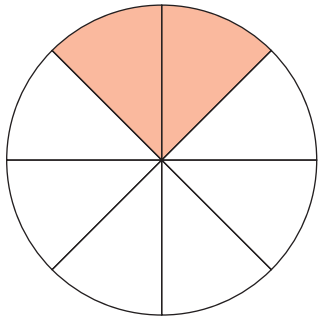
Valeria compra dos pizzas de 8 pedazos cada una para compartir con su familia. Ella se come 2 pedazos y el resto lo reparte entre los miembros de su familia.

¿Cómo se escribe de forma fraccionaria la parte de la pizza que se comió Valeria? ¿Cómo se escribe la parte que repartió?



Soluciona

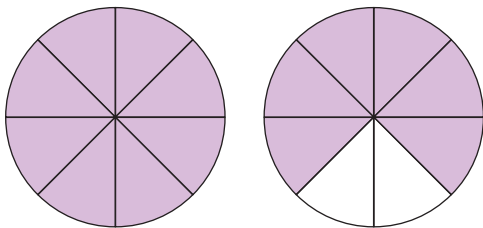
- a. Observa que la parte de la pizza que se comió Valeria se representa gráficamente de la siguiente manera:



De forma fraccionaria se escribe: $\frac{2}{8}$

Valeria se comió $\frac{2}{8}$ de una pizza.

- b. La parte que Valeria repartió entre su familia se representa gráficamente de la siguiente forma:



De forma fraccionaria se escribe: $\frac{14}{8} = 1\frac{6}{8}$

Valeria repartió un total de $1\frac{6}{8}$ de la pizza.

Observa que la fracción $1\frac{6}{8}$ representa una cantidad mayor que la fracción $\frac{2}{8}$.



Recuerda

Se considera como fracción a la representación de las partes de un todo, es decir, se divide en partes iguales y cada parte es una fracción del entero.

Comprende

Las fracciones se clasifican como:

Fracciones propias: son las que tienen el numerador menor que el denominador.

Ejemplo: $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{21}$, etc.

Fracciones impropias: son las que tienen el numerador mayor que el denominador.

Ejemplo: $\frac{9}{7}$, $\frac{23}{15}$, etc.

Números mixtos: se forman con un número natural y una parte fraccionaria.

Ejemplo: $2\frac{1}{5}$, $5\frac{7}{11}$, etc.



Recuerda

Las partes de una fracción son:

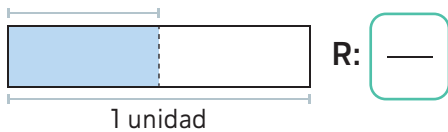
 → Numerador.

 → Denominador.

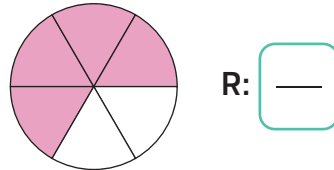
Resuelve

1. Escribe la fracción propia, impropia o número mixto que se representa en cada figura.

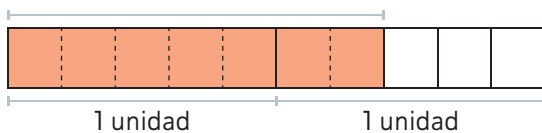
a.



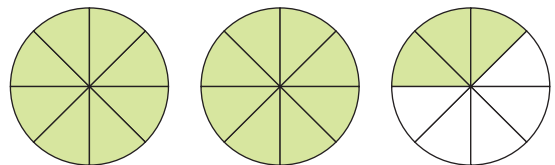
b.



c.



d.



2. Anota propia, impropia o número mixto según se clasifique cada fracción.

a. $3\frac{2}{5}$ → _____

b. $\frac{5}{2}$ → _____

c. $4\frac{1}{3}$ → _____

d. $\frac{1}{2}$ → _____

e. $\frac{9}{5}$ → _____

f. $\frac{1}{4}$ → _____

g. $\frac{7}{2}$ → _____

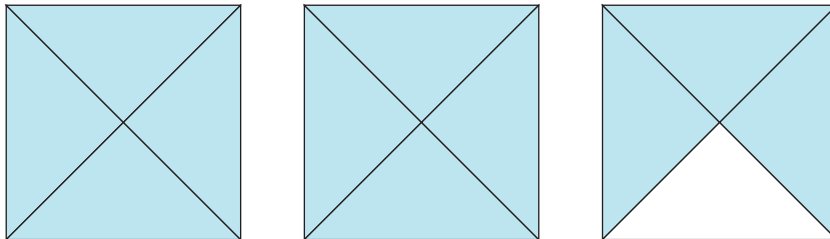
h. $3\frac{1}{5}$ → _____

i. $\frac{2}{7}$ → _____

1.3 Transformación de fracciones a números mixtos y viceversa

Analiza

Observa la siguiente representación gráfica.



Se puede expresar de forma fraccionaria de dos formas, ¿cuáles son?

Soluciona

- a. La representación gráfica anterior simboliza 2 unidades y 3 partes de la tercera unidad. Cada unidad está dividida en 4 partes iguales. Se expresa como número mixto así:

$$2\frac{3}{4}$$

- b. También se puede representar como fracción impropia, donde el denominador corresponde a la cantidad de partes en que se divide la unidad y el numerador las que están coloreadas:

$$\frac{11}{4}$$

Recuerda

El numerador representa las partes que se toman y el denominador representa las partes en que se divide la unidad.

Comprende

Una fracción impropia se puede transformar en número mixto siguiendo estos pasos:

1. Se divide el numerador entre el denominador de la fracción impropia.

$$\frac{a}{b} \rightarrow a \div b = c, \text{ residuo } r$$

2. El cociente obtenido es el número natural del número mixto. Se mantiene el mismo denominador en la fracción y el numerador corresponde al residuo de la división.

$$c\frac{r}{b}$$

El cociente de una división es el resultado y el residuo es lo que sobra.



★ ¿Sabías que...?

En el siglo XII, el libro de aritmética *Al-Juarismi* se tradujo del árabe al latín (la lengua científica en Europa). La palabra "al-kars", 'quebrar' o 'romper', se tradujo como "fractio", y de ahí viene el nombre de las fracciones.

Observa en la sección **Comprende** que $d = c \times b + r$.



También un número mixto se puede transformar en fracción impropia siguiendo estos pasos:

- 1. Numerador:** se multiplica el número natural por el denominador y al resultado se le suma el numerador de la parte fraccionaria.
- 2. Denominador:** se mantiene el mismo de la fracción del número mixto.

$$c \frac{r}{b} \rightarrow \frac{c \times b + r}{b} = \frac{d}{b}$$

Observa cómo se hace

Observa cómo se transforma una fracción impropia en número mixto y viceversa:

a. $\frac{9}{5} \rightarrow \frac{9 \div 5 = 1}{\frac{-5}{4} \rightarrow \text{residuo}} \rightarrow 1 \frac{4}{5}$

b. $1 \frac{4}{5} \rightarrow 1 \frac{4}{5} = \frac{1 \times 5 + 4}{5} = \frac{5 + 4}{5} = \frac{9}{5}$

Resuelve

1. ¿Es posible transformar una fracción propia en número mixto? Justifica tu respuesta.

2. Convierte las siguientes fracciones a número mixto.

a. $\frac{10}{3}$

b. $\frac{7}{4}$

c. $\frac{22}{6}$

3. Convierte los siguientes números mixtos a fracciones impropias.

a. $2 \frac{1}{5}$

b. $3 \frac{3}{4}$

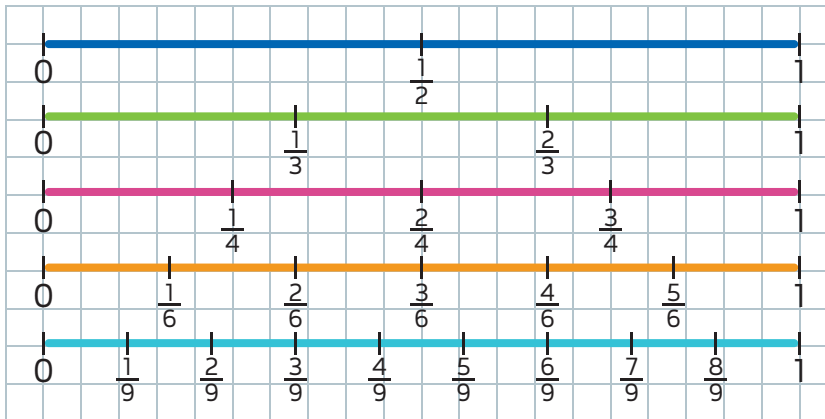
c. $4 \frac{2}{3}$



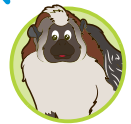
1.4 Fracciones equivalentes por amplificación y simplificación

Analiza

Observa las cintas y responde.



En las fracciones ubicadas en la cinta se dividió cada unidad de la recta en partes iguales, según indica el denominador. El numerador señala cuántas partes se consideran.



- ¿Cuáles son las fracciones equivalentes de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{3}$?
- ¿Qué tienen en común las fracciones equivalentes de $\frac{2}{3}$?

Soluciona

- Observa el muro de fracciones. Se tienen las siguientes fracciones equivalentes.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} \quad \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

- Estas fracciones son el resultado de multiplicar el numerador y el denominador de $\frac{2}{3}$ por el mismo número.

- Observa que $\frac{4}{6}$ se obtiene de multiplicar el numerador y el denominador de $\frac{2}{3}$ por 2.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$\begin{array}{c} \times 2 \\ \downarrow \\ \frac{2}{3} = \frac{4}{6} \\ \uparrow \\ \times 2 \end{array}$

- Asimismo que $\frac{6}{9}$ se obtiene de multiplicar el numerador y el denominador de $\frac{2}{3}$ por 3.

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

$\begin{array}{c} \times 3 \\ \downarrow \\ \frac{2}{3} = \frac{6}{9} \\ \uparrow \\ \times 3 \end{array}$

Recuerda

Las fracciones que representan la misma cantidad se llaman **fracciones equivalentes**, porque ocupan la misma posición en la recta numérica con unidades del mismo tamaño.

★ ¿Sabías que...?

Una fracción que se puede simplificar se llama **fracción reducible**.

Una fracción reducida a su mínima expresión se llama **fracción irreducible** o **fracción canónica**.

Para buscar divisores de números se pueden utilizar los números primos y aplicar las reglas de divisibilidad cuando sea posible. Algunos de los números primos son 2, 3, 5, 7, 11, ...



Comprende

Si se multiplica el numerador y denominador por un mismo número, se encuentra una fracción equivalente con mayor numerador y denominador. Este proceso se conoce como **amplificación**.

Si se divide el numerador y denominador por un mismo número, se encuentra una fracción equivalente. Este proceso se conoce como **simplificación**.

Si se simplifica la fracción, tantas veces hasta que ya no sea posible, se encuentra una fracción equivalente reducida a su mínima expresión. Este proceso se conoce como **simplificación al máximo**.

Observa cómo se hace

1. Encuentra una fracción equivalente $\frac{1}{9}$ mediante la amplificación. Para hacerlo, multiplica el numerador y el denominador por un mismo número, así:

$$\frac{1}{9} = \frac{4}{36} \rightarrow \frac{4}{36} \text{ es una fracción equivalente a } \frac{1}{9}.$$

Diagram showing the amplification process: $\frac{1}{9} \xrightarrow{\times 4} \frac{4}{36}$. Red arrows point from 1 to 4 and from 9 to 36, with the label $\times 4$ above and below the arrows.

2. Encuentra una fracción equivalente $\frac{6}{24}$ mediante la simplificación. Para hacerlo, divide el numerador y el denominador por un mismo número, tantas veces hasta que ya no sea posible, así:

$$\frac{6}{24} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{1}{4} \text{ es una fracción equivalente a } \frac{6}{24}.$$

Diagram showing the simplification process: $\frac{6}{24} \xrightarrow{\div 2} \frac{3}{12} \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{4}$. Red arrows point from 6 to 3 and from 24 to 12, labeled $\div 2$. Another set of red arrows points from 3 to 1 and from 12 to 4, labeled $\div 3$.

Resuelve

1. Encuentra 3 fracciones equivalentes para las siguientes fracciones por el método de amplificación.

a. $\frac{2}{5}$

b. $\frac{3}{4}$

c. $\frac{1}{7}$

2. Simplifica las fracciones.

a. $\frac{18}{24}$

b. $\frac{30}{75}$

c. $\frac{14}{28}$



Cuaderno de actividades

Trabaja en la página 53

1.5 Homogeneización de fracciones

Analiza

¿Cómo puedes transformar $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ en fracciones homogéneas?

Soluciona

Busca fracciones equivalentes de cada fracción, hasta obtener fracciones homogéneas.

• Para $\frac{2}{3}$:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$$

• Para $\frac{3}{4}$:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$

R: Las fracciones homogéneas de $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ son $\frac{8}{12}$ y $\frac{9}{12}$, respectivamente.

Comprende

Se llama **homogeneizar** el proceso de convertir dos fracciones heterogéneas en homogéneas, es decir, buscando fracciones equivalentes con igual denominador.

Para homogeneizar fracciones, se siguen estos pasos:

1. Determina el mínimo común múltiplo (m. c. m.) de los denominadores.
2. Encuentra el número por el que hay que multiplicar el numerador y el denominador de las fracciones dadas para obtener una fracción equivalente con denominador igual al m. c. m.

Cuando un denominador es múltiplo del otro, solo será necesario buscar la fracción equivalente de una de las fracciones, pues la otra ya tiene el denominador deseado.

Ejemplo: Homogeneiza $\frac{5}{8}$ y $\frac{1}{4}$.

1. Al calcular el m. c. m. de 8 y 4, se obtiene **8**.
2. Como **8** es múltiplo de 4, solo se busca la fracción equivalente a $\frac{1}{4}$ multiplicando el numerador y el denominador por **2**, $\frac{1 \times 2}{4 \times 2} = \frac{2}{8}$.

Por lo tanto, las fracciones homogéneas de $\frac{5}{8}$ y $\frac{1}{4}$ son $\frac{5}{8}$ y $\frac{2}{8}$.

Observa que para obtener fracciones homogéneas de $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$, los denominadores de las fracciones equivalentes deben ser múltiplos de 3 y 4.



El m. c. m. de 3 y 4 es 12.



Recuerda

Las **fracciones heterogéneas** tienen denominadores diferentes.

Las **fracciones homogéneas** tienen denominadores iguales.



¿Qué pasaría?

Si se homogeneiza la parte fraccionaria de números mixtos, quedan números mixtos con partes homogeneizadas. Ejemplo: Homogeneice $7\frac{2}{5}$ y $5\frac{1}{2}$.

- $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$
- $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$

Por lo tanto:

- $7\frac{2}{5} = 7\frac{4}{10}$
- $5\frac{1}{2} = 5\frac{5}{10}$

Observa cómo se hace

Para homogeneizar $\frac{2}{5}$ y $\frac{5}{3}$, se siguen estos pasos:

- Se determina el m. c. m. de los denominadores 5 y 3.
 - ◆ Múltiplos de 5: 5, 10, **15**, 20, 25, ...
 - ◆ Múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, **15**, 18, ...

Por lo que el denominador de las fracciones buscadas es 15.

- Se calculan las fracciones equivalentes de $\frac{2}{5}$ y $\frac{5}{3}$.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

$\begin{array}{c} \times 3 \\ \downarrow \\ \frac{2}{5} = \frac{6}{15} \\ \uparrow \\ \times 3 \end{array}$

$$\frac{5}{3} = \frac{25}{15}$$

$\begin{array}{c} \times 5 \\ \downarrow \\ \frac{5}{3} = \frac{25}{15} \\ \uparrow \\ \times 5 \end{array}$

R: Las fracciones homogéneas de $\frac{2}{5}$ y $\frac{5}{3}$ son $\frac{6}{15}$ y $\frac{25}{15}$, respectivamente.

Resuelve

1. Homogeneiza las fracciones.

a. $\frac{7}{15}$ y $\frac{9}{10}$

b. $\frac{6}{7}$ y $\frac{1}{2}$

c. $\frac{1}{6}$ y $\frac{7}{18}$

d. $\frac{3}{8}$ y $\frac{5}{6}$

e. $\frac{2}{5}$ y $\frac{7}{25}$

f. $\frac{1}{3}$ y $\frac{5}{6}$

2. Homogeneiza la parte fraccionaria de los números mixtos.

a. $3\frac{2}{5}$ y $3\frac{4}{7}$

b. $1\frac{2}{3}$ y $1\frac{5}{9}$

c. $5\frac{1}{4}$ y $1\frac{5}{6}$



1.6 Comparación de fracciones

Analiza

Julia tiene 5 cintas de diferentes tamaños y colores. Responde:

- ¿Cuál cinta es más larga, la verde con $\frac{4}{7}$ m o la amarilla con $\frac{1}{2}$ m?
- ¿Cuál cinta es más larga, la azul con $2\frac{2}{3}$ m o la morada con $2\frac{5}{6}$ m?



Soluciona

- Para comparar las fracciones heterogéneas $\frac{4}{7}$ y $\frac{1}{2}$, homogeneiza las fracciones.

El m. c. m. de 7 y 2 es 14. \rightarrow $\frac{4}{7} = \frac{8}{14}$ $\frac{1}{2} = \frac{7}{14}$

Ahora compara las fracciones homogéneas $\frac{8}{14}$ y $\frac{7}{14}$.

$$\frac{8}{14} > \frac{7}{14} \rightarrow \frac{4}{7} > \frac{1}{2}$$

R: La cinta verde es más larga.

- Para comparar los números mixtos $2\frac{2}{3}$ y $2\frac{5}{6}$, dado que las unidades son iguales, homogeneiza las partes fraccionarias.

Como el m. c. m. de 3 y 6 es 6, solo calcula la fracción equivalente a $\frac{2}{3}$. \rightarrow $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

Ahora compara las fracciones homogéneas $2\frac{4}{6}$ y $2\frac{5}{6}$.

$$2\frac{4}{6} < 2\frac{5}{6} \rightarrow 2\frac{2}{3} < 2\frac{5}{6}$$

R: La cinta morada es más larga.

Recuerda

Al comparar fracciones homogéneas, es mayor la fracción que tenga el numerador mayor y viceversa.

Comprende

Para **comparar fracciones heterogéneas** se homogeneizan y se comparan como fracciones homogéneas.

Para comparar números mixtos:

- Si las unidades son distintas, se comparan las unidades.
- Si las unidades son iguales, se comparan las partes fraccionarias.

Observa cómo se hace

Para comparar las fracciones heterogéneas $\frac{1}{7}$ y $\frac{1}{3}$ se homogeneizan, así:

- Se determina el m. c. m. de 7 y 3 que es 21.
- Se homogeneizan las fracciones.

$$\begin{array}{ccc} & \times 3 & \\ & \downarrow & \\ \frac{1}{7} & = & \frac{3}{21} \\ & \uparrow & \\ & \times 3 & \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} & \times 7 & \\ & \downarrow & \\ \frac{1}{3} & = & \frac{7}{21} \\ & \uparrow & \\ & \times 7 & \end{array}$$

- Se comparan las fracciones homogéneas $\frac{3}{21}$ y $\frac{7}{21}$ que resultan.

$$\frac{3}{21} < \frac{7}{21}$$

Por lo tanto, $\frac{1}{7} < \frac{1}{3}$.

Resuelve

1. Anota el signo < (menor que) o > (mayor que) según corresponda.

a. $\frac{4}{5}$ $\frac{1}{2}$

b. $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{7}$

c. $\frac{1}{6}$ $\frac{2}{9}$

d. $8\frac{5}{6}$ $8\frac{3}{10}$

e. $7\frac{8}{13}$ $2\frac{9}{11}$

f. $4\frac{2}{3}$ $4\frac{1}{6}$



Desafíate

1. Determina cuál de las fracciones es mayor y cuál es la menor.

$$\frac{1}{2} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{1}{3}$$



1.7 Practica lo aprendido

1. Escribe propia, impropia o número mixto según se clasifique cada fracción.

a. $\frac{1}{8} \rightarrow$ _____ b. $9\frac{3}{5} \rightarrow$ _____ c. $\frac{9}{7} \rightarrow$ _____

2. Transforme los números en fracciones impropias.

a. $9\frac{3}{5} \rightarrow$ b. $7\frac{2}{7} \rightarrow$ c. $8\frac{4}{9} \rightarrow$

3. Transforme las fracciones en números mixtos.

a. $\frac{11}{5} \rightarrow$ b. $\frac{19}{4} \rightarrow$

4. Coloca en el numerador el número que corresponde para formar la fracción equivalente con el denominador dado.

a. $\frac{2}{7} = \frac{\text{ } \square}{21}$ b. $\frac{24}{18} = \frac{\text{ } \square}{3}$ c. $\frac{5}{3} = \frac{\text{ } \square}{15}$

5. Homogeneiza las siguientes fracciones.

a. $\frac{4}{5}$ y $\frac{3}{4}$ b. $\frac{3}{8}$ y $\frac{5}{6}$ c. $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{5}$

6. Coloca el signo < o > según corresponda.

a. $1\frac{2}{7}$ $1\frac{1}{3}$ b. $\frac{9}{10}$ $\frac{7}{5}$ c. $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{9}$

Soluciona problemas

7. Andrés sale a correr tres veces por semana. El martes corrió $2\frac{2}{3}$ km, el jueves $2\frac{2}{6}$ km y el sábado $2\frac{4}{7}$ km. ¿Qué día corrió mayor cantidad de kilómetros?

Suma de fracciones heterogéneas

2.1 Repasa tus conocimientos

1. Realiza las sumas de fracciones homogéneas.

a. $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}$

b. $\frac{3}{12} + \frac{5}{12}$

c. $\frac{1}{6} + \frac{3}{6}$

d. $\frac{3}{9} + \frac{10}{9}$

e. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$

f. $\frac{9}{13} + \frac{3}{13}$

2. Realiza la suma de números mixtos.

a. $9\frac{3}{10} + 3\frac{4}{10}$

b. $2\frac{1}{4} + 3\frac{2}{4}$

c. $7\frac{5}{9} + 3\frac{2}{9}$

d. $1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{3}$

e. $5\frac{3}{7} + 1\frac{2}{7}$

f. $1\frac{3}{8} + 4\frac{1}{8}$

3. Daniela lleva $\frac{1}{3}$ kg de maní a la escuela para compartir con sus compañeros de clase y Eduardo $\frac{2}{3}$ kg. ¿Cuántos kilogramos de maní llevaron entre los dos?

4. Luis lee $\frac{2}{9}$ partes de un libro en su primera semana de vacaciones y en la segunda $\frac{4}{9}$. ¿Qué parte del libro leyó en total?

2.2 Suma de fracciones heterogéneas

Analiza

De un litro de jugo, Ana bebió $\frac{1}{2}$ litro y Carlos $\frac{1}{3}$ de litro, ¿qué cantidad de jugo bebieron entre los dos?

Soluciona

Resuelve la suma: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

Como las fracciones son heterogéneas se convierten en homogéneas para poder realizar la suma.

El mínimo común múltiplo (m. c. m.) de 2 y 3 es 6; por lo tanto, busca fracciones cuyo denominador sea 6.

$$\begin{array}{c} \times 3 \\ \downarrow \\ \frac{1}{2} = \frac{3}{6} \\ \uparrow \\ \times 3 \end{array} \quad \begin{array}{c} \times 2 \\ \downarrow \\ \frac{1}{3} = \frac{2}{6} \\ \uparrow \\ \times 2 \end{array}$$

Las fracciones homogéneas de $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ son $\frac{3}{6}$ y $\frac{2}{6}$, respectivamente.

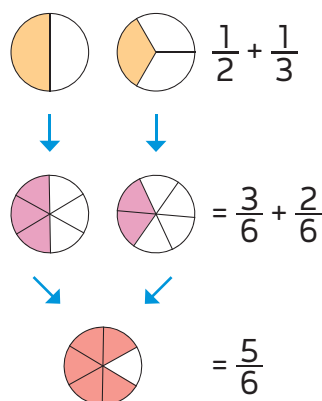
$$\text{Así que: } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

R: Entre los dos bebieron $\frac{5}{6}$ de litro de jugo.

Recuerda

Para sumar fracciones, estas deben tener el mismo denominador.

Representación gráfica



Observa la representación gráfica de la suma de fracciones para que visualices la importancia de homogeneizar.



Comprende

Para **sumar fracciones heterogéneas**:

- Homogeneiza las fracciones.
- Suma las fracciones homogéneas.
- Simplifica el resultado de ser posible.

Ejemplo:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \rightarrow \text{El m. c. m. de 3 y 6 es } \mathbf{6}.$$

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \rightarrow \text{Se suman las fracciones homogéneas.}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{Se simplifica el resultado.}$$

Recuerda como se homogeneizan las fracciones:

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{c} \times 8 \\ \downarrow \\ \frac{6}{5} = \frac{48}{40} \\ \uparrow \\ \times 8 \end{array} & \begin{array}{c} \times 5 \\ \downarrow \\ \frac{3}{8} = \frac{15}{40} \\ \uparrow \\ \times 5 \end{array} \end{array}$$



Cuando se suman fracciones heterogéneas y el resultado es una fracción impropia:

- Simplifica la fracción impropia de ser posible.
- Convierte a número mixto.

Ejemplo: Resuelve la suma: $\frac{6}{5} + \frac{3}{8}$

$$\frac{6}{5} + \frac{3}{8} = \quad \rightarrow \text{El m. c. m. de 5 y 8 es } \mathbf{40}.$$

$$\frac{48}{40} + \frac{15}{40} = \frac{63}{40} \quad \rightarrow \text{Se suman las fracciones homogéneas.}$$

$$\frac{63}{40} = 1 \frac{23}{40} \quad \rightarrow \text{Como el resultado es una fracción impropia se convierte a número mixto: } 63 \div 40 = 1 \text{ residuo } 23$$

Cálculo auxiliar

Recuerda como se divide $63 \div 40$.

$$\begin{array}{r} 63 \div 40 = 1 \\ -40 \\ \hline 23 \leftarrow \text{residuo} \end{array}$$



Observa cómo se hace

Realiza la suma $\frac{2}{5} + \frac{4}{6}$:

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{6} = \frac{12}{30} + \frac{20}{30} \quad \rightarrow \text{Se homogeneizan las fracciones.}$$

$$\frac{12}{30} + \frac{20}{30} = \frac{32}{30} \quad \rightarrow \text{Se suman las fracciones homogéneas.}$$

$$\frac{32}{30} = \frac{16}{15} \quad \rightarrow \text{Se simplifica el resultado.}$$

$$\frac{16}{15} = 1 \frac{1}{15} \quad \rightarrow \text{Se convierte la fracción impropia en número mixto.}$$

Resuelve

1. Encuentra el resultado de las sumas.

a. $\frac{1}{4} + \frac{1}{3}$

b. $\frac{3}{8} + \frac{5}{12}$

c. $\frac{1}{6} + \frac{1}{14}$

d. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

e. $\frac{3}{4} + \frac{5}{6}$

f. $\frac{7}{6} + \frac{9}{2}$

2. Julia tiene dos cintas, una mide $\frac{5}{2}$ m y la otra mide $\frac{7}{6}$ m. Si las une, ¿cuánto medirán?



2.3 Suma de números mixtos

Analiza

¿Cuál es el resultado simplificado de la suma $1\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$?

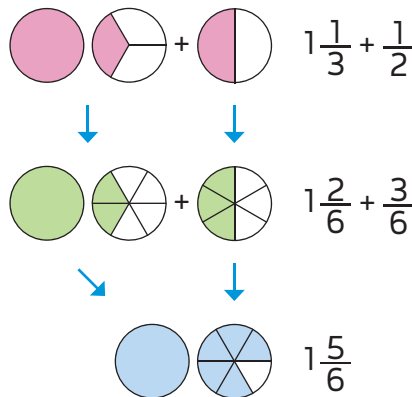
Soluciona

Homogeneiza las partes fraccionarias. El m. c. m. de 3 y 2 es 6. Por tanto, se calculan las fracciones equivalentes con 6 como denominador.

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

Representación gráfica



Así que:

$$1\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1\frac{2}{6} + \frac{3}{6}$$

$$= 1\frac{5}{6} \rightarrow \text{Suma las partes fraccionarias y se mantiene la unidad.}$$

$$\text{R: } 1\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1\frac{5}{6}$$

Comprende

Para **sumar números mixtos**:

- Suma los números naturales (la parte entera).
- Suma las partes fraccionarias ya homogeneizadas.

Si la parte fraccionaria del resultado de sumar es una fracción impropia, se convierte a número mixto y se suma a las unidades obtenidas.

Ejemplo:

$$3\frac{11}{2} = 3 + \frac{11}{2} = 3 + 5\frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$$

Recuerda

Para convertir una fracción impropia en número mixto se divide el numerador entre el denominador.

$$\frac{11}{2}$$

$$11 \div 2 = 5 \text{ residuo } 1$$

Por lo tanto:

$$\frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$$



¿Qué pasaría?

Al sumar más de dos números mixtos, se usa el mismo procedimiento. Se suman los números naturales y las partes fraccionarias homogeneizadas.

Ejemplo:

$$1\frac{1}{2} + 6\frac{3}{8} + 2\frac{3}{4} =$$

$$1\frac{4}{8} + 6\frac{3}{8} + 2\frac{6}{8} =$$

$$9\frac{13}{8} = 9 + \frac{13}{8} =$$

$$9 + 1\frac{5}{8} = 10\frac{5}{8}$$

Observa cómo se hace

Para calcular el resultado de la suma $1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2}$.

- Homogeneiza las partes fraccionarias.
 - ◆ El m. c. m. de los denominadores 3 y 2 es 6.
 - ◆ Se calculan las fracciones equivalentes con 6 como denominador:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

(Diagram showing multiplication by 2: $\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{6}$)

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

(Diagram showing multiplication by 3: $\frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{6}$)

- Se suman los números naturales y las partes fraccionarias homogeneizadas, así:

$$1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2} = 1\frac{4}{6} + 2\frac{3}{6} = 3\frac{7}{6}$$

- Como la parte fraccionaria del resultado es una fracción impropia, se transforma a número mixto y se simplifica:

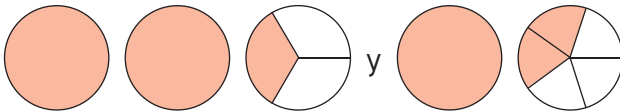
$$3\frac{7}{6} = 3 + \frac{7}{6} = 3 + 1\frac{1}{6} = 4\frac{1}{6}$$

- Por lo tanto: $1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2} = 4\frac{1}{6}$

Resuelve

1. Escribe y realiza la suma que se ha representado gráficamente

a.



2. Calcula el resultado de las siguientes sumas simplificando de ser posible.

a. $1\frac{1}{6} + \frac{2}{15}$

b. $2\frac{2}{7} + 4\frac{1}{3}$

c. $\frac{3}{10} + 3\frac{1}{4}$

d. $3\frac{7}{9} + 1\frac{8}{12}$

e. $2\frac{3}{4} + 2\frac{5}{6}$

f. $\frac{5}{8} + 5\frac{5}{12}$



2.4 Practica lo aprendido

1. Calcula el resultado de las siguientes sumas simplificando de ser posible.

a. $\frac{3}{8} + \frac{1}{2}$

b. $\frac{2}{9} + \frac{1}{6}$

c. $\frac{7}{8} + \frac{12}{16}$

d. $5\frac{2}{7} + 4\frac{3}{14}$

e. $\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$

f. $1\frac{7}{12} + 2\frac{2}{3}$

2. Antonio va a la gasolinera, el tanque tiene $2\frac{1}{2}$ galones de gasolina y él agrega $3\frac{2}{3}$ galones. ¿Cuántos galones de gasolina tiene ahora el tanque?

3. Marta corrió 2 km el lunes y el martes corrió $1\frac{3}{4}$ km más que el lunes. ¿Cuántos kilómetros corrió el martes?

Desafíate

1. David realizó las siguientes sumas, pero se borraron algunos números; ayúdalo a encontrar los números que se borraron.

a. $\frac{4}{5} + \frac{\text{borrado}}{15} = \frac{14}{15}$

b. $\frac{\text{borrado}}{3} + \frac{2}{5} = \frac{11}{15}$

Resta de fracciones heterogéneas y números mixtos

3.1 Repasa tus conocimientos

1. Realiza las restas y simplifica hasta su mínima expresión.

a. $\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$

b. $\frac{5}{6} - \frac{2}{6}$

c. $\frac{9}{15} - \frac{5}{15}$

d. $2\frac{4}{5} - 1\frac{2}{5}$

e. $5\frac{3}{7} - 3\frac{1}{7}$

f. $8\frac{6}{11} - \frac{5}{11}$

g. $6\frac{2}{3} - 2\frac{1}{3}$

h. $9\frac{5}{8} - 2\frac{3}{8}$

i. $4\frac{7}{10} - \frac{3}{10}$

2. Felipe tiene una caja con $\frac{3}{4}$ litros de leche en la refrigeradora. Si se toma $\frac{2}{4}$ litros, ¿cuántos litros de leche le quedan?

3. Lucía debe pintar $3\frac{4}{5}$ partes del área de las paredes de su casa. Si ya pintó $2\frac{2}{5}$ partes, ¿cuántas partes le falta por pintar?

3.2 Resta de fracciones heterogéneas

Analiza

Antonio tiene $\frac{1}{4}$ m de cuerda y utiliza $\frac{1}{6}$ m. ¿Qué cantidad de cuerda le sobró a Antonio?

Soluciona

Para resolver el problema efectúa la resta: $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$.

- Homogeneiza las fracciones.

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12} \quad \frac{1}{6} = \frac{2}{12}$$

- Las fracciones homogéneas de $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{6}$ son $\frac{3}{12}$ y $\frac{2}{12}$, respectivamente.
- Así que:

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$$

R: Le sobró $\frac{1}{12}$ de cuerda.

Comprende

Para **restar fracciones heterogéneas**:

- Homogeneiza las fracciones.
- Resta las fracciones homogéneas, restando los numeradores y escribiendo el mismo denominador.
- Simplifica el resultado, de ser posible, o convierte a número mixto, si la fracción resultante es impropia.

Ejemplos: Resta las fracciones heterogéneas.

a. $\frac{1}{6} - \frac{1}{9} =$
 $\frac{3}{18} - \frac{2}{18} =$
 $\frac{1}{18}$

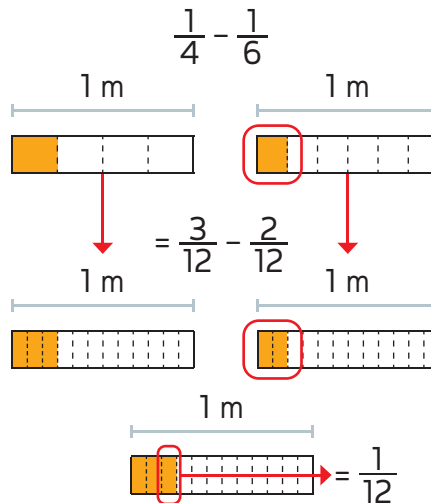
b. $\frac{5}{3} - \frac{6}{8} =$
 $\frac{40}{24} - \frac{18}{24} =$
 $\frac{22}{24} = \frac{11}{12}$



El m. c. m. de 4 y 6 es 12, por lo tanto, se buscan fracciones con 12 como denominador.



Representación gráfica



¿Sabías que...?

Otro método para sumar o restar fracciones heterogéneas es el siguiente:

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \times d \pm b \times c}{b \times d}$$

Por ejemplo:

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1 \times 6 - 4 \times 1}{4 \times 6} = \frac{6 - 4}{24} = \frac{2}{24}$$

El resultado simplificado corresponde a $\frac{1}{12}$.

Simplificar al máximo una fracción consiste en dividir el numerador y el denominador por un mismo número tantas veces como sea posible.



Observa cómo se hace

Realiza la resta $\frac{9}{5} - \frac{7}{15}$.

- Se homogeneizan las fracciones:
 - El m. c. m. de los denominadores 5 y 15 es 15, por lo que se calcula únicamente la fracción equivalente de $\frac{9}{5}$ con 15 como denominador.
- Se suman las fraccionarias homogéneas, así:

$$\frac{9}{5} = \frac{27}{15}$$

Diagram showing the conversion of $\frac{9}{5}$ to $\frac{27}{15}$. A red arrow labeled 'x 3' points from the denominator 5 to 15. Another red arrow labeled 'x 3' points from the numerator 9 to 27.

$$\frac{9}{5} - \frac{7}{15} = \frac{27}{15} - \frac{7}{15} = \frac{20}{15}$$

Se simplifica el resultado obtenido.

$$\frac{20}{15} = \frac{4}{3}$$

Diagram showing the simplification of $\frac{20}{15}$ to $\frac{4}{3}$. A red arrow labeled '÷ 5' points from the numerator 20 to 4. Another red arrow labeled '÷ 5' points from the denominator 15 to 3.

Como el resultado es una fracción impropia se convierte a número mixto:

$$\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}; \text{ ya que } 4 \div 3 = 1 \text{ residuo } 1$$

Por lo tanto: $\frac{9}{5} - \frac{7}{15} = 1\frac{1}{3}$



Recuerda

La división de 4 entre 3 es:

$$\begin{array}{r} 4 \div 3 = 1 \\ - 3 \\ \hline 1 \rightarrow \text{residuo} \end{array}$$

Resuelve

1. Encuentra el resultado de las restas y simplifica.

a. $\frac{3}{5} - \frac{1}{4}$

b. $\frac{7}{2} - \frac{8}{3}$

c. $\frac{5}{6} - \frac{7}{10}$

d. $\frac{11}{6} - \frac{5}{8}$

e. $\frac{9}{4} - \frac{17}{12}$

f. $\frac{9}{6} - \frac{5}{18}$

2. Marta corrió $\frac{1}{3}$ km el lunes y el martes corrió $\frac{5}{6}$ km, ¿cuántos kilómetros más corrió el martes?



3.3 Resta de números mixtos y fracciones

Analiza

¿Cuál es el resultado simplificado de la resta $3\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$?

Soluciona

Para resolver la resta primero homogeneiza la parte fraccionaria del número mixto y la fracción que corresponde al sustraendo.

- El mínimo común múltiplo (m. c. m.) de 4 y 2 es 4, por lo que solo debes calcular la fracción equivalente de $\frac{1}{2}$ con 4 como denominador.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

Diagrama que muestra la conversión de $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{4}$. Una línea superior con una flecha hacia abajo y el número 2 indica que el numerador se multiplica por 2. Una línea inferior con una flecha hacia arriba y el número 2 indica que el denominador se multiplica por 2.

Así que:

$$3\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = 3\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = 3\frac{1}{4}$$

R: El resultado simplificado de $3\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ es $3\frac{1}{4}$.

Comprende

Para **restar números mixtos y fracciones**:

- Homogeneiza las fracciones.
- Si la parte fraccionaria del número mixto es menor que el sustraendo, se convierte una unidad del número mixto en fracción.
- Conserva el número natural y resta las fracciones homogéneas.
- Simplifica el resultado, de ser posible.

Ejemplo: Calcula el resultado de la resta.

$$2\frac{2}{3} - \frac{7}{9} = 2\frac{6}{9} - \frac{7}{9} \rightarrow \text{Como } \frac{6}{9} < \frac{7}{9} \text{ hay que convertir una unidad del número mixto en fracción.}$$

$$2\frac{6}{9} = 1 + 1\frac{6}{9} = 1\frac{15}{9} \rightarrow 2\frac{6}{9} = 1\frac{15}{9}$$

Así se tiene que el cálculo de la resta es:

$$2\frac{2}{3} - \frac{7}{9} = 2\frac{6}{9} - \frac{7}{9} = 1\frac{15}{9} - \frac{7}{9} = 1\frac{8}{9}$$

Diagrama que muestra el cálculo de la resta. Una línea superior con una flecha hacia abajo indica la conversión de $2\frac{2}{3}$ a $1\frac{15}{9}$. Una línea inferior con una flecha hacia arriba indica la resta de $\frac{7}{9}$ de $1\frac{15}{9}$.

Recuerda

Las partes de una resta son:

Minuendo

- Sustraendo

= Diferencia

Recuerda que una fracción equivalente es la que resulta de amplificar o simplificar una fracción.



Cálculo auxiliar

$$2\frac{3}{12} = 1 + 1\frac{3}{12}$$

$$2\frac{3}{12} = 1\frac{15}{12}$$



Observa cómo se hace

Realiza la siguiente resta: $2\frac{1}{4} - \frac{2}{3}$.

- Se homogeneizan las partes fraccionarias:
 - ♦ El m. c. m. de los denominadores 4 y 3 es 12, por lo que se calculan fracciones equivalentes con 12 como denominador.

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

(Multiplicación por 3)

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

(Multiplicación por 4)

$$\text{Así que: } 2\frac{1}{4} - \frac{2}{3} = 2\frac{3}{12} - \frac{8}{12} \rightarrow$$

$$= 1\frac{15}{12} - \frac{8}{12} \rightarrow$$

$$= 1\frac{7}{12}$$

$$\text{R: } 2\frac{1}{4} - \frac{2}{3} = 1\frac{7}{12}$$

La parte fraccionaria del minuendo es menor que el sustraendo, así que hay que convertir una unidad del minuendo en fracción.

Se restan las partes fraccionarias y se mantiene la unidad.

Resuelve

1. Encuentra el resultado de las restas.

a. $3\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$

b. $7\frac{5}{6} - \frac{1}{15}$

c. $4\frac{3}{5} - \frac{3}{20}$

d. $4\frac{3}{4} - \frac{4}{5}$

e. $3\frac{1}{6} - \frac{3}{10}$

f. $4\frac{2}{15} - \frac{3}{10}$

2. Arturo compró $3\frac{1}{3}$ kilogramos de harina para preparar un dulce, pero solo utilizó $\frac{4}{5}$ de kilogramo. ¿Cuántos kilogramos de harina le sobraron?



3.4 Resta de números mixtos

Analiza

Antonio ordeña las vacas todos los días, y hoy obtuvo $3\frac{2}{5}$ galones de leche. Si deja $1\frac{2}{3}$ galones para consumir en su casa y vende el resto, ¿cuántos galones de leche venderá?



Desarrollo sostenible

Todos los panameños tenemos derecho a un trabajo decente y al bienestar económico, y las habilidades matemáticas son esenciales para lograrlo. Si no entiendes un tema, pregunta a tu docente, busca información. Nunca te rindas.

Soluciona

Para resolver el problema se debe efectuar la resta: $3\frac{2}{5} - 1\frac{2}{3}$.

- Homogeneiza las partes fraccionarias. Como el m. c. m. de 5 y 3 es 15, busca las fracciones equivalentes con 15 como denominador.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

Diagram showing the conversion of $\frac{2}{5}$ to $\frac{6}{15}$. A red arrow labeled 'x 3' points from the denominator 5 to 15, and another red arrow labeled 'x 3' points from the numerator 2 to 6.

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$$

Diagram showing the conversion of $\frac{2}{3}$ to $\frac{10}{15}$. A red arrow labeled 'x 5' points from the denominator 3 to 15, and another red arrow labeled 'x 5' points from the numerator 2 to 10.

- Luego, sustituye las fracciones equivalentes en la resta:

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{2}{3} = 3\frac{6}{15} - 1\frac{10}{15}$$

- Como la parte fraccionaria del minuendo es menor que el sustraendo, convierte una unidad del minuendo en fracción.

$$3\frac{6}{15} = 1 + 2\frac{6}{15}$$

$$3\frac{6}{15} = \frac{15}{15} + 2\frac{6}{15}$$

$$3\frac{6}{15} = 2\frac{21}{15}$$

- Finalmente, sustituye la fracción encontrada y resta las unidades y las partes fraccionarias por separado:

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{2}{3} = 3\frac{6}{15} - 1\frac{10}{15} = 2\frac{21}{15} - 1\frac{10}{15} = 1\frac{11}{15}$$

R: Antonio venderá $1\frac{11}{15}$ galones de leche.

Observa que:

a. $3\frac{6}{15} = 1 + 2\frac{6}{15}$
porque $3 = 1 + 2$.

b. Además, como el denominador es 15, de ahí se desprende también la igualdad:

$$1 = \frac{15}{15}$$



Comprende

Para **restar números mixtos**:

- Homogeneiza la parte fraccionaria de cada número mixto.
- Si la parte fraccionaria del primer número es menor que el sustraendo, se convierte una unidad del número mixto en fracción.
- Resta los números naturales.
- Resta las partes fraccionarias ya homogeneizadas.
- Simplifica el resultado, de ser posible.

Ejemplo: Calcula la resta: $8\frac{7}{9} - 6\frac{1}{2}$

$$8\frac{7}{9} - 6\frac{1}{2} = 8\frac{14}{18} - 6\frac{9}{18} = \rightarrow \text{Se homogeneizan las partes fraccionarias } \frac{7}{9} \text{ y } \frac{1}{2}:$$

$$\frac{7}{9} = \frac{14}{18} \text{ y } \frac{1}{2} = \frac{9}{18}$$

$$= 2\frac{5}{18} \rightarrow \text{Se restan los números naturales 8 y 6 y las partes fraccionarias } \frac{14}{18} \text{ y } \frac{9}{18} \text{ por separado.}$$

Resuelve

1. Encuentra el resultado de las siguientes restas. Exprésalo como un número mixto cuando sea posible.

a. $5\frac{4}{7} - 4\frac{9}{14}$

b. $8\frac{3}{4} - 7\frac{5}{6}$

c. $4\frac{1}{4} - 1\frac{3}{10}$

d. $6\frac{1}{5} - 2\frac{4}{7}$

e. $7\frac{1}{4} - 3\frac{3}{5}$

f. $6\frac{3}{10} - 2\frac{9}{5}$

2. Ana tenía $6\frac{1}{2}$ m de cinta para decorar su salón y utilizó $5\frac{3}{4}$ m. ¿Qué cantidad de cinta le sobró?



3.5 Practica lo aprendido

1. Encuentra el resultado de las restas y simplifícalo.

a. $\frac{5}{6} - \frac{7}{10}$

b. $\frac{15}{6} - \frac{7}{18}$

c. $\frac{9}{5} - \frac{2}{3}$

d. $5\frac{3}{5} - \frac{1}{4}$

e. $2\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$

f. $6\frac{1}{15} - 3\frac{4}{5}$

2. Ana tiene $\frac{5}{6}$ m de cinta azul y $\frac{3}{5}$ m de cinta blanca. Si utiliza $\frac{3}{8}$ m de cinta azul y $\frac{1}{4}$ m de cinta blanca.

a. ¿Qué cantidad de cinta azul le sobró?

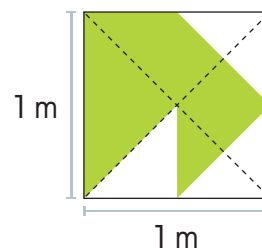
b. ¿Qué cantidad de cinta blanca le sobró?

3. Para pintar su casa, José compró $5\frac{1}{2}$ galones de pintura y solo utilizó $2\frac{4}{5}$ galones. ¿Qué cantidad de pintura no utilizó?



Desafiate

1. Antonio hizo una pintura para su clase de Expresiones Artísticas, y utilizó un cuadrado de 1 m de lado. Encuentra qué fracción pintó de verde.



Expresión de fracciones como números decimales

4.1 Repasa tus conocimientos

1. Convierte las siguientes fracciones a número mixto.

a. $\frac{9}{7} =$

b. $\frac{17}{3} =$

c. $\frac{12}{5} =$

2. Amplifica cada fracción según el número indicado.

a. $\frac{6}{7} = \frac{\quad}{\quad}$

(Multiplicando numerador y denominador por 2)

b. $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{\quad}$

(Multiplicando numerador y denominador por 3)

c. $\frac{8}{5} = \frac{\quad}{\quad}$

(Multiplicando numerador y denominador por 7)

3. Simplifica las fracciones.

a. $\frac{50}{6} =$

b. $\frac{18}{72} =$

c. $\frac{60}{3} =$

4. Anota el signo < (menor que), > (mayor que) o = (igual a) según corresponda.

a. $\frac{10}{3} \square \frac{4}{3}$

b. $\frac{1}{6} \square \frac{9}{6}$

c. $\frac{3}{8} \square \frac{2}{8}$

d. $9\frac{2}{3} \square 2\frac{1}{5}$

e. $4\frac{1}{9} \square 4\frac{7}{9}$

f. $3\frac{3}{4} \square 3\frac{9}{12}$

5. Asocia cada par de fracciones heterogéneas con sus fracciones equivalentes homogeneizadas.

$\frac{3}{6}$ y $\frac{1}{3}$

$\frac{9}{21}$ y $\frac{14}{21}$

$\frac{5}{8}$ y $\frac{1}{4}$

$\frac{4}{20}$ y $\frac{5}{20}$

$\frac{3}{7}$ y $\frac{2}{3}$

$\frac{5}{8}$ y $\frac{2}{8}$

$\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{4}$

$\frac{3}{6}$ y $\frac{2}{6}$

4.2 Expresión de divisiones como fracciones

Analiza

¿Cómo repartirías equitativamente 2 unidades en 3 partes iguales?
Escribe la división como fracción.

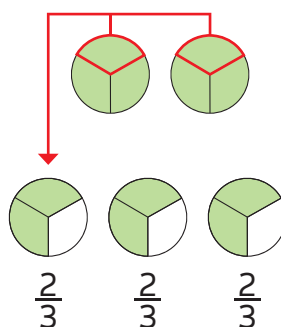
Soluciona

Divide cada unidad en 3 partes iguales, cada una representa $\frac{1}{3}$ de la unidad.

Como 1 unidad es 3 veces $\frac{1}{3}$, 2 unidades son 6 veces $\frac{1}{3}$.

Para dividir 2 unidades entre 3, reparte 6 veces $\frac{1}{3}$ en 3 partes, que es igual a 2 veces $\frac{1}{3}$, es decir $\frac{2}{3}$.

Por lo tanto, $2 \div 3$ es igual a $\frac{2}{3}$.



Observa que ambas representaciones corresponden a 6 veces $\frac{1}{3}$.



Comprende

La **división de dos números** puede ser expresada como una fracción: el numerador es igual al dividendo y el denominador es igual al divisor.

$$\square \div \bullet = \frac{\square}{\bullet}$$

Recuerda

Toda fracción impropia se expresa como número mixto.

Resuelve

1. Representa las divisiones como fracciones simplificadas.

a. $1 \div 3 = \frac{\quad}{\quad}$

b. $4 \div 5 = \frac{\quad}{\quad}$

c. $9 \div 4 = \frac{\quad}{\quad}$

2. Representa las siguientes fracciones como divisiones.

a. $\frac{7}{3} = \square \div \square$

b. $\frac{9}{5} = \square \div \square$

c. $\frac{11}{4} = \square \div \square$



Desafíate

1. Expresa la división de 7 entre 4 como un número mixto.

4.3 Expresión de números naturales como fracciones

Una fracción propia que tiene numerador 1 se llama fracción unitaria.

Ejemplos:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$$



Analiza

¿Cómo se puede representar el número 5 como fracción?

Soluciona

Como 5 es igual a $5 \div 1$, puedes expresar la división como fracción.

$$5 = 5 \div 1 = \frac{5}{1}$$

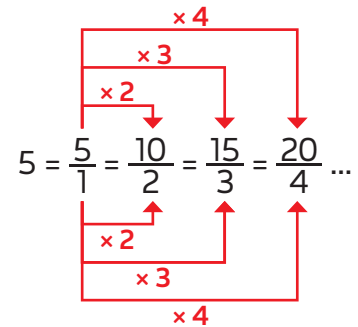
Por lo tanto $5 = \frac{5}{1}$.

Como $\frac{5}{1}$ es una fracción, puedes encontrar fracciones equivalentes.

$$\rightarrow 5 = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} \dots$$

Observa que hay diferentes fracciones para representar el número 5.

$$5 = \frac{5}{1} \quad 5 = \frac{10}{2} \quad 5 = \frac{15}{3} \quad 5 = \frac{20}{4} \dots$$



Recuerda

Si se multiplica el numerador y denominador por un mismo número, se encuentra una fracción equivalente.

Comprende

Un número natural se puede expresar como una fracción, con numerador igual al número natural y denominador 1.

Ejemplos: $\frac{7}{1}$

Para **representar ese número como una fracción** con denominador diferente de 1, se determinan fracciones equivalentes.

Ejemplos: $\frac{7}{1} = \frac{14}{2} = \frac{21}{3} = \frac{28}{4} = \dots$

Resuelve

1. Expresa cada número natural como una fracción en su mínima expresión y otra con el denominador indicado.

a. $6 = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{4}$

b. $10 = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{7}$

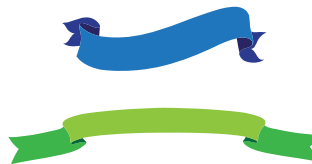
c. $11 = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{9}$

4.4 Expresión de números decimales como fracciones

Analiza

María tiene 0,7 m de cinta azul y 1,6 m de cinta verde.

- ¿Cómo puedes expresar la longitud de la cinta azul como fracción?
- ¿Cómo puedes expresar la longitud de la cinta verde como fracción?



Soluciona

- 0,7 es 7 veces 0,1.

$$0,7 \text{ es } 7 \text{ veces } \frac{1}{10}.$$

Ya que puedes representar 0,1 como $\frac{1}{10}$, entonces 0,7 es equivalente a $\frac{7}{10}$.

$$\text{Por lo tanto, } 0,7 \text{ m} = \frac{7}{10} \text{ m}.$$

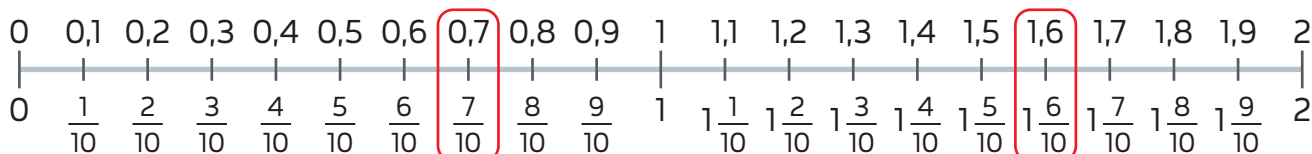
- 1,6 = 1 + 0,6, tiene 1 unidad y 6 décimas.

Expresa 0,6 como 6 veces $\frac{1}{10}$, es decir $\frac{6}{10}$, que equivalen a $\frac{3}{5}$.

$$\text{Entonces } 1,6 = 1 + 0,6 = 1 + \frac{6}{10} = 1 + \frac{3}{5} = 1\frac{3}{5}.$$

$$\text{Por lo tanto, } 1,6 \text{ m} = \frac{16}{10} \text{ m} = \frac{8}{5} \text{ m} = 1\frac{3}{5} \text{ m}.$$

Al representar en la recta 0,7 y 1,6, ubica en la misma recta las fracciones correspondientes:



Observa en la recta que:

- $0,7 \text{ m} = \frac{7}{10} \text{ m}$

- $1,6 \text{ m} = 1\frac{6}{10} \text{ m} = \frac{16}{10} \text{ m} = \frac{8}{5} \text{ m} = 1\frac{3}{5} \text{ m}.$

Recuerda

Un décimo $\left(\frac{1}{10}\right)$ también puede representarse como 0,1.

0,1 cabe
10 veces en 1.

$\frac{1}{10}$ cabe
10 veces en 1.



★ ¿Sabías que...?

El Sistema Internacional de Unidades acepta el punto y la coma para separar decimales.

En Panamá se utiliza la coma decimal.

Los números decimales con un cero antes de la coma son menores que 1.

Los números decimales con números mayores a cero antes de la coma son mayores que 1.



Comprende

Un **número decimal hasta las décimas menor que 1** se puede expresar como fracción propia, colocando en el numerador el número de décimas y como denominador el número 10. Si es necesario, se simplifica. Por ejemplo:

$$0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Un **número decimal hasta las centésimas menor que 1** se puede expresar como fracción propia, colocando como numerador el número de centésimas y como denominador el número 100, simplificando cuando sea posible. Por ejemplo:

$$0,31 = \frac{31}{100}$$

Un **número decimal hasta las milésimas menor que 1** se puede expresar como fracción, colocando como numerador el número de milésimas y como denominador el número 1000, simplificando cuando sea posible. Por ejemplo:

$$0,155 = \frac{155}{1000} = \frac{31}{200}$$

Si el **número es mayor que 1** se puede expresar como número mixto, las unidades del número decimal serán las unidades del número mixto y la parte decimal se convierte en fracción propia. Por ejemplo:

$$3,687 = 3 \frac{687}{1000}$$

Resuelve

1. Expresa los siguientes números decimales como fracción. Simplifica de ser posible.

a. $0,3 =$

b. $0,235 =$

c. $0,56 =$

2. Expresa los siguientes números decimales como un número mixto. Simplifica de ser posible.

a. $1,3 =$

b. $2,5 =$

c. $3,8 =$

d. $2,06 =$

e. $3,15 =$

f. $7,129 =$



4.5 Expresión de fracciones como números decimales

Analiza

¿Cómo puedes expresar $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{5}$ como números decimales?

Soluciona

- a. La fracción $\frac{1}{4}$ se puede expresar como la división $1 \div 4$. Al realizar la división, se obtiene que $1 \div 4 = 0,25$. Por lo tanto, $\frac{1}{4} = 0,25$.
- b. La fracción $\frac{3}{5}$ se puede expresar como la división $3 \div 5$. Al realizar la división se obtiene que $3 \div 5 = 0,6$. Por lo tanto, $\frac{3}{5} = 0,6$.

Cálculo auxiliar

$$\begin{array}{r} \text{U} \\ 1 \div 4 = 0, \\ \text{U} \end{array}$$

↓

$$\begin{array}{r} \text{D U} \\ 10 \div 4 = 0,25 \\ \text{U d c} \\ - \quad 8 \\ \hline 20 \\ - \quad 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

¿Qué pasaría?

Si se desea expresar $3\frac{1}{2}$ como número decimal, como es un número mixto, las unidades del número serán las unidades del número decimal y se convierte la parte fraccionaria a decimal, así:

$$3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = 3 + 0,5 = 3,5$$

Comprende

Para **expresar una fracción como un número decimal** se efectúa la división del numerador entre el denominador de la fracción.

Resuelve

1. Expresa las siguientes fracciones como un número decimal.

a. $\frac{1}{5} =$

b. $\frac{5}{4} =$

c. $\frac{3}{10} =$

d. $1\frac{3}{10} =$

e. $2\frac{4}{5} =$

f. $5\frac{1}{2} =$



Desafíate

1. María posee una cinta de 1 m y comienza a doblarla para cortarla en 8 partes iguales. ¿Cuántos metros en decimales medirá cada parte?



4.6 Comparación de números decimales y fracciones

Analiza

Compara los siguientes pares de números:

a. $\frac{2}{5}$ y 0,75

b. $2\frac{3}{10}$ y 2,5

Soluciona

a. Convierte 0,75 a fracción: $0,75 = \frac{75}{100}$

Al simplificar la fracción, se obtiene $\frac{3}{4}$.

Como las fracciones $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{4}$ son heterogéneas, homogeneiza:

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20} \text{ y } \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$$

Ahora compara las fracciones homogeneizadas: $\frac{8}{20} < \frac{15}{20}$

Por lo tanto: $\frac{2}{5} < 0,75$.

b. Compara $2\frac{3}{10}$ y 2,5.

Como las unidades son iguales ($2 = 2$), solo compara la parte fraccionaria y la parte decimal, es decir, $\frac{3}{10}$ y 0,5.

Convierte 0,5 a fracción: $0,5 = \frac{5}{10}$

Ahora compara $\frac{3}{10}$ y $\frac{5}{10}$:

$$\frac{3}{10} < \frac{5}{10} \rightarrow \frac{3}{10} < 0,5$$

Por lo tanto: $2\frac{3}{10} < 2,5$.

Comprende

Para **comparar decimales con fracciones propias** se convierte el número decimal a fracción y se comparan las fracciones.

Ejemplo: Compara 0,7 y $\frac{9}{10}$.

Se convierte el número decimal en fracción: $0,7 = \frac{7}{10}$

Se comparan las fracciones: $\frac{7}{10} < \frac{9}{10}$

Por lo tanto: $0,7 < \frac{9}{10}$



Recuerda

Para comparar fracciones heterogéneas se homogeneizan y se comparan como fracciones homogéneas.

También puedes convertir la fracción a decimal y comparar números decimales. Como $\frac{2}{5} = 0,4$, entonces se compara 0,4 y 0,75.



Para comparar números mixtos con decimales:

1. Si las unidades son iguales se compara la parte decimal y la parte fraccionaria del número mixto.

Ejemplo: Compara $4\frac{3}{5}$ y $4,1$.

Las unidades son iguales, por lo que se comparan $\frac{3}{5}$ y $0,1$.

Como $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ y $0,1 = \frac{1}{10}$, al comparar las fracciones

homogeneizadas se obtiene: $\frac{6}{10} > \frac{1}{10}$.

Por lo tanto, $4\frac{3}{5} > 4,1$.

2. Si las unidades son distintas solo se comparan estas.

Ejemplo: Compara $6\frac{2}{3}$ y $9,4$.

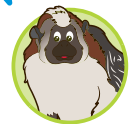
Se observan las unidades del número mixto y del número decimal:

$$6\frac{2}{3} \text{ y } 9,4$$

Como $6 < 9$ se tiene que: $6\frac{2}{3} < 9,4$.

Observa que:

- a. $4,1 = 4 + 0,1$.
- b. $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ porque se amplificó la fracción multiplicando numerador y denominador por 2.



¿Sabías que...?

El consumo diario de agua para niños de 9 a 13 años es de 2 litros.

Resuelve

1. Coloca el signo $<$ (menor que), $>$ (mayor que) o $=$ (igual a) en el recuadro según corresponda.

a. $\frac{3}{10}$ $0,5$

b. $\frac{4}{5}$ $0,6$

c. $3\frac{1}{2}$ $3,5$

d. $2\frac{2}{5}$ $2,5$

e. $1\frac{1}{5}$ $1,15$

f. $2\frac{3}{5}$ $3,8$

2. Julia bebió $2,4$ litros de agua el lunes y el martes bebió $2\frac{1}{2}$ litros de agua. ¿Qué día bebió más agua?



Desafíate

1. Compara los números: $8,3$; $\frac{3}{4}$ y $8\frac{4}{5}$.



4.7 Cantidad de veces en fracciones

Analiza

Julia tiene dos cintas, una de 50 cm de longitud y otra de 8 cm. Carlos tiene una cinta cuya longitud es 20 cm. ¿Cuántas veces cabe la cinta de Carlos en cada una de las cintas de Julia?

Soluciona

- Compara la cinta de Julia de 50 cm con la de Carlos, que mide 20 cm.

O: $50 \div 20$

Puedes expresar la división como fracción:

$$50 \div 20 = \frac{50}{20}$$

Simplifica la fracción:

$$\frac{50}{20} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

R: La cinta de Carlos cabe $2\frac{1}{2}$ veces en la de 50 cm de Julia.

- Compara la cinta de Julia de 8 cm con la de Carlos, que mide 20 cm.

O: $8 \div 20$

Puedes expresar la división como fracción:

$$8 \div 20 = \frac{8}{20}$$

Simplifica la fracción:

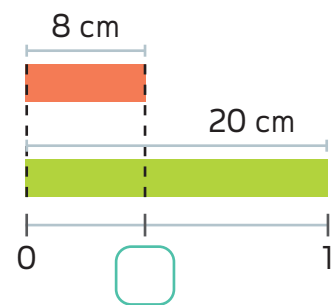
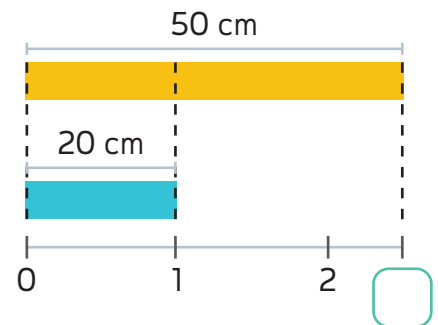
$$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

R: La cinta de Carlos cabe $\frac{2}{5}$ veces en la de 8 cm de Julia.

Una división se puede expresar como una fracción colocando el dividendo como numerador y el divisor como denominador.

Ejemplo:

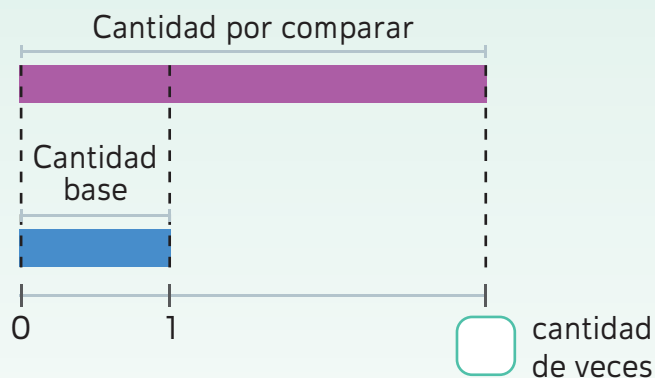
$$1 \div 8 = \frac{1}{8}$$



Comprende

Para obtener la **cantidad de veces que cabe un número** en otro se utiliza la división.

$$\text{cantidad de veces} = \text{cantidad por comparar} \div \text{cantidad base}$$



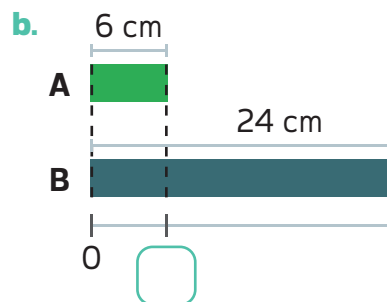
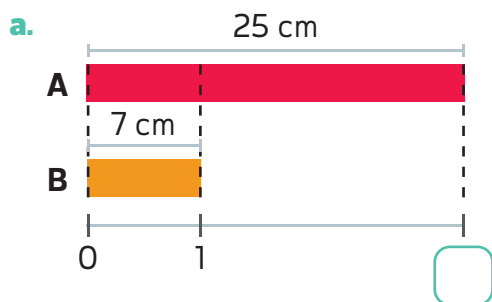
También se puede expresar como fracción.

$$\text{cantidad de veces} = \frac{\text{cantidad por comparar}}{\text{cantidad base}}$$

Cuando la división es inexacta, se puede expresar como fracción y simplificar de ser posible.

Resuelve

1. ¿Cuántas veces cabe la longitud de la cinta **B** en la longitud de la cinta **A**? Expresa como fracción.



2. Una cinta roja mide 12 cm y una cinta verde mide 36 cm. ¿Cuántas veces cabe la longitud de la cinta verde en la longitud de la cinta roja?

Recuerda

Una división inexacta es la que tiene como residuo un número diferente de cero.

4.8 Practica lo aprendido

1. Completa los recuadros con los números que corresponden.

a. $9 \div 7 = \boxed{\quad}$

b. $8 \div 5 = \boxed{\quad}$

c. $4 \div 11 = \boxed{\quad}$

d. $\boxed{\quad} \div \boxed{\quad} = \frac{9}{5}$

e. $\boxed{\quad} \div \boxed{\quad} = \frac{1}{3}$

f. $\boxed{\quad} \div \boxed{\quad} = \frac{5}{6}$

2. Escribe los siguientes números naturales como una fracción.

a. 2

b. 8

c. 16

3. Escribe los siguientes números decimales como una fracción.

a. 0,24

b. 0,8

c. 0,123

4. Escribe las siguientes fracciones como un número decimal.

a. $\frac{1}{2}$

b. $\frac{4}{5}$

c. $\frac{3}{10}$

5. Encierra las filas donde los números están ordenados de menor a mayor.

a. $\boxed{1,4}$ — $\boxed{1\frac{1}{10}}$ — $\boxed{3,8}$ — $\boxed{3\frac{9}{10}}$ — $\boxed{4,5}$

b. $\boxed{0,6}$ — $\boxed{\frac{7}{10}}$ — $\boxed{3,5}$ — $\boxed{3,8}$ — $\boxed{5\frac{9}{10}}$

Soluciona problemas

6. Se tiene un lazo verde de 28 m de largo y un lazo azul de 7 m de largo. ¿Cuántas veces cabe la longitud del lazo azul en la longitud del lazo verde?

Operaciones combinadas

5.1 Suma y resta de fracciones

Analiza

Calcula la suma: $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

Soluciona

Para realizar la suma, homogeneiza todas las fracciones.

- El m. c. m. de 5, 3 y 2 es 30. Entonces, se determinan las fracciones equivalentes con denominador 30.

$$\frac{1}{5} = \frac{6}{30}$$

(Multiplicamos numerador y denominador por 6)

$$\frac{1}{3} = \frac{10}{30}$$

(Multiplicamos numerador y denominador por 10)

$$\frac{1}{2} = \frac{15}{30}$$

(Multiplicamos numerador y denominador por 15)

- Las fracciones homogéneas de $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ son $\frac{6}{30}$, $\frac{10}{30}$ y $\frac{15}{30}$, respectivamente.
- Suma las fracciones homogéneas:

$$\begin{aligned} &= \frac{6}{30} + \frac{10}{30} + \frac{15}{30} \\ &= \frac{31}{30} = 1\frac{1}{30} \end{aligned}$$

R: $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{30}$

Comprende

Para **sumar tres fracciones heterogéneas**:

- Se homogeneizan las fracciones.
- Se resuelve asociando de izquierda a derecha o de derecha a izquierda.

Para **restar tres fracciones heterogéneas**:

- Se homogeneizan las fracciones.
- Se resuelve en orden de izquierda a derecha.

Recuerda

Al sumar fracciones homogéneas se suman los numeradores y se escribe el mismo denominador, simplificando el resultado de ser posible.



Para sumar se puede aplicar la propiedad asociativa, pero para restar **no**.





¿Qué pasaría?

Si se resuelve la resta de derecha a izquierda, contrario a lo indicado, se obtiene un resultado incorrecto.

Observa cómo se hace

Realiza la resta $2\frac{7}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4}$

- Se homogeneizan las tres fracciones.
 - ◆ El m. c. m. de los denominadores 9, 6 y 4 es 36.
 - ◆ Se calculan las fracciones equivalentes con denominador 36.

$$\frac{7}{9} = \frac{28}{36}$$

(Multiplicando numerador y denominador por 4)

$$\frac{1}{6} = \frac{6}{36}$$

(Multiplicando numerador y denominador por 6)

$$\frac{1}{4} = \frac{9}{36}$$

(Multiplicando numerador y denominador por 9)

- ◆ Las fracciones homogéneas de $\frac{7}{9}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{4}$ son: $\frac{28}{36}$, $\frac{6}{36}$ y $\frac{9}{36}$

- Se restan las fracciones homogéneas de izquierda a derecha:

$$2\frac{28}{36} - \frac{6}{36} - \frac{9}{36} =$$

$$2\frac{22}{36} - \frac{9}{36} =$$

$$2\frac{13}{36}$$

$$\text{R: } 2\frac{7}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} = 2\frac{13}{36}$$

Resuelve

1. Efectúa las operaciones y simplifica los resultados.

a. $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$

b. $\frac{1}{6} + \frac{2}{9} + \frac{5}{12}$

c. $1\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{10}{21}$

d. $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} - \frac{2}{9}$

e. $5\frac{6}{7} - \frac{1}{2} - \frac{1}{14}$

f. $1\frac{3}{4} - \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$

2. Por la mañana Carlos bebió $\frac{3}{8}$ de un litro de agua, al mediodía $\frac{2}{3}$ de litro y por la noche $\frac{3}{4}$ de litro, ¿qué cantidad de agua bebió en todo el día?



5.2 Suma y resta combinada de fracciones

Analiza

Julia tiene $3\frac{5}{8}$ litros de jugo, le regala $\frac{5}{6}$ litros a Carlos y $\frac{3}{4}$ litros a José. ¿Cuántos litros de jugo le quedan a Julia?

Soluciona

Para resolver el problema se plantea la siguiente operación:

$$\text{Cantidad de litros de jugo que tiene Julia.} \leftarrow 3\frac{5}{8} - \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) \rightarrow \text{Cantidad de litros de jugo que regaló Julia.}$$

Observa cómo se resuelve la operación:

$$3\frac{5}{8} - \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) = 3\frac{5}{8} - \left(\frac{10}{12} + \frac{9}{12}\right) \rightarrow$$

Primero realiza la operación del paréntesis, por lo que se homogeneizan las fracciones $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{4}$, y se realiza la suma.

$$= 3\frac{5}{8} - \left(\frac{19}{12}\right) \rightarrow$$

Como la fracción resultante es impropia, se convierte en un número mixto.

$$= 3\frac{5}{8} - 1\frac{7}{12} \rightarrow$$

Efectúa la resta de números mixtos. Para ello, homogeneiza las partes fraccionarias.

$$= 3\frac{15}{24} - 1\frac{14}{24} = 2\frac{1}{24} \rightarrow$$

Realiza la resta.

R: A Julia le quedan $2\frac{1}{24}$ litros de jugo.

Comprende

Para realizar **sumas y restas combinadas de fracciones**, se siguen estos pasos:

1. Realiza la operación que está dentro del paréntesis.
2. Realiza las operaciones en orden de izquierda a derecha.

Recuerda homogeneizar cuando las fracciones a operar son heterogéneas.

Desarrollo sostenible

Compartir con los demás cuando tenemos la posibilidad de hacerlo genera una mejor sociedad, menos consumista y más empática. Tenemos empatía cuando entendemos las emociones de otras personas.

Recuerda convertir las fracciones impropias en números mixtos.





¿Qué pasaría?

¿Cómo se efectúa la operación

$$3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} - \frac{1}{5}?$$

Se homogeneizan los denominadores y se resuelven las operaciones en orden de izquierda a derecha:

$$3\frac{10}{20} + 2\frac{5}{20} - \frac{4}{20} =$$

$$5\frac{15}{20} - \frac{4}{20} =$$

$$5\frac{11}{20}$$

Observa cómo se hace

Calcula lo siguiente: $\frac{7}{10} + \left(4\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)$:

- Se resuelve la operación que está dentro del paréntesis. Como son fracciones heterogéneas se homogeneizan para poder restar:

$$\frac{7}{10} + \left(4\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) = \frac{7}{10} + \left(4\frac{3}{6} - \frac{1}{6}\right) \rightarrow \text{Se realiza la resta.}$$

$$= \frac{7}{10} + \left(4\frac{2}{6}\right)$$

- Se resuelve la operación resultante homogeneizando las fracciones heterogéneas:

$$\frac{7}{10} + \left(4\frac{2}{6}\right) = \frac{21}{30} + 4\frac{10}{30} = 4\frac{31}{30} \rightarrow \text{Se realiza la suma.}$$

Como en la parte fraccionaria del resultado se obtiene una fracción impropia, se convierte a número mixto.

$$4 + \frac{31}{30} = 4 + 1\frac{1}{30} = 5\frac{1}{30}$$

Por lo tanto, $\frac{7}{10} + \left(4\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) = 5\frac{1}{30}$

Resuelve

1. Efectúa las operaciones y expresa el resultado en fracción propia o número mixto.

a. $5\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{8}\right)$

b. $\frac{5}{6} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$

c. $2\frac{2}{3} + 1\frac{3}{5} - \frac{2}{15}$

d. $4\frac{7}{8} + 2\frac{2}{3} - 1\frac{3}{4}$

e. $\left(1\frac{4}{7} - \frac{1}{8}\right) + \frac{5}{8}$

f. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{10}$



Desafíate

- Fernanda vende dulces, por lo que compró 5 kg de harina la semana pasada. El lunes usó $2\frac{2}{3}$ kg para preparar mantecados, y el martes, $\frac{5}{6}$ kg para unas orejas. ¿Qué cantidad de harina le quedó?



5.3 Suma y resta combinada de fracciones y números decimales

Analiza

Carmen bebió $2\frac{3}{5}$ litros de agua el sábado y 1,25 litros de agua el domingo. ¿Qué cantidad de agua bebió el fin de semana?

Soluciona

Se plantea la operación que permite resolver el problema: $2\frac{3}{5} + 1,25$.

Observa cómo se resuelve:

- Primero convierte 1,25 a fracción:

$$1,25 = 1\frac{25}{100} = 1\frac{1}{4}$$

- Ahora sustituye el número decimal por la fracción en la operación planteada y resuelve:

$$\begin{aligned} 2\frac{3}{5} + 1,25 &= 2\frac{3}{5} + 1\frac{1}{4} \\ &= 2\frac{12}{20} + 1\frac{5}{20} \\ &= 3\frac{17}{20} \end{aligned}$$

R: Carmen bebió $3\frac{17}{20}$ litros de agua el fin de semana.

Comprende

Para sumar o restar fracciones o números mixtos con números decimales, se siguen estos pasos:

1. Se convierte el número decimal a fracción o número mixto.
2. Se realiza la resta o suma.

Ejemplos:

a. $2,7 + 6\frac{1}{5} =$

$$2\frac{7}{10} + 6\frac{1}{5} = 2\frac{7}{10} + 6\frac{2}{10} =$$

$$8\frac{9}{10}$$

b. $8,9 - \frac{1}{4} =$

$$8\frac{9}{10} - \frac{1}{4} = 8\frac{18}{20} - \frac{5}{20} =$$

$$8\frac{13}{20}$$

¿Qué pasaría?

Si en lugar de convertir 1,25 a fracción, se convierte $2\frac{3}{5}$ a número decimal, se suman los números y se obtiene como resultado 3,85, que es equivalente a la fracción $3\frac{17}{20}$.

Recuerda

Para sumar o restar fracciones heterogéneas se homogeneizan las fracciones y luego se resuelven las operaciones.

Observa cómo se hace

Calcula $2\frac{4}{5} - 0,75$:

- Primero se convierte el número decimal a fracción.

$$0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

- Se resuelve la operación sustituyendo el número decimal con la fracción obtenida y se homogenizan las fracciones heterogéneas.

$$\begin{aligned} 2\frac{4}{5} - 0,75 &= 2\frac{4}{5} - \frac{3}{4} \\ &= 2\frac{16}{20} - \frac{15}{20} \\ &= 2\frac{1}{20} \end{aligned}$$

Por lo tanto, $2\frac{4}{5} - 0,75 = 2\frac{1}{20}$

Resuelve

1. Calcula las operaciones y expresa el resultado como fracción o número mixto.

a. $5\frac{1}{2} + 0,25$

b. $1,8 - \frac{7}{10}$

c. $3\frac{1}{3} - 0,5$

d. $3,7 - \frac{3}{10}$

e. $\frac{3}{5} - 0,3$

f. $3,2 + 2\frac{1}{2}$



Desafíate

1. En las casillas en blanco deben ir fracciones de manera que al sumar los números que están en cada columna, fila o diagonal, el resultado sea el mismo, encuentra las fracciones que faltan.

1,3		0,8
	1,2	
		1,1



5.4 Practica lo aprendido

1. Calcula el resultado de las operaciones y simplifica los resultados.

a. $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{7}{9}$

b. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$

c. $4\frac{2}{3} - \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{15}\right)$

d. $2\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)$

e. $4\frac{2}{3} + 2\frac{5}{6} - \frac{1}{12}$

f. $\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{4}\right) + \frac{2}{3}$

g. $\frac{3}{4} + 1,75$

h. $2\frac{5}{8} - \left(1,5 + \frac{3}{4}\right)$

i. $4\frac{1}{3} - 0,8 - \frac{1}{2}$

Soluciona problemas

2. Carlos se está preparando para una competencia de atletismo. Por la mañana corre $1\frac{1}{4}$ km, por la tarde, $\frac{2}{3}$ km, y por la noche, $1\frac{3}{5}$ km. ¿Cuántos kilómetros corre en un día?

3. Un constructor compra 5 kg de clavos. El lunes utiliza $1\frac{3}{4}$ kg, y el martes, $2\frac{5}{6}$ kg. ¿Qué cantidad de clavos tiene al empezar su trabajo el miércoles?

Multiplicación y división de fracciones

6.1 Repasa tus conocimientos

1. Resuelve las multiplicaciones.

a. 2×20

b. 90×6

c. 45×30

d. $11 \times 7 \times 10$

e. $8 \times 5 \times 4$

f. $15 \times 4 \times 3$

2. Transforma los siguientes números mixtos a fracciones.

a. $10 \frac{23}{30} =$

b. $12 \frac{7}{9} =$

3. Transforma las fracciones a números mixtos.

a. $\frac{27}{4} =$

b. $\frac{97}{10} =$

4. Completa utilizando las tablas de multiplicar.

a.

x	4	2	
5			25
3			15
		14	

b.

x			3
	30	45	
	24	36	
9	54		27

c.

x		4		8
3	6			
		20		
7			42	
				72

d.

x	5	2		
7				49
		12		
9			81	
	20			

6.2 Multiplicación de fracciones

Analiza

Julia tenía un tanque de pintura con capacidad para 13 galones, del cual se había gastado la mitad. Pintó la sala y la cocina de su casa y gastó la tercera parte de la pintura. ¿Cuánta pintura usó?



Soluciona

Para resolver el problema primero calcula la cantidad de pintura que había antes de empezar a pintar. Como el tanque estaba lleno y se gastó hasta la mitad, se multiplica su capacidad, 13 galones, por $\frac{1}{2}$, así:

$$13 \times \frac{1}{2} = \frac{13}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{13 \times 1}{1 \times 2} = \frac{13}{2}$$

Luego, como se gastó la tercera parte de la pintura, se multiplica la cantidad de pintura, $\frac{13}{2}$ de galón, por $\frac{1}{3}$.

$$\frac{13}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{13 \times 1}{2 \times 3} = \frac{13}{6} = 2 \frac{1}{6}$$

O: $13 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = 2 \frac{1}{6}$

R: Julia usó $2 \frac{1}{6}$ de galón pintando la cocina y la sala.

Comprende

Para **multiplicar fracciones**, se siguen estos pasos:

1. Simplificar numeradores con denominadores de las fracciones. Se puede simplificar cualquier numerador con cualquier denominador.
2. Se multiplican los numeradores entre sí, y luego los denominadores entre sí.

Ejemplo: Multiplica $\frac{7}{4} \times \frac{10}{8}$.

$$\frac{7}{4} \times \frac{10}{8} = \frac{7}{2} \times \frac{5}{8}$$

Diagram showing simplification: A red bracket connects the 4 in the denominator of the first fraction to the 10 in the numerator of the second fraction, with a red arrow pointing to a 2 above the 10. Another red bracket connects the 8 in the denominator of the second fraction to the 4 in the denominator of the first fraction, with a red arrow pointing to a 2 below the 4.

→ Se simplifica el denominador **4** de la primera fracción con el numerador **10** de la segunda fracción, dividiendo ambos entre **2**.

$$\frac{7}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{7 \times 5}{2 \times 8}$$

→ Se multiplica numerador por numerador y denominador por denominador.

$$\frac{35}{16} = 2 \frac{3}{16}$$

→ Se convierte la fracción resultante en número mixto.

Recuerda

Como 13 es igual a $13 \div 1$, se puede expresar la división como fracción: $\frac{13}{1}$.



Si se obtiene como resultado una fracción impropia, se convierte a número mixto.



Observa cómo se hace

Observa los procedimientos a seguir para resolver la multiplicación:

$$\frac{10}{2} \times \frac{6}{7} \times \frac{1}{9}$$

$$\frac{10}{2} \times \frac{6}{7} \times \frac{1}{9} = \frac{5}{1} \times \frac{6}{7} \times \frac{1}{9}$$

Red arrows indicate simplification: $\frac{10}{2}$ and $\frac{6}{9}$ are both divided by 2.



Se simplifica el 10 y el 2 de la primera fracción.

$$\frac{5}{1} \times \frac{6}{7} \times \frac{1}{9} = \frac{5}{1} \times \frac{2}{7} \times \frac{1}{3}$$

Red arrows indicate simplification: the 6 in the numerator of the second fraction and the 9 in the denominator of the third fraction are both divided by 3.



Se simplifica el numerador 6 de la segunda fracción con el denominador 9 de la tercera fracción.

$$\frac{5}{1} \times \frac{2}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{5 \times 2 \times 1}{1 \times 7 \times 3} = \frac{10}{21}$$



Se multiplican los numeradores y los denominadores.

Por lo tanto: $\frac{10}{2} \times \frac{6}{7} \times \frac{1}{9} = \frac{10}{21}$.

Resuelve

1. Efectúa las operaciones y expresa el resultado en fracción propia o número mixto.

a. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{8}$

b. $\frac{3}{4} \times \frac{24}{5}$

c. $\frac{20}{45} \times \frac{15}{10} \times \frac{5}{4}$

d. $\frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{3}{7}$

e. $2\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3} \times \frac{3}{20}$

f. $\frac{10}{7} \times \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} \times \frac{2}{11}$

2. En las tierras altas de Chiriquí, un productor de cebolla siembra $12\frac{3}{4}$ metros cuadrados de terreno en un día. ¿Cuántos metros cuadrados de terreno siembra en 8 días?



6.3 División de fracciones

Analiza

En la casa de Juan viven 6 personas, y cocinan $4\frac{1}{2}$ libras de arroz por semana. ¿Qué cantidad de arroz le toca a cada persona, si consumen la misma cantidad cada uno?



Soluciona

Para resolver el problema se plantea la división: $4\frac{1}{2} \div 6$.

Efectúa las siguientes operaciones para encontrar la solución:

$$4\frac{1}{2} \div 6 = \frac{9}{2} \div \frac{6}{1}$$



Primero se transforman el número mixto y el número entero a fracciones impropias.

$$\frac{9}{2} \div \frac{6}{1} = \frac{9}{2} \times \frac{1}{6}$$



La división se transforma en una multiplicación al invertir la segunda fracción.

$$\frac{9}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}$$

Diagram showing simplification: a red arrow from 9 to 3 is labeled '÷ 3', and a red arrow from 6 to 2 is labeled '÷ 3'.



Se simplifica el numerador 9 de la primera fracción con el denominador 6 de la segunda fracción. Para hacerlo, se divide entre 3.

$$\frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{2 \times 2} = \frac{3}{4}$$



Se realiza la multiplicación.

R: A cada persona le corresponde $\frac{3}{4}$ de libra de arroz por semana.

Comprende

Para **dividir fracciones**, se siguen estos pasos:

1. La división se transforma en una multiplicación. Esto se logra al invertir la segunda fracción. Es decir, se intercambian el numerador y el denominador: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$.
2. Se verifica si se pueden simplificar numeradores con denominadores.
3. Se multiplican los numeradores y los denominadores.
4. Se colocan los resultados.

¿Sabías que...?

La división es la operación inversa de la multiplicación. Es decir, si se divide el resultado de la multiplicación entre uno de sus factores se obtiene como resultado el otro factor. Por ejemplo:

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{3}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$$

Al invertir la segunda fracción, recuerda cambiar el símbolo "÷" por el símbolo "×".





¿Qué pasaría?

Si se dividen más de dos fracciones, se operan de dos en dos, en orden, de izquierda a derecha.

Observa cómo se hace

Observa los procedimientos a seguir para resolver la división:

$$\frac{2}{8} \div \frac{7}{8}$$

$$\frac{2}{8} \div \frac{7}{8} = \frac{2}{8} \times \frac{8}{7} \rightarrow$$

Se transforma la división en una multiplicación y se invierte la segunda fracción.

$$\frac{2}{8} \times \frac{8}{7} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{7} \rightarrow$$

Se simplifica el denominador 8 de la primera fracción con el numerador 8 de la segunda fracción.

$$\frac{2}{1} \times \frac{1}{7} = \frac{2}{7} \rightarrow$$

Se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores.

Por lo tanto: $\frac{2}{8} \div \frac{7}{8} = \frac{2}{7}$.

Resuelve

1. Efectúa las operaciones y expresa el resultado en fracción propia o número mixto.

a. $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$

b. $\frac{6}{8} \div \frac{18}{20}$

c. $12\frac{1}{2} \div \frac{7}{5}$

2. Daniel debe limpiar 28 m² de césped de su patio. Si en una hora limpia $5\frac{1}{4}$ m² de césped, ¿cuántas horas necesita para terminar?



Desafíate

1. Calcula la división: $4\frac{7}{8} \div 2\frac{2}{3} \div \frac{9}{2}$



6.4 Practica lo aprendido

1. Resuelve las multiplicaciones.

a. $\frac{3}{4} \times \frac{16}{6}$

b. $\frac{8}{12} \times \frac{3}{9}$

c. $\frac{23}{4} \times 1\frac{7}{5}$

2. Resuelve las divisiones.

a. $\frac{5}{8} \div \frac{3}{4}$

b. $\frac{6}{7} \div \frac{16}{18}$

c. $24 \div \frac{6}{8}$

Soluciona problemas

3. Un ciclista recorre $11\frac{1}{3}$ kilómetros en una hora. ¿Cuántos kilómetros recorre en 3 horas?



4. Un carpintero trabaja $4\frac{1}{5}$ m² de madera por día. ¿Cuántos metros cuadrados de madera trabaja en 15 días?



5. Marcos debe pintar una pared de 42 metros de largo. Si en una hora pinta $4\frac{2}{3}$ metros de pared. ¿En cuántas horas Marcos pintará la pared?



Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Reconozco fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos.			
Transformo fracciones impropias a números mixtos y viceversa.			
Encuentro fracciones equivalentes por amplificación y simplificación.			
Homogeneizo fracciones.			
Comparo fracciones.			
Resuelvo sumas de fracciones heterogéneas.			
Resuelvo restas de fracciones heterogéneas.			
Expreso fracciones como números decimales y viceversa.			
Comparo números decimales y fracciones.			
Resuelvo sumas y restas combinadas de fracciones.			
Resuelvo sumas y restas combinadas de fracciones y números decimales.			
Resuelvo multiplicaciones de fracciones.			
Resuelvo divisiones de fracciones.			

Razones, porcentajes y proporciones



En esta unidad aprenderás a:

- Calcular la cantidad de veces que es una razón con respecto a otra
- Determinar la razón de dos cantidades
- Calcular el valor de la razón entre dos cantidades
- Calcular el antecedente y el consecuente en una razón
- Calcular el tanto por ciento o porcentaje
- Reconocer la relación entre razones y porcentajes
- Calcular precios con impuesto y descuento
- Determinar proporciones
- Obtener razones equivalentes
- Aplicar la propiedad fundamental de las proporciones

Razones

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Resuelve las divisiones.

a. $1 \div 2$

b. $6 \div 4$

c. $12 \div 3$

2. Asocia con una raya cada división de fracciones con la multiplicación que la soluciona.

$$\frac{1}{2} \div \frac{3}{9}$$

$$\frac{5}{3} \times \frac{7}{5}$$

$$2 \div \frac{1}{5}$$

$$\frac{1}{8} \times \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{8} \div 3$$

$$\frac{2}{1} \times \frac{5}{1}$$

$$\frac{5}{3} \div \frac{5}{7}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{9}{3}$$

3. Resuelve las multiplicaciones.

a. $\frac{3}{2} \times \frac{2}{5}$

b. $\frac{5}{9} \times \frac{3}{7}$

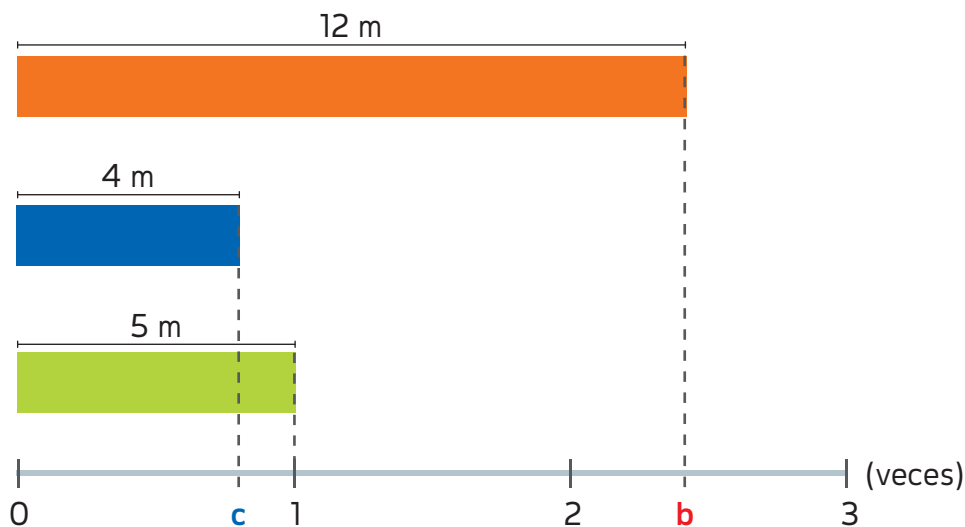
c. $\frac{6}{8} \times \frac{1}{2}$

4. Daniel tiene dos trozos de madera, uno mide 60 cm y el otro 90 cm. ¿Cuántas veces cabe la longitud del primer trozo de madera en la longitud del segundo trozo?

1.2 Comparación entre cantidades: cantidad de veces

Analiza

Observa las cintas y la recta numérica.



- ¿Cuántas veces es el largo de la cinta anaranjada con respecto al largo de la cinta verde?
- ¿Cuántas veces es el largo de la cinta azul comparado con el largo de la cinta verde?

Soluciona

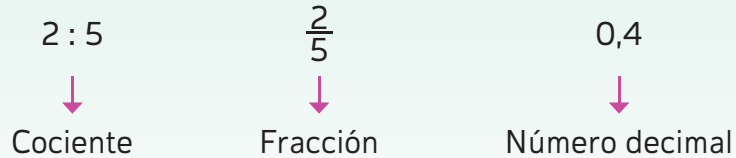
- Divide la medida del largo de la cinta anaranjada entre el largo de la cinta verde: $12 \div 5$.
Como $12 \div 5 = 2,4$, el largo de la cinta anaranjada es 2,4 veces el largo de la cinta verde.
En el esquema, la cantidad de veces que es la cinta anaranjada con respecto a la cinta verde se ha representado con **b**. Entonces, **b** es igual a 2,4.
R: 2,4 veces.
- Divide la medida del largo de la cinta azul entre el largo de la cinta verde: $4 \div 5$.
Como $4 \div 5 = 0,8$, el largo de la cinta azul es 0,8 veces el largo de la cinta verde.
En el esquema, **c** es igual a 0,8.
R: 0,8 veces.

Recuerda

Para calcular la cantidad de veces que cabe un número en otro se utiliza la división.

Comprende

Una **razón** es el resultado de comparar dos cantidades. La relación entre esas cantidades se expresa en forma de división, la cual indica cuántas unidades de medidas hay en relación con la otra. Esta comparación se puede realizar de varias maneras:

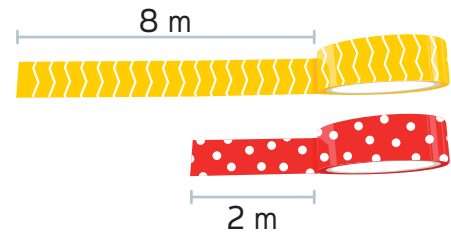


La cantidad de veces de una cantidad con respecto a otra se calcula de la siguiente forma:

$$\text{cantidad de veces} = \text{cantidad a comparar} \div \text{cantidad base}$$

Resuelve

1. Marta tiene una cinta roja que mide 2 m y una amarilla que mide 8 m. Encuentra la cantidad de veces que es la cinta amarilla con respecto a la roja.



2. Antonio tiene 10 años y su papá tiene 42 años. ¿Cuántas veces es la edad del papá con respecto a la edad de Antonio?

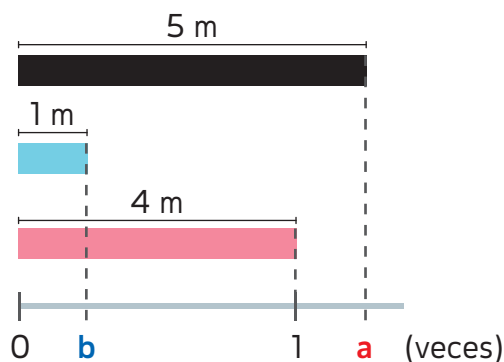


3. Durante una temporada de fútbol, Jorge anotó 12 goles y Javier 9. Encuentra la cantidad de veces que es el número de goles de Javier con respecto al número de goles de Jorge.

1.3 Razón y valor de razón

Analiza

Observa las cintas y la recta numérica:

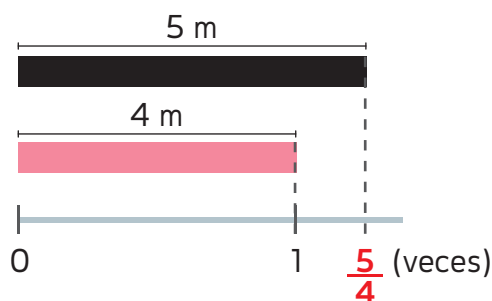


- ¿Cuántas veces representa la cinta negra con respecto a la rosada?
- ¿Cuántas veces representa la cinta celeste con respecto a la rosada?

Soluciona

- a. O: $5 \div 4$

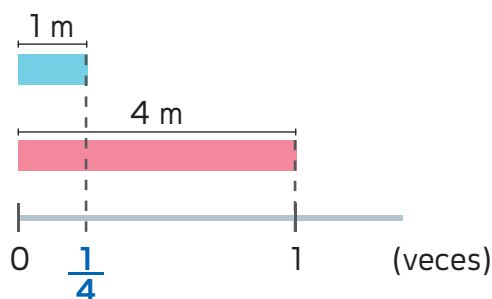
Al calcular el cociente se obtiene: $5 \div 4 = 1,25$. La división $5 \div 4$ también se puede escribir como $5 \times \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$.



R: $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$, lo que significa que una vez y un cuarto más representa la longitud de la cinta negra con respecto a la rosada.

- b. O: $1 \div 4$

Similar al caso anterior: $1 \div 4 = 0,25$. Entonces, se escribe la división $1 \div 4$ como $1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$.



R: $\frac{1}{4}$ veces. Lo que significa que cuatro veces la longitud de la cinta celeste hace la longitud de la cinta rosada.

Recuerda

Un número natural se puede expresar como una fracción, con numerador igual al número natural y denominador 1.

Ejemplo:

$$4 = \frac{4}{1}$$

El procedimiento para resolver las divisiones es:

$$5 \div \frac{4}{1} = 5 \times \frac{1}{4}$$

$$\text{y } 1 \div \frac{4}{1} = 1 \times \frac{1}{4}$$



Cuando las cantidades que se comparan tienen la misma unidad, el valor de la razón indica la cantidad de veces de una con respecto a la otra.



Comprende

A la **comparación entre dos cantidades utilizando el cociente entre ellas** se le llama **razón**. Si se tienen dos cantidades **a** y **b**, la razón entre **a** y **b** (en ese orden) se representa como **a : b**.

El número que resulta de calcular el cociente $a \div b$ se llama **valor de la razón**. Este puede ser un número natural, un número decimal o una fracción (si se escribe como $\frac{a}{b}$).

Observa cómo se hace

Alicia corre 8 km al día y Diego, 9 km. Escribe la razón entre la cantidad de kilómetros que corre Alicia y la cantidad que corre Diego. Calcula el valor de la razón. ¿Cómo se interpreta el resultado?

- La razón entre 8 y 9 es 8 : 9.
- El valor de la razón 8 : 9 resulta de calcular el cociente $8 \div 9 = \frac{8}{9}$.

R: Alicia corre $\frac{8}{9}$ kilómetros de los que corre Diego.

Resuelve

Resuelve los problemas.

1. José ahorró 8 balboas y Julia, 2 balboas. Escribe la razón entre la cantidad ahorrada por José y la cantidad ahorrada por Julia, y calcula el valor de la razón. ¿Qué interpretación tiene este resultado, si se utiliza la cantidad de veces?
2. Un frasco tiene capacidad de 2 litros, y una olla tiene capacidad de 7 litros. Escribe la razón entre la capacidad del frasco y la capacidad de la olla, luego calcula el valor de la razón. ¿Qué interpretación tiene este resultado, si se utiliza la cantidad de veces?



1.4 Razón entre cantidades de distinto tipo

Analiza

En una carrera, Miguel recorrió 33 m en 6 segundos, mientras que Julia recorrió 51 m en 10 segundos.

- ¿Cuántos metros recorrió cada uno en un segundo?
- ¿Quién avanzaba más rápido?



Soluciona

- Para calcular la cantidad de metros que recorrió Miguel en 1 segundo, divide los 33 m entre los 6 segundos:

$$33 \div 6 = 5,5$$

Miguel recorrió 5,5 m en 1 segundo.

De forma similar, divide en el caso de Julia, los 51 m entre 10 segundos:

$$51 \div 10 = 5,1$$

R: Julia recorrió 5,1 m en 1 segundo.

- Del apartado anterior, se observa que Miguel avanzaba más rápido, porque recorrió más metros en 1 segundo.

R: Miguel avanzó más rápido.

Observa que se está comparando la distancia recorrida (en metros) y el tiempo que se tardaron en recorrerla (en segundos). Esto también representa una razón.



Comprende

Las cantidades que se comparan en una razón también pueden estar en diferentes unidades de medida. Cuando las unidades de la cantidad **a** y la cantidad **b** son diferentes, el valor de la razón **a : b** indica cuántas unidades hay de la cantidad **a** por cada unidad de la cantidad **b**, es decir, cuántos elementos hay de **a** por cada unidad de **b** (cantidad por unidad).

Por ejemplo, si Miguel recorrió 33 m en 6 segundos, entonces, la razón entre los metros recorridos y el tiempo es $33 : 6$, mientras que el valor de la razón es $33 \div 6 = 5,5$. Esto indica que Miguel recorrió 5,5 metros por cada segundo.

Observa cómo se hace

En un gimnasio hay 96 hombres y 32 mujeres.

- Escribe la razón entre la cantidad de hombres y la cantidad de mujeres, y calcula el valor de la razón.
- ¿Cómo se interpreta este resultado?

Primero se determina la razón entre la cantidad de hombres y la cantidad de mujeres: $96 : 32$.

Luego, se calcula el valor de la razón: $96 \div 32 = 3$.

R: En el gimnasio hay 3 hombres por cada mujer.

Resuelve

Resuelve los problemas.

1. Un automóvil recorre 298 km en 4 horas.

- a. Escribe la razón entre los kilómetros que recorre y el tiempo en horas, y calcula el valor de la razón.
- b. ¿Cómo se interpreta este resultado?



2. En un salón de clases hay 20 niñas y 10 niños.

- a. Escribe la razón entre la cantidad de niñas y la cantidad de niños, y calcula el valor de la razón.
- b. ¿Cómo se interpreta este resultado?



1.5 Antecedente y consecuente

Analiza

En cierta receta para preparar limonada, la cantidad de limones y la cantidad de tazas de agua se encuentra a una razón de 3 : 2. Si se utilizan 6 tazas de agua, ¿cuántos limones se deben usar?



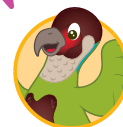
Soluciona

El valor de la razón es $\frac{3}{2}$ (o 1,5). Entonces, por cada taza de agua se necesitan $\frac{3}{2}$ limones. Y, para 6 tazas de agua, se usarán $6 \times \frac{3}{2}$ limones:

$$6 \times \frac{3}{2} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{1} \times \frac{\underset{1}{\cancel{2}}}{3} = 3 \times 3 = 9$$

R: Se deben usar 9 limones.

La razón 3 : 2 indica que por cada 3 limones se utilizan 2 tazas de agua.



Comprende

En una razón $a : b$, la cantidad **a** se llama **antecedente** y la cantidad **b** se llama **consecuente**. Además, se cumple que:

$$\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de la razón}$$

Resuelve

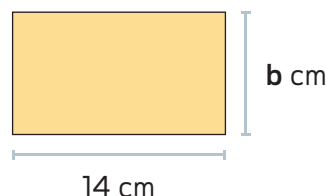
1. En una rifa se colocan 20 papeles dentro de una bolsa. La cantidad de papeles premiados y el total de papeles colocados en la bolsa se encuentran a una razón de 1 : 4. ¿Cuántos papeles premiados hay?
2. Antonio practica baloncesto. Cierta día realizó 15 lanzamientos. Si la razón entre los tiros acertados y la cantidad total de lanzamientos fue 4 : 5, ¿cuántos tiros acertó?



1.6 Cálculo del consecuente

Analiza

Las longitudes del largo y ancho de un rectángulo se encuentran a una razón de 7 : 4. Si el largo mide 14 cm, ¿cuánto mide el ancho?



La razón 7 : 4 indica que, por cada 7 cm del largo se tienen 4 cm del ancho.



Soluciona

El valor de la razón es $\frac{7}{4}$ (o 1,75); o sea que el largo es $\frac{7}{4}$ veces el ancho. Divide la longitud del largo entre $\frac{7}{4}$ y el resultado será la longitud del ancho:

$$14 \div \frac{7}{4} = \frac{14}{1} \times \frac{4}{7} = 2 \times 4 = 8$$

R: El ancho mide 8 cm.

Comprende

En una razón se cumple que:

$$\text{consecuente} = \text{antecedente} \div \text{valor de la razón}$$

Resuelve

1. Calcula el consecuente:

a. Antecedente = 1, valor de la razón = $\frac{1}{2}$

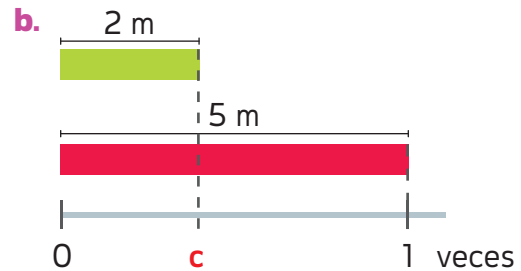
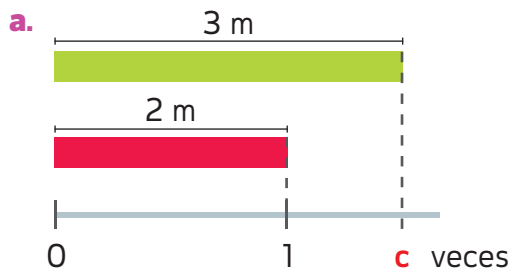
b. Antecedente = 6, valor de la razón = $\frac{3}{4}$

2. Ana preparó pintura rosada, donde la razón entre la cantidad de mililitros de pintura de color blanco y la de color rojo fue 4 : 5. Si utilizó 12 ml de color blanco, ¿cuántos utilizó de color rojo?



1.7 Practica lo aprendido

1. Escribe la razón entre la longitud de la cinta verde y la de la cinta roja. Luego, calcula el valor de la razón.

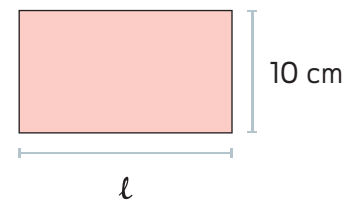


Soluciona problemas

2. La razón entre la cantidad de calorías que quema una persona y el tiempo (en minutos) que dedica a correr es $10 : 1$. Si una persona quemó 150 calorías, ¿cuántos minutos dedicó a correr?



3. La razón entre la longitud del largo y el ancho de un rectángulo es $3 : 2$. Si el ancho mide 10 cm, ¿cuánto mide el largo?



4. En un autobús, la razón entre la cantidad de asientos ocupados y la cantidad de desocupados es $6 : 5$; si hay 24 asientos ocupados, ¿cuántos asientos desocupados hay?

Porcentajes

2.1 Repasa tus conocimientos

1. Efectúa las divisiones entre múltiplos de 10.

a. $3 \div 10 =$

b. $9,9 \div 10 =$

c. $3 \div 100 =$

d. $9,9 \div 100 =$

2. Efectúa las multiplicaciones por múltiplos de 10.

a. $0,3 \times 10 =$

b. $0,31 \times 10 =$

c. $0,3 \times 100 =$

d. $0,31 \times 100 =$

3. Calcula el valor de cada razón.

a. $6 : 2$

b. $3 : 4$

c. $1 : 4$

d. $7 : 7$

e. $9 : 8$

f. $3 : 10$

4. Anota el valor que corresponde al antecedente y al consecuente en cada razón.

a. $3 : 8$

antecedente \rightarrow

consecuente \rightarrow

b. $2 : 3$

antecedente \rightarrow

consecuente \rightarrow

c. $7 : 6$

antecedente \rightarrow

consecuente \rightarrow

d. $9 : 2$

antecedente \rightarrow

consecuente \rightarrow

5. Determina el consecuente en cada caso.

a. Antecedente: 3

Valor de razón: 0,5

b. Antecedente: 5

Valor de razón: 0,2

2.2 Tanto por ciento o porcentaje

Analiza

Juan anotó 5 goles y 10 tiros a marco en su entrenamiento del día lunes, el martes, 9 goles y 12 tiros a marco. ¿Qué día Juan tuvo más éxito?

Soluciona

Determina las razones entre el número de goles y el número de tiros a marco y calcula el valor de cada razón.

- Lunes → Razón: 5 : 10. → Valor de la razón: $5 \div 10 = 0,5$.
- Martes → Razón: 9 : 12. → Valor de la razón: $9 \div 12 = 0,75$.

El lunes, Juan tuvo éxito 0,5 veces la cantidad de tiros a marco.

El martes, tuvo éxito 0,75 veces la cantidad de tiros a marco.

R: El martes Juan tuvo más éxito.

Comprende

El **tanto por ciento** o **porcentaje** se obtiene multiplicando el valor de una razón por 100, es decir:

$$\text{porcentaje} = \text{valor de razón} \times 100$$

Al final del número que indica el porcentaje, se escribe el símbolo "%". Por ejemplo, si el valor de una razón es 0,5, se multiplica por 100, y se obtiene el porcentaje: $0,5 \times 100 = 50$.

Se escribe "50 %" y se lee "cincuenta por ciento".

Resuelve

1. La tabla de la derecha contiene los resultados de Amarelis en los dos últimos juegos de baloncesto.
 - a. Encuentra el valor de la razón entre número de canastas y el total de lanzamientos.
 - b. ¿Qué porcentaje de canastas obtuvo en cada juego?, ¿cómo se interpreta este resultado?

Juego	Canastas	Lanzamientos
primero	12	16
segundo	9	15



Al determinar el porcentaje de cada entrenamiento de Juan, se puede asegurar que el lunes tuvo éxito el **50 %** ($0,5 \times 100 = 50$) de los tiros a marco y el martes el **75 %** ($0,75 \times 100 = 75$).



★ ¿Sabías que...?

Los porcentajes son de gran utilidad al referirse a cantidades muy grandes. Por ejemplo, según el Instituto Nacional de Estadística y Censo, la población total de la República de Panamá al 1 de julio de 2018 se estimó en 4 158 783 habitantes. De esa población, la masculina se estimó en 2 085 950 y la femenina en 2 072 833. En porcentajes se representa como el 50,2 % y el 49,8 % de la población respectivamente.

2.3 Relación entre razones y porcentajes

Analiza

En el salón de clases de Marta hay un total de 20 alumnos, de los cuales 7 son niños. ¿Cuál es el porcentaje de niños en este salón?

Soluciona

La razón entre la cantidad de niños y el total de alumnos es 7 : 20. Calcula el valor de la razón, y luego obtén el porcentaje:

$$\text{Valor de la razón: } 7 \div 20 = 0,35 \quad \text{Porcentaje: } 0,35 \times 100 = 35$$

El valor de la razón, 0,35, es equivalente al 35 %.

R: Un 35 % de los alumnos en el salón de clases son niños.

Comprende

Al multiplicar por 100 el valor de razón, se obtiene el porcentaje:

$$\text{porcentaje} = \text{valor de razón} \times 100$$

Al dividir entre 100 el porcentaje, se obtiene el valor de la razón:

$$\text{valor de razón} = \text{porcentaje} \div 100$$

Resuelve

1. Encuentra el porcentaje que representan los siguientes valores de razones:

a. 0,01

b. 0,7

c. 1

2. Encuentra el valor de la razón que corresponde a cada uno de los siguientes porcentajes:

a. 5 %

b. 12 %

c. 54 %



2.4 Porcentajes mayores al 100 %

Analiza

Un laboratorio tiene capacidad para procesar 60 pruebas diarias para detectar la COVID-19. Si el sábado trabajaron tiempo extra y procesaron 90 pruebas, ¿qué porcentaje de pruebas con respecto a la capacidad normal del laboratorio procesaron?



Soluciona

Calcula el valor de la razón de la cantidad de pruebas procesadas y la capacidad del laboratorio, y su respectivo porcentaje:

$$\text{Valor de la razón: } 90 \div 60 = 1,5 \quad \text{Porcentaje: } 1,5 \times 100 = 150$$

R: El porcentaje de pruebas procesadas en el laboratorio fue del 150 %.

En este caso, el antecedente es mayor que el consecuente. Por tanto, el porcentaje será mayor al 100 %.

Comprende

Cuando el antecedente es mayor que el consecuente, el porcentaje que se obtiene es mayor al 100 %. Esto se debe a que el valor de la razón es mayor que 1.



Resuelve

1. Se recomienda que un adulto beba 2 litros de agua diariamente. Si María consume 2,5 litros, ¿qué porcentaje de agua consume respecto a la cantidad sugerida?
2. La Organización Mundial de la Salud (OMS) recomienda a los niños un consumo máximo de 4 g de sal diarios; si un niño consume 6 g diarios podría enfermarse. ¿Qué porcentaje de sal con respecto a la cantidad recomendada puede hacer enfermar a un niño?

2.5 Cálculo del antecedente usando porcentajes menores al 100 %

La cantidad total de refresco (200 ml) corresponde al 100 %, y la cantidad desconocida de jugo de naranja (a ml) corresponde al 35 % del total de refresco.



Analiza

María prepara 200 ml de refresco de naranja. Si el 35 % del contenido del refresco es jugo de naranja, ¿a cuántos mililitros de jugo equivale? Representa la cantidad de mililitros de jugo como a.

Soluciona

Calcula el valor de la razón: $35 \div 100 = 0,35$.

De igual manera que se establece la razón con los porcentajes ($35 : 100$) se determina con la cantidad de refresco ($a : 200$). Por tal razón 200 es el consecuente.

$$a = 200 \times 0,35 = 70$$

R: Equivale a 70 ml.

Comprende

Calcular el valor correspondiente al porcentaje de una cantidad es equivalente a calcular el antecedente de la razón.

Cuando se conoce el consecuente y el porcentaje, y se quiere encontrar el antecedente, se pueden seguir los siguientes pasos:

1. Encontrar el valor de la razón a partir del porcentaje:

$$\text{valor de razón} = \text{porcentaje} \div 100$$

2. Encontrar el antecedente:

$$\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de razón}$$

Resuelve

1. Calcula los siguientes porcentajes.

a. 20 % de 80 litros.

b. 90 % de 120 litros.

c. 37 % de 140 litros.



Recuerda

El valor de la razón es igual al porcentaje dividido entre 100.

El antecedente es igual al consecuente multiplicado por el valor de la razón.



2.6 Cálculo del antecedente usando porcentajes mayores al 100 %

Analiza

Marta debe abonar 250 balboas mensuales para la cuota de una casa. Si además tiene que pagar un 4 % de interés fijo sobre la cuota, ¿cuánto debe pagar cada mes?



Soluciona

El 100 % de la cuota es 250 balboas; "4 % sobre la cuota" indica que se agrega el 4 % de 250 balboas ($100 \% + 4 \% = 104 \%$). Entonces, se calcula el pago de cada mes al incluir el interés sobre la cuota.

- Calcula el valor de la razón: $104 \div 100 = 1,04$.
- Calcula el 104 % de 250: $250 \times 1,04 = 260$.

R: Marta debe pagar cada mes 260 balboas.

Comprende

En situaciones que involucran incrementos al porcentaje, y se quiere encontrar el antecedente de la razón, se realiza lo siguiente:

1. Encontrar el porcentaje total: $100\% +$ porcentaje de incremento.
2. Calcular el valor de la razón: $\text{porcentaje} \div 100$.
3. Calcular el antecedente: $\text{antecedente} = \text{consecuente} \times \text{valor de la razón}$.

Resuelve

1. Un jugo de piña que normalmente contiene 800 ml está en oferta, con un 20 % más del contenido normal. ¿Cuántos mililitros de jugo contiene cuando está en oferta?
2. Un lote de papel cuesta 720 balboas; pero al importarlo desde otro país se debe pagar un impuesto del 5 % de importación. ¿Cuál es el valor final a pagar por el lote de papel?



2.7 Cálculo de precios con un impuesto

Analiza

Julia comprará una estufa que cuesta 160 balboas. El vendedor le dijo que este precio no incluye el Impuesto de Traslado de Bienes Materiales y Servicios (ITBMS), que es el 7 % del precio original. ¿Cuánto costará la estufa con el impuesto incluido?



Soluciona

En este caso hay un incremento del 7 % al precio de la estufa. Aplica los pasos aprendidos en la clase anterior:

1. Porcentaje total = $100 \% + 7 \% = 107 \%$
2. Valor de la razón = $107 \div 100 = 1,07$
3. Antecedente = $160 \times 1,07 = 171,2$

R: La estufa con el impuesto incluido costará 171,2 balboas.

Otra forma de resolver el problema es encontrar la cantidad de dinero que pagará de ITBMS y sumarlo a los 160 (precio original de la estufa):

1. Cantidad de dinero que corresponde al 7 %:
 - valor de razón = $7 \div 100 = 0,07$
 - antecedente = $160 \times 0,07 = 11,2$

2. Suma la cantidad correspondiente al ITBMS (11,2 balboas) al precio original:

$$160 + 11,2 = 171,2$$

R: La estufa con el impuesto incluido costará 171,2 balboas.

Comprende

Cuando compramos ciertos artículos como muebles o ropa, debemos pagar el Impuesto de Traslado de Bienes Materiales y Servicios (ITBMS). Este está fijado en un 7 % sobre el valor del artículo y puede calcularse mediante dos métodos, como se ilustra a continuación.

¿Sabías que...?

El ITBMS es un impuesto que grava el consumo final de bienes y servicios. Su tasa actual es el 7 %.

Desarrollo sostenible

Es importante que todos los panameños y las panameñas pagemos nuestros impuestos para contribuir de forma eficiente con el gasto público, dinero que se utiliza para el avance y desarrollo de proyectos que nos benefician a todos.

Método 1:

1. Calcular el valor de la razón correspondiente al 107 % (este porcentaje se encontró sumándole al 100 % el 7 % de ITBMS).
2. Calcular el nuevo precio, multiplicando el precio original por el valor de la razón.

Método 2:

1. Calcular el 7 % del precio original.
2. Sumar, al precio original, la cantidad encontrada en el punto 1.

En la primera forma, el valor de la razón correspondiente al 107 % es 1,07; entonces, puedes realizar un solo paso multiplicando el precio original por 1,07.



Observa cómo se hace

Si una mesa cuesta 55 balboas. ¿Cuál es el precio final con el 7 % incluido del ITBMS?

Utilizando la segunda forma se calcula:

- El 7 % del precio original: valor de la razón = $7 \div 100 = 0,07$.

$$\text{antecedente} = 55 \times 0,07 = 3,85$$

- El precio total corresponde a la suma del precio con el 7 % encontrado en el paso anterior:

$$55 + 3,85 = 58,85$$

R: El precio final de la mesa es 58,85 balboas.

Resuelve

1. Calcula el precio de los siguientes artículos incluyendo el ITBMS de un 7%, tal como se establece en nuestro país. Utiliza las dos métodos estudiados.
 - a. Una computadora que cuesta 525 balboas.



- b. Un televisor que cuesta 450 balboas.



2.8 Cálculo de precios con un descuento

Analiza

Una mochila tiene un descuento del 25 %. Si el precio original era de 8 balboas, ¿cuál es el precio de la mochila al aplicarle el descuento?

El precio, al aplicarle el descuento, es igual al 75% del precio original.



Soluciona

Como el precio original corresponde al 100 % se le resta el 25 %:

$$100 \% - 25 \% = 75 \%$$

Calcula el valor de razón = $75 \div 100 = 0,75$

Precio a cancelar: $8 \times 0,75 = 6$

R: El precio de la mochila al aplicarle el descuento es 6 balboas.

Comprende

Para encontrar el precio luego de aplicar descuentos, se pueden seguir los siguientes pasos:

1. Calcular el porcentaje del precio con descuento: $100 \% - \text{porcentaje de descuento}$.
2. Calcular el valor de la razón correspondiente al porcentaje encontrado en 1.
3. Encontrar el precio con descuento, multiplicando el valor de la razón por el precio original.

Resuelve

1. Encuentra el precio de cada prenda al aplicarles el descuento indicado.

a. Vestido para niña

- Precio normal: 20 balboas
- 30 % de descuento

b. Camisa para niño

- Precio normal: 5 balboas
- 5 % de descuento



2.9 Cálculo del consecuente usando porcentajes

Analiza

Una jirafa de un mes de vida mide 260 cm; esta estatura corresponde al 130 % de su estatura justo al nacer. ¿Cuál fue la estatura de la jirafa inmediatamente después del nacimiento? Representa esta cantidad como **b** cm.



Soluciona

Calculo el valor de la razón, que es igual a dividir el porcentaje entre 100:

$$\text{valor de la razón} = 130 \div 100 = 1,3$$

Este número corresponde al valor de la razón $260 : b$; y como:

$$\text{consecuente} = \text{antecedente} \div \text{valor de razón}$$

entonces,

$$b = 260 \div 1,3 = 200$$

R: La estatura de la jirafa después del nacimiento es de 200 cm.

Observa que:

- La estatura de la jirafa al nacer corresponde al 100 % (consecuente, **b** cm).
- La estatura de la jirafa después de un mes, la cual es 260 cm, corresponde al 130 % (antecedente).

Comprende

Cuando se conoce el **antecedente** o cantidad cuyo porcentaje es menor o mayor al 100 % y se desea encontrar la cantidad original (el **consecuente**), se realiza lo siguiente:

1. Calcular el valor de la razón:

$$\text{valor de la razón} = \text{porcentaje} \div 100$$

2. Calcular el consecuente, que es la cantidad original:

$$\text{consecuente} = \text{antecedente} \div \text{valor de la razón}$$

En los problemas donde el porcentaje aumenta, se conoce la cantidad correspondiente a ese aumento (antecedente) y se desconoce la cantidad original (consecuente), se realiza el siguiente procedimiento:

- Encontrar el porcentaje total correspondiente al aumento:

$$100 \% + \text{porcentaje de aumento}$$

- Seguir los pasos explicados anteriormente.





¿Qué pasaría?

Si la cantidad de estudiantes se hubiera reducido en un 25 %, la cantidad actual representaría un 75 %, que daría un valor de razón igual a 0,75.

Entonces el consecuente se obtendría:
 $390 \div 0,75 = 520$

Por lo tanto, el año anterior hubo 520 estudiantes.

Observa cómo se hace

En una escuela este año hay 390 estudiantes, cantidad que representa un 25 % más que el año anterior. ¿Cuántos estudiantes había el año anterior?

Anota los datos del problema:

- El número de estudiantes del año anterior representa el 100 %: **b** (consecuente).
- Este año hay $100 \% + 25 \% = 125 \%$ (antecedente) de estudiantes respecto al año anterior (390).

Calcula el valor de la razón: $125 \div 100 = 1,25$

Calcula el consecuente:

$$b = 390 \div 1,25 = 312$$

R: El año anterior había 312 estudiantes.

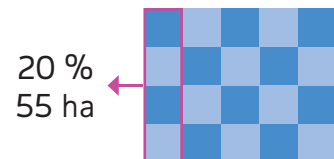
Resuelve

1. Un televisor cuesta 604,55 balboas con ITBMS incluido. ¿Cuál es el precio del televisor sin incluir el ITBMS?
2. La estatura de José es 154 cm, 10% más que la estatura de su hermana Julia. ¿Cuál es la estatura de Julia en centímetros?



Desafíate

1. Un agricultor planta 55 hectáreas de maíz que representan el 20% de su terreno. ¿De cuántas hectáreas es el terreno?



Proporciones

3.1 Repasa tus conocimientos

1. Simplifica las fracciones.

a. $\frac{3}{9}$

b. $\frac{4}{6}$

c. $\frac{2}{16}$

d. $\frac{10}{12}$

e. $\frac{20}{18}$

f. $\frac{15}{6}$

2. Asocia con una raya cada razón con la fracción equivalente.

6 : 9

$\frac{5}{3}$

1 : 3

$\frac{2}{3}$

8 : 18

$\frac{1}{3}$

10 : 6

$\frac{4}{9}$

2. Pinta del mismo color las razones que tienen el mismo valor.

6 : 5

1 : 4

42 : 35

2 : 8

9 : 36

24 : 20

3. Un restaurante estimó que la razón entre la cantidad de personas atendidas en una noche y la ganancia obtenida fue 1 : 10. Si la ganancia del restaurante fue de 300 balboas esa noche, ¿a cuántas personas atendieron? Explica el significado de la razón estimada.

3.2 Variación de cantidades para obtener la misma razón

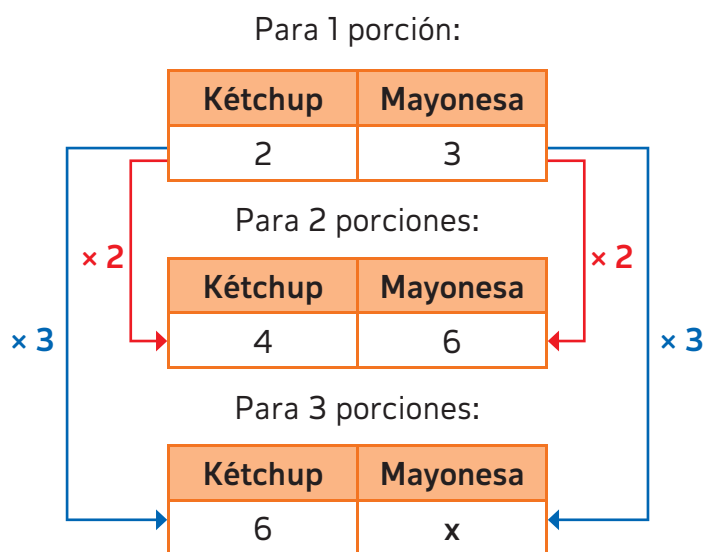
Analiza

En una fiesta, María quiere servir camarones con salsa golf, una mezcla de ketchup y mayonesa. Para cada porción de camarones, usará 2 cucharadas de ketchup y 3 de mayonesa. ¿Cuántas cucharadas de mayonesa debe mezclar para obtener el mismo sabor, si utiliza 6 cucharadas de ketchup? Representa la cantidad de cucharadas de mayonesa como x .



Soluciona

Representa en tablas la cantidad de cucharadas de cada ingrediente relacionadas con la cantidad de porciones de camarones que se pueden acompañar:



Observa las cantidades representadas en cada tabla:

- Para 1 porción: 2 cucharadas de ketchup y 3 de mayonesa.
- Para 2 porciones: 4 cucharadas de ketchup y 6 de mayonesa.
- Para 3 porciones: 6 cucharadas de ketchup y x de mayonesa.

Por lo tanto:

Ketchup: 3 veces 2 cucharadas son 6 cucharadas.

Mayonesa: 3 veces 3 cucharadas son 9 cucharadas. Es decir que $x = 9$.

R: Se necesitan 9 cucharadas de mayonesa.

¿Qué pasaría?

Si la cantidad de porciones de camarones que va a servir son 20, para preparar la salsa se multiplica por 20 las cucharadas indicadas para 1 porción:

- Ketchup:
 $20 \times 2 = 40$
- Mayonesa:
 $20 \times 3 = 60$



Recuerda

En una razón $a : b$, la cantidad a se llama antecedente y la cantidad b se llama consecuente.

Comprende

Cuando se tiene una razón entre dos cantidades $a : b$, la cual se quiere mantener para conservar el mismo sabor, tono, consistencia etc., se pueden aumentar los números a y b en la misma cantidad de veces hasta encontrar las cantidades que se necesitan.

Observa cómo se hace

Para preparar la salsa golf, mencionada en la página anterior, ¿cuántas cucharadas de mayonesa se necesitan si se utilizan 10 cucharadas de ketchup?

La cantidad que se desea conocer es la de cucharadas de mayonesa que se necesitan para 10 cucharadas de ketchup, y se denominará como x .

Como en 10 cucharadas de ketchup hay 5 veces 2 cucharadas, que es equivalente a resolver $5 \times 2 = 10$. Entonces de mayonesa son 5 veces 3 cucharadas, que es equivalente a $5 \times 3 = 15$. es decir, $x = 15$.

R: Se necesitan 15 cucharadas de mayonesa.

Resuelve

1. En cada ejercicio, encuentra la cantidad x para que la receta tenga el mismo sabor.

a.

Chocolate	Leche
3 tazas	2 tazas
12 tazas	x tazas

$x = \square$

b.

Café	Leche
2 tazas	1 taza
x tazas	7 tazas

$x = \square$

2. Cierta receta indica que la relación entre las tazas de agua y harina es $1 : 3$.

a. Por 6 tazas de agua, ¿cuántas tazas de harina se deben utilizar?

b. Por 15 tazas de harina, ¿cuántas tazas de agua se deben utilizar?

$1 : 3$ significa que por 1 taza de agua hay 3 de harina.



3.3 Razones equivalentes y proporciones

Analiza

Ana y Luis mezclaron pintura azul y blanca para obtener un tono celeste. Ana utilizó 3 latas de pintura azul y 4 latas de pintura blanca; mientras que Luis utilizó 6 latas de pintura azul y 8 latas de pintura blanca.



- Encuentra el valor de razón entre las latas de pintura azul y blanca que utilizó cada uno.
- ¿Obtuvieron el mismo tono de celeste?

Solucionamos

- La razón entre las cantidades de latas de pintura azul y blanca para el caso de Ana es $3 : 4$, mientras que para Luis es $6 : 8$. Al calcular los valores de las razones se obtiene:

$$\text{Ana} \rightarrow \frac{3}{4}$$

$$\text{Luis} \rightarrow \frac{\cancel{6}^3}{\cancel{8}_4} = \frac{3}{4}$$

R: El valor de la razón es $\frac{3}{4}$ (o 0,75).

- Sí, obtuvieron el mismo tono de celeste, porque en cada caso se obtuvo el mismo valor de razón $\frac{3}{4}$.

Comprende

Cuando dos razones tienen el mismo valor de la razón se llaman **razones equivalentes**.

A la igualdad entre dos razones equivalentes se le llama **proporción**. Es decir, si la razón $a : b$ es equivalente a la razón $c : d$ entonces la proporción se escribe:

$$a : b = c : d$$

y se lee "**a** es a **b** como **c** es a **d**"; **a**, **b**, **c** y **d** representan cantidades numéricas.

Recuerda que:
 $\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0,75$



¿Sabías que...?

Una proporción también puede escribirse utilizando el símbolo ":" en lugar del símbolo "=". Así, $3 : 4 :: 6 : 8$ representa una proporción.

Observa cómo se hace

Determina si las razones $1 : 5$ y $3 : 15$ son equivalentes. Luego escríbelas en forma de proporción.

- Calcula el valor de las razones:

$$1 : 5 = \frac{1}{5} = 1 \div 5 = 0,2$$

$$3 : 15 = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2$$

Las razones $1 : 5$ y $3 : 15$ son equivalentes porque tienen el mismo valor de la razón.

R: Las razones son equivalentes. Se escriben en forma de proporción así: $1 : 3 = 3 : 15$ o $1 : 3 :: 3 : 15$.

Resuelve

1. ¿Son equivalentes las razones dadas en cada ejercicio? En caso de serlo, escríbelas en forma de proporción.

a. $2 : 3$ y $6 : 9$

b. $16 : 12$ y $4 : 3$

2. Carlos y Daniela prepararon salsa golf. Escribe la razón de ketchup y mayonesa de cada una de las recetas y explica si tienen el mismo sabor.

Carlos	
Ketchup	Mayonesa
4 cucharadas	6 cucharadas

Daniela	
Ketchup	Mayonesa
6 cucharadas	9 cucharadas

3. Beatriz preparó té frío en el que mezcló 4 partes de té verde con 3 partes de té de limón.

a. Encuentra el valor de la razón entre el té verde y el té de limón.

b. Beatriz decidió repetir la receta y mezcló 12 partes de té verde con 9 partes de té de limón. ¿El sabor será el mismo de la receta anterior?

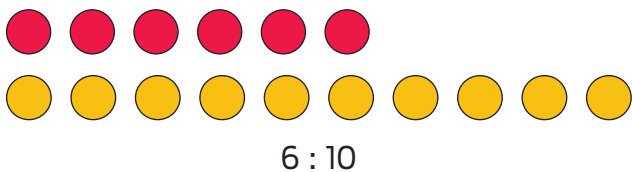


3.4 Razón equivalente más simple

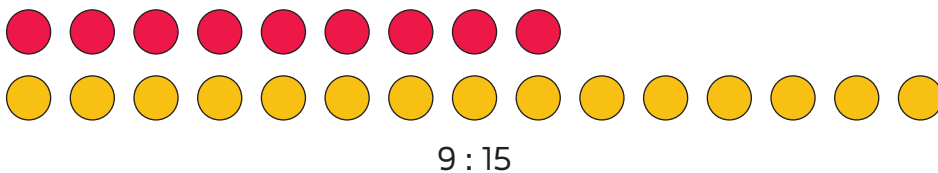
Analiza

César hizo una mezcla con 6 latas de pintura roja y 10 latas de pintura amarilla, y Elena con 9 latas de pintura roja y 15 latas de pintura amarilla. ¿Obtuvieron el mismo tono de anaranjado?

César



Elena



Soluciona

Será el mismo tono de anaranjado si las razones son equivalentes.

- Calcula el valor de la razón para cada caso:

$$\text{César} \rightarrow \frac{\cancel{6}^3}{\cancel{10}_5} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Elena} \rightarrow \frac{\cancel{9}^3}{\cancel{15}_5} = \frac{3}{5}$$

Entonces, las razones son equivalentes, es decir, $6 : 10 = 9 : 15$.

- Otra forma de calcular el valor de la razón:

$$\text{César} \rightarrow 6 \div 10 = 0,6$$

$$\text{Elena} \rightarrow 9 \div 15 = 0,6$$

Como el valor de la razón es el mismo, son razones equivalentes, $6 : 10 = 9 : 15$.

R: César y Elena obtienen el mismo tono de anaranjado.

Comprende

Encontrar una razón equivalente con números menores es simplificar el valor de la razón; cuando se obtiene la razón equivalente con los números naturales menores posibles se obtiene la **razón equivalente más simple** o **simplificada**.

$3 : 5$ significa que por cada 3 latas de pintura roja se utilizan 5 latas de pintura amarilla.



Si el consecuente es 1 la razón es igual al antecedente.

Ejemplo:

$$2 : 1 = \frac{2}{1} = 2$$



Para calcular la razón equivalente más simple de una razón se simplifica el valor de esta razón hasta su mínima expresión.



Observa cómo se hace

Determina la razón equivalente más simple de las razones 2 : 18 y 3 : 27.

- Simplifica el valor de las razones:

$$2 : 18 = \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{18}_9} = \frac{1}{9} \qquad 3 : 27 = \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{27}_9} = \frac{1}{9}$$

Se obtiene en ambas razones $\frac{1}{9}$, que corresponde a la razón 1 : 9.

R: Para las razones 2 : 18 y 3 : 27, su razón equivalente más simple es 1 : 9.

Resuelve

1. Encuentra la razón equivalente más simple para cada razón.

a. 6 : 4

b. 16 : 20

c. 30 : 18

d. 10 : 35

e. 12 : 8

f. 6 : 3

2. Encuentra la razón equivalente más simple para las razones.

a. 7 : 28 y 2 : 8

b. 15 : 20 y 12 : 16

c. 27 : 90 y 18 : 60

d. 11 : 22 y 9 : 18

e. 6 : 8 y 48 : 64

f. 2 : 8 y 3 : 12

3. Irving y Natalia quieren saber quién de ellos hace más goles al cobrar tiros libres. Irving hizo 14 tiros libres y de estos 6 fueron goles, y Natalia logró 9 goles de 21 tiros libres. ¿Quién tuvo mayor efectividad en el cobro de tiros libres?



3.5 Obtención de razones equivalentes

Analiza

Encuentra el valor del número x para que se forme una proporción.

$$3 : 5 = 24 : x$$

Recuerda

En las proporciones, las razones son equivalentes.



Soluciona

Recuerda que el antecedente y el consecuente de una razón pueden aumentarse la misma cantidad de veces para conservar la razón:

Antecedente	Consecuente
3	5
24	x

Diagram illustrating the multiplication of both terms by 8 to maintain the ratio. Red arrows point from the first row to the second row, labeled with $\times 8$ on both sides.

Como el antecedente aumentó 8 veces, el consecuente también debe aumentar 8 veces. Así: $x = 5 \times 8 = 40$.

R: $x = 40$

Comprende

Cuando el antecedente y el consecuente de una razón se multiplican o dividen por un mismo número se obtiene una **razón equivalente**, y por tanto, una proporción.

Resuelve

1. Encuentra el valor del número x para que se forme una proporción.

a. $1 : 5 = 5 : x$

b. $6 : 2 = 3 : x$

c. $3 : 1 = 30 : x$

d. $5 : 2 = x : 6$

e. $18 : 8 = x : 4$

f. $11 : 13 = x : 130$

2. Dos números se encuentran a una razón $1 : 4$; si uno de ellos es quince unidades mayor que el otro, ¿cuáles son los números?



3.6 Proporciones con un dato desconocido

Analiza

Para preparar galletas de chocolate, la razón entre la cantidad de harina y chocolate (en gramos) es 5 : 3. Si Alejandra utiliza un paquete de 150 g de harina, ¿cuántos gramos de chocolate debe utilizar? Representa esta cantidad como x gramos.



La ventaja del primer procedimiento es que no necesitas identificar antecedente o consecuente, o calcular el valor de la razón. Pero recuerda que debes mantener la correspondencia entre harina y chocolate.



Soluciona

La razón 5 : 3 significa que, por cada 5 gramos de harina se necesitan 3 gramos de chocolate. Coloca los datos en una tabla:

Harina (g)	Chocolate (g)
5	3
150	x

$\times 30$ (indicated by a bracket on the left side of the table, pointing from 5 to 150)

$\times 30$ (indicated by a bracket on the right side of the table, pointing from 3 to x)

Para mantener el sabor, $5 : 3 = 150 : x$; observa que los 5 g de harina aumentaron 30 veces para obtener 150 g ($5 \times 30 = 150$). Entonces:

$$x = 3 \times 30 \rightarrow x = 90$$

Otra forma de resolver el problema es:

- Como el valor de la razón es 5 : 3, es decir, $\frac{5}{3}$ y debe conservarse el sabor, este valor de razón debe ser el mismo para la razón 150 : x .
- Utiliza la relación:

consecuente = antecedente \div valor de razón

$$x = 150 \div \frac{5}{3} \rightarrow x = 150 \times \frac{3}{5}$$
$$x = \overset{30}{\cancel{150}} \times \frac{\cancel{3}}{\underset{1}{\cancel{5}}} \rightarrow x = 30 \times 3 \rightarrow x = 90$$

R: Alejandra debe utilizar 90 gramos.

Comprende

Para encontrar un dato desconocido en una proporción, usando tablas de valores, se determina en cuanto aumenta o disminuye una razón para aplicarlo a la otra razón y así obtener el dato desconocido.

Observa cómo se hace

Determina el valor de la cantidad x que hace falta en la tabla.

Agua	Jugo de limón
7 vasos	2 vasos
14 vasos	x vasos

Diagrama de proporción con flechas y el número 2 indicando que la segunda fila es el doble de la primera.

- Se anota la proporción que se forma:

$$7 : 14 = 2 : x$$

- Se observa que los 7 vasos de agua aumentaron **2** veces para obtener 14 vasos ($7 \times 2 = 14$). Entonces:

$$x = 2 \times 2 = 4 \rightarrow x = 4$$

R: $x = 4$.

Resuelve

1. Encuentra el valor de la cantidad que hace falta.

a.

Harina (g)	Chocolate (g)
3	2
120	x

b.

Harina (g)	Chocolate (g)
50	40
x	200



Desafiate

- Alonso y Dunia son hermanos y decidieron preparar un dulce. Para hacerlo, se guiaron por una receta encontrada en YouTube en la que se pide usar 3 huevos, 2 tazas de azúcar y 4 tazas de harina. Sin embargo, tienen solo 2 huevos en su casa. ¿Cuáles cantidades de azúcar y de harina deben usar? Expresa el resultado como fracción o como número mixto.



3.7 Propiedad fundamental de las proporciones

Analiza

Usando la proporción $6 : 10 = 9 : 15$, realiza lo siguiente:

- Multiplica el antecedente de la primera razón por el consecuente de la segunda. Luego, el consecuente de la primera razón por el antecedente de la segunda.
- ¿Cómo son los resultados que obtuviste? ¿Qué puedes concluir sobre las proporciones?

Soluciona

- El antecedente de la primera razón es 6 y el consecuente de la segunda razón es 15. Al efectuar la multiplicación se obtiene lo siguiente, $6 \times 15 = 90$.
- El consecuente de la primera razón es 10 y el antecedente de la segunda razón es 9. Así que al realizar la multiplicación se obtiene, $10 \times 9 = 90$.

R: Observa que los resultados obtenidos son iguales. Esto quiere decir que en una proporción, el producto del antecedente de la primera razón por el consecuente de la segunda es igual al producto del consecuente de la primera razón por el antecedente de la segunda.

Comprende

En una proporción, el producto del antecedente de la primera razón por el consecuente de la segunda es igual al producto del consecuente de la primera razón por el antecedente de la segunda. Esta es la **propiedad fundamental de las proporciones**.

Es decir, para la proporción $a : b = c : d$ se cumple

$$a \times d = b \times c$$

a , b , c y d representan cantidades numéricas.

Resuelve

1. Comprueba la propiedad fundamental de las proporciones en los siguientes casos.

a. $2 : 3 = 6 : 9$

b. $5 : 3 = 20 : 12$

c. $4 : 6 = 8 : 12$

¿Sabías que...?

En una proporción $a : b = c : d$, los números a y d también se conocen como extremos, y b y c , como medios. Entonces, la **propiedad de las proporciones** indica que el **producto de los extremos es igual al producto de los medios**:
 $a \times d = b \times c$.

3.8 Practica lo aprendido

- Determina si las razones dadas son equivalentes. En caso de serlo, escríbelas en forma de proporción.
 - $2 : 5$ y $8 : 20$
 - $4 : 5$ y $16 : 20$
- Encuentra la razón equivalente más simple de cada razón.
 - $30 : 50$
 - $35 : 85$
 - $42 : 78$
- Encuentra el número x para que se forme una proporción.
 - $2 : 5 = 12 : x$
 - $10 : 6 = 150 : x$

Soluciona problemas

- En una rifa, el organizador quiere que la razón entre papелitos premiados y no premiados sea $2 : 7$. Si se colocan 16 papелitos premiados, ¿cuántos papелitos no premiados se deben colocar?
- Una fotografía mide 10 cm de base y 15 cm de altura. Si se amplía para que la base sea 12 cm, ¿cuánto medirá la altura?

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Calculo la cantidad de veces que es una cantidad con respecto a otra.			
Determino la razón de dos cantidades.			
Calculo el valor de la razón entre dos cantidades.			
Reconozco el antecedente y el consecuente en una razón.			
Calculo el antecedente y el consecuente en una razón.			
Calculo el tanto por ciento o porcentaje.			
Reconozco la relación entre razones y porcentajes.			
Calculo precios con un impuesto.			
Calculo precios con un descuento.			
Determino proporciones.			
Obtengo razones equivalentes.			
Calculo el consecuente usando porcentajes.			
Calculo la razón equivalente más simple.			
Utilizo la propiedad de las proporciones para obtener el valor de un dato desconocido en una proporción.			

Secuencias y patrones numéricos



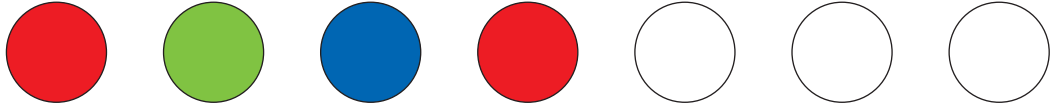
En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer secuencias numéricas
- Identificar la unidad de repetición
- Identificar patrones numéricos
- Continuar patrones de secuencias
- Crear patrones de secuencias

Formación de secuencias numéricas

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Colorea y continúa la secuencia.



2. Anota el patrón que identificaste en la secuencia anterior.

3. Completa la secuencia de 10 en 10.

0			30		
---	--	--	----	--	--

4. Completa la secuencia sumando 15 a cada término.

	29				89
--	----	--	--	--	----

5. Completa cada secuencia con el número faltante. Luego, anota cuál es el patrón.

a. $4 \rightarrow 12 \rightarrow \square \rightarrow 28 \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow 68$

Patrón: _____

b. $2 \rightarrow 6 \rightarrow 18 \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow 486 \rightarrow \square$

Patrón: _____

6. Luis se entretiene con un video juego y cada vez que gana suma 50 puntos a la puntuación anterior. Si al empezar a jugar tiene ganados 480 puntos y gana 6 juegos más, ¿con qué puntuación finaliza el juego?



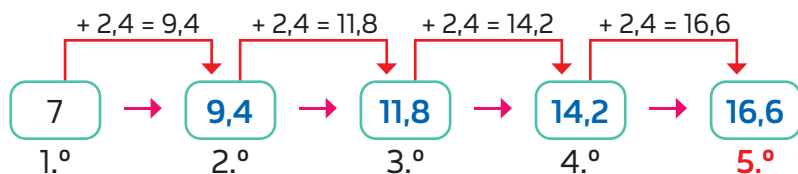
1.2 Formación de secuencias numéricas

Analiza

Ana crea una secuencia cuyo patrón es sumar 2,4 al término anterior. Si el primer término es 7, ¿cuál es el quinto término?

Soluciona

Observa las operaciones que se desarrollan para obtener cada término:

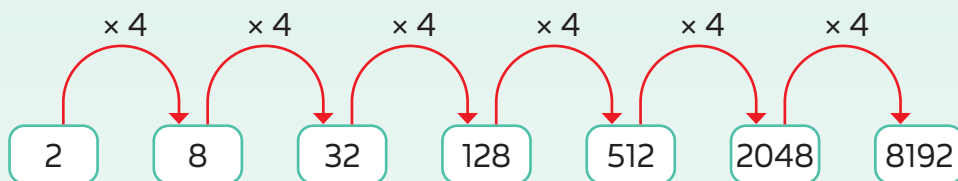


R: El quinto término de la secuencia es 16,6.

Comprende

Una **secuencia numérica** es una serie de números ordenados que siguen una ley de formación llamada patrón.

Ejemplo:



El **patrón numérico** de una secuencia consiste en una o más operaciones, que se aplican por igual a cada término de la secuencia, para obtener el que la continúa. En el ejemplo anterior, el patrón consiste en multiplicar por 4.

Para calcular el **patrón numérico** de una secuencia se debe analizar la relación que existe entre los términos que la forman. Por ejemplo, para calcular el patrón de la siguiente secuencia, se observa que cada término va aumentando de 0,5 en 0,5. Por lo tanto el patrón es: sumar 0,5.



Recuerda

Una secuencia puede ser ascendente o descendente.

¿Sabías que...?

Los números como: 3, 9, 27, 81, 243, 729, ... son múltiplos de 3, ya que se obtienen de multiplicar 3 por números naturales.



Recuerda

El triple de un número es el resultado de multiplicar el número por 3.

Observa cómo se hace

Calcula el término que continúa la secuencia:

1, 3, 9, 27, 81, 243, ...

- Para calcular términos en una secuencia se observa la relación que existe entre los términos:

$$1 \times 3 = 3, 3 \times 3 = 9, 9 \times 3 = 27, 27 \times 3 = 81, 81 \times 3 = 243, \dots$$

Cada número corresponde al triple del anterior.

Por lo tanto: el patrón es multiplicar por 3.

- Para calcular el término que continúa la secuencia, se multiplica el último término por 3:

$$243 \times 3 = 729$$

R: El término que continúa la secuencia es 729.

Resuelve

1. Completa cada secuencia dado el patrón que la determina.

- a. Patrón: multiplicar por 2.

3 → → → → → → →

- b. Patrón: restar 3,2.

97,9 → → → → → →

2. Calcula el patrón de la secuencia. Luego, determina el término que continúa la secuencia.

3,4 → 3,3 → 3,2 → 3,1 → 3

Patrón: _____

Término que continúa: _____

3. Completa cada secuencia dado el patrón numérico.

- Patrón: multiplicar por 3 y restar 2,1.

a. 2 → → → → →

b. 5 → → → → →



1.3 Practica lo aprendido

1. Completa cada secuencia dado el patrón que la determina.

a. Patrón: sumar 10,6.



b. Patrón: multiplicar 5.



c. Patrón: multiplicar por 4 y sumar 6.



2. Colorea el patrón de formación de la siguiente secuencia numérica.

3, 6, 15, 42, 123, 366, 1095, ...

Multiplicar por 3 y restar 1

Restar 1 y multiplicar por 3

3. Completa la secuencia con el número faltante. Luego explica el patrón que la determina.



Patrón: _____

4. Forma una secuencia cuyos términos se incrementan multiplicados por 5.



Desafíate

1. En una secuencia el primer término es 8. Si el patrón corresponde a dividir entre 2 y sumar 3,6, ¿cuál es el cuarto término?

Soluciona problemas

- Gabriela trabaja de lunes a sábado según la demanda. La primera semana de febrero trabajó cada día 2 horas más que el día anterior. Si el lunes trabajó 2 horas, ¿cuántas horas trabajó el sábado de esa semana?
- El papá de Alfredo le ofreció, que durante una semana completa, cada día ganaría el doble de dinero del día anterior, si colabora con la restauración de su casa. Si el primer día recibió de pago 3 balboas, ¿cuánto dinero ganará el último día?

Instrumento de Autoevaluación

Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Reconozco secuencias numéricas.			
Identifico la unidad de repetición.			
Identifico patrones numéricos.			
Continúo patrones de secuencias.			
Determino patrones de secuencias.			

Unidades de medida de longitud, masa, superficie y volumen



En esta unidad aprenderás a:

- Realizar conversiones entre el metro, sus múltiplos y submúltiplos
- Diferenciar el área y el perímetro
- Resolver problemas que involucren conversiones entre las unidades de medida de masa y de volumen
- Realizar estimaciones y comparaciones del volumen de diversos contenedores usando unidades de medida convencionales y no convencionales
- Realizar conversiones entre las unidades del Sistema Internacional de Medidas y el Sistema Inglés para la longitud, la superficie, la masa y la capacidad

Unidades de medida de longitud

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Colorea de rojo los submúltiplos del metro y en color verde los múltiplos.

Centímetro

Decímetro

Hectómetro

Kilómetro

Milímetro

Decámetro

2. Completa las equivalencias.

a. $8 \text{ dam} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

b. $0,33 \text{ hm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

c. $1 \text{ km} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

d. $770 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

e. $15 \text{ dm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

f. $400 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

3. Asocia cada medida con su equivalencia en centímetros.

1 pulgada

91,44 cm

1 yarda

30,48 cm

1 pie

2,54 cm

4. Completa el procedimiento para realizar cada conversión.

a. $14 \text{ pulg} = 14 \times \underline{\hspace{2cm}} = 35,56 \text{ cm}$

b. $18 \text{ pie} = 18 \times \underline{\hspace{2cm}} = 547,2 \text{ cm}$

5. Andrea corre cada día 300 dam, Jorge 3 km y Pilar 30 hm. ¿Cuál de ellos corre la mayor cantidad de metros diariamente?



1.2 La longitud en el Sistema Internacional

Analiza

El tapir centroamericano alcanza entre 1,3 m y 2,2 m de longitud. ¿Cuáles son esas medidas en centímetros?

Solucionna

Multiplica cada medida por 100 para convertirla a centímetros:

$$1,3 \times 100 = 130$$

$$2,2 \times 100 = 220$$

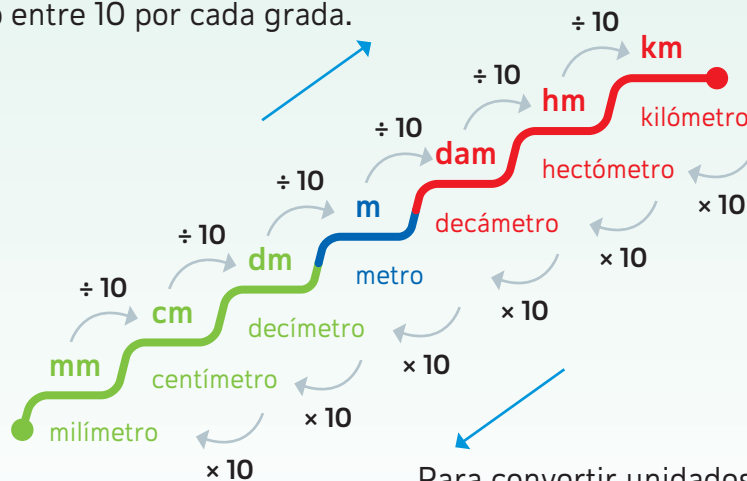
Por lo tanto: 1,3 m = 130 cm y 2,2 m = 220 cm.

Comprende

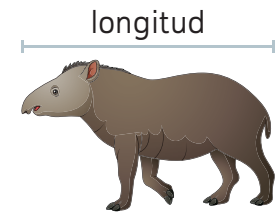
Para realizar **conversiones entre unidades de medida de longitud en el Sistema Internacional (SI)**, se utiliza como referencia el metro (m).

La relación entre el metro, sus múltiplos y submúltiplos, se puede representar mediante una escalera, que muestra el procedimiento para realizar conversiones entre unidades de medida.

Para convertir unidades de una medida menor a una mayor, "se sube" por la escalera dividiendo entre 10 por cada grada.



Para convertir unidades de una medida mayor a una menor "se baja" por la escalera multiplicando por 10 por cada grada.



Desarrollo sostenible

El macho de monte o tapir centroamericano es un mamífero de gran tamaño que habita en nuestro país. Debemos proteger su especie ya que se encuentra en peligro de extinción a causa de la caza indiscriminada.

¿Sabías que...?

El Sistema Internacional de Unidades (SI) se estableció en 1960 en la XI Conferencia General de Pesos y Medidas y lo constituyen las siguientes unidades básicas: metro (m), kilogramo (kg), segundo (s), kelvin (K), amperio (A), mol (mol) y candela (cd).

★ ¿Sabías que...?

Dividir entre múltiplos de 10 equivale a correr la coma decimal a la izquierda tantas veces como ceros tenga el número.

Ejemplo:

$$3677,02 \div 1000 = 3,67702$$

Observa cómo se hace

Convierte 560 milímetros a decímetros.

- Como la conversión es de una unidad menor a una mayor se suben 2 gradas en la escalera, de modo que se divide dos veces entre 10:

$$560 \div 10 \div 10 =$$

$$56 \div 10 = 5,6$$

Una forma más rápida de resolver es dividiendo directamente entre 100, ya que dos veces 10 es equivalente a 100:

$$560 \div 100 = 5,6$$

R: Entonces, 560 mm = 5,6 dm.

Resuelve

1. Completa las conversiones.

a. 71 hm = _____ dam

b. 8 km = _____ dam

c. 960 mm = _____ cm

d. 0,729 km = _____ cm

e. 1040 mm = _____ m

f. 820 dam = _____ hm

g. 2170 mm = _____ hm

h. 1000 mm = _____ km

i. 31 km = _____ m

j. 0,062 hm = _____ cm

2. En la provincia de Chiriquí, está ubicado el volcán Barú, el cual alcanza una altitud de 34,74 hm sobre el nivel del mar. ¿Cuál es la altitud de este volcán en metros?

3. Lorena necesita 850 cm de cinta para adornar un vestido que está confeccionando. Si ella tiene 6,2 m de cinta, ¿le alcanza la cantidad de cinta?, ¿cuántos centímetros le sobran o le hacen falta?

Para resolver problemas con diferentes unidades de medida, haz la conversión a las unidades que se indican en las preguntas.



1.3 La longitud en el Sistema Inglés

Analiza

Carlos comprará implementos para una tienda de campaña, por lo que elabora la lista de la derecha con lo que necesita. ¿A cuántos centímetros equivale la longitud de un clavo, la cuerda y la tela que debe comprar?

- 3 clavos de 2 pulgadas
- 1 cuerda de 3 pies
- 1 tela de 4 yardas

Desarrollo sostenible

Cuando vayas a acampar, recuerda no tirar basura y cuidar la flora y la fauna del lugar.

Soluciona

Recuerda que 1 pulgada equivale a 2,54 cm, 1 pie equivale a 30,4 cm y 1 yarda equivale a 91,44 cm.

Calcula la longitud de cada objeto multiplicando cada medida en centímetros por las longitudes indicadas.

- Como 1 clavo mide 2 pulgadas y 1 pulgada 2,54 cm, se multiplica:
 $2 \times 2,54 = 5,08$
- Como 1 cuerda mide 3 pie y 1 pie 30,4 cm, se multiplica:
 $3 \times 30,4 = 91,2$
- Como 1 tela mide 4 yardas y 1 yarda 91,44 cm, se multiplica:
 $4 \times 91,44 = 365,76$

R: La longitud de un clavo equivale a 5,08 cm, la de una cuerda a 91,2 cm y la de una tela a 365,76 cm.

Comprende

Para determinar medidas de **longitud en el Sistema Inglés** se utilizan la pulgada (pulg), el pie (pie), la yarda (yd) y la milla (mi).

Para realizar conversiones entre unidades de medidas de longitud del Sistema Inglés y unidades de medidas de longitud del Sistema Internacional (SI) se deben utilizar las siguientes equivalencias.

Para realizar conversiones utilizando los datos de la tabla se multiplica para convertir del Sistema Inglés al SI y se divide para pasar del SI al Sistema Inglés.

Sistema Inglés	Sistema Internacional	
1 pulg	2,54 cm	0,03 m
1 pie	30,4 cm	0,31 m
1 yd	91,44 cm	0,91 m
1 mi	1609 m	1,61 km

¿Sabías que...?

Otras equivalencias son:

- 1 pie = 12 pulg
- 1 yd = 36 pulg
- 1 yd = 3 pie

La longitud determina la distancia entre 2 puntos.



Algunas medidas se dan de forma aproximada ya que solo se han estudiado multiplicaciones hasta las centésimas.



Observa cómo se hace

Un avión vuela a 12 872 m de altura. ¿Cuál es esa longitud en millas?

- Para convertir una medida de metros a millas se divide la cantidad entre 1609, así:

$$12\ 872 \div 1609 = 8$$

R: El avión vuela a 8 millas de altura.

Resuelve

1. Anota la abreviatura de cada unidad de longitud del Sistema Inglés.

a. yarda: _____

b. pie: _____

c. pulgada: _____

2. Completa el recuadro para que la igualdad sea válida.

a. 6 pulg = _____ cm

b. 182,88 cm = _____ yd

c. 3 yd = _____ cm

d. 15,47 m = _____ yd

e. 152 cm = _____ pie

f. 5 mi = _____ m

g. 2 pie = _____ m

h. 608,58 km = _____ mi

i. 9 m = _____ pulg

j. 10,16 cm = _____ pulg

3. La distancia entre la biblioteca y el aula de 5.º grado es 20 pie y la distancia entre la misma aula y la dirección es 547,2 cm. ¿Cuál distancia es mayor?

Para convertir unidades de una mayor a una menor se multiplican las cantidades que indican las equivalencias.

Para convertir unidades de una menor a una mayor se dividen las cantidades que indican las equivalencias.



Desafíate

1. Observa las siguientes equivalencias. Luego realiza las conversiones.

- 1 pie = 12 pulg
- 1 yd = 36 pulg
- 1 yd = 3 pie

a. 3 yd = _____ pie

b. 5 pie = _____ pulg

c. 12 pie = _____ yd



1.4 Practica lo aprendido

1. Completa las conversiones.

a. $44 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}$

b. $0,88 \text{ dam} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

c. $3,2 \text{ hm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}$

d. $1800 \text{ m} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km}$

d. $7400 \text{ mm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}$

e. $5 \text{ dm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}$

f. $13 \text{ km} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dam}$

g. $665 \text{ cm} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}$

2. Escribe la unidad de medida más apropiada para determinar las siguientes longitudes.

pulg pie yd mi

a. La distancia entre 2 ciudades .

b. La altura de la refrigeradora mide 7 .

c. El largo de la pantalla de un celular mide 6 .

Soluciona problemas

3. Mario compró una cinta de 180,34 cm para hacer una manualidad. ¿Cuál es la medida de la cinta en pulgadas?

4. El árbol Panamá puede alcanzar una altura hasta de 40 000 mm. ¿Cuántos metros de altura puede alcanzar?

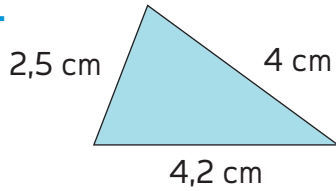
5. Arturo quiere subirse a un juego en un parque de diversiones, pero debe tener una altura mínima de 51 pulgadas. Si la estatura de Arturo es 148 cm, ¿podrá subir al juego? ¿Cuántos centímetros le sobran o le hacen falta?

Unidades de medida de superficie

2.1 Repasa tus conocimientos

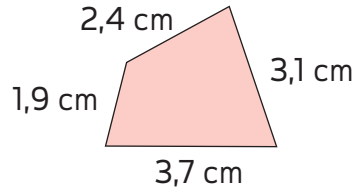
1. Calcula el perímetro de los siguientes polígonos o figuras geométricas.

a.



P = _____ cm

b.



P = _____ cm

Para calcular el perímetro de un polígono se suman todos sus lados.



2. Une cada múltiplo y cada submúltiplo del metro cuadrado con el símbolo que lo representa.

decámetro cuadrado

mm²

hectómetro cuadrado

cm²

kilómetro cuadrado

hm²

decímetro cuadrado

km²

centímetro cuadrado

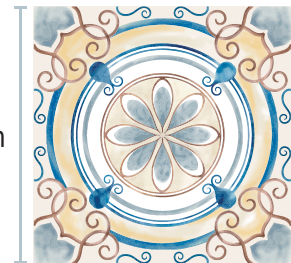
dam²

milímetro cuadrado

dm²

3. Jairo calcula el área de una pieza de cerámica con forma de cuadrado de 30 cm de lado. ¿Cuál resultado obtiene?

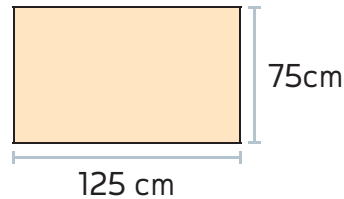
30 cm



2.2 La superficie en el Sistema Internacional

Analiza

Malena siembra lechuga en el patio de su casa. Ocupa un espacio rectangular de 125 cm de largo y 75 cm de ancho. Si para cada lechuga destina un espacio de forma cuadrada de 25 cm de lado, ¿en cuántos espacios iguales debe dividir el terreno?



Soluciona

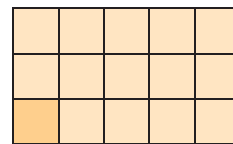
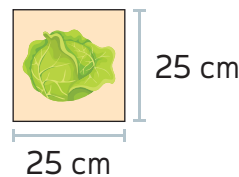
Calcula cuántas veces cabe 25 cm en el ancho y el largo del espacio rectangular que va a destinar a cada lechuga:

- Largo: $125 \div 25 = 5$.
- Ancho: $75 \div 25 = 3$.

Observa que cada lechuga cabe 5 veces a lo largo y 3 veces a lo ancho del rectángulo. Para conocer la cantidad de espacios iguales se multiplica 5 por 3:

$$5 \times 3 = 15$$

R: Debe dividir el terreno en 15 espacios iguales.



Desarrollo sostenible

Tener un huerto en casa depende del espacio disponible, pero siempre genera alimentos más sanos, te acerca a la naturaleza, regula la temperatura y es divertido para toda la familia.

¿Qué pasaría?

Si se calcula la división del área del rectángulo entre el área del cuadrado, se obtiene el mismo resultado:

- Área del rectángulo:
 $125 \times 75 = 9375 \text{ cm}^2$
- Área del cuadrado:
 $25 \times 25 = 625 \text{ cm}^2$

Se dividen los resultados:

$$9375 \div 625 = 15$$

Comprende

El concepto geométrico de **superficie** se refiere al espacio determinado por una figura plana cerrada; es decir, la superficie de una figura es su interior.

La unidad base de medida de superficie en el Sistema Internacional es el metro cuadrado y se representa con el símbolo m^2 .



1 m

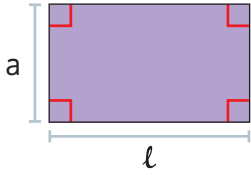
→ Un metro cuadrado corresponde a la superficie de un cuadrado de 1 m de lado ($1 \text{ m} \times 1 \text{ m} = 1 \text{ m}^2$).

El **área** de una región o figura geométrica es la medida que se le asigna a su superficie.



Recuerda

Para calcular el área de un rectángulo se multiplica el largo por el ancho.



$$A = l \times a$$

Observa cómo se hace

Calcula el perímetro y el área del rectángulo de la derecha.

- Para calcular el perímetro se suma la longitud de sus cuatro lados:

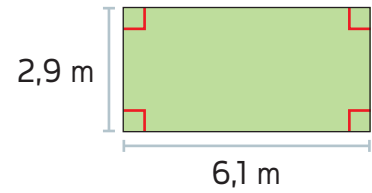
$$2,9 + 2,9 + 6,1 + 6,1 = 18 \text{ m}$$

- Para calcular el área se multiplica 2,9 por 6,1, así:

$$2,9 \times 6,1 = 17,69 \text{ m}^2$$

R: Perímetro = 18 m

Área = 17,69 m²



Resuelve

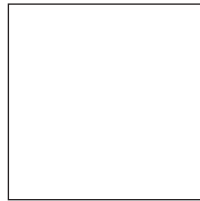
- ¿En qué se diferencia el área de una figura al perímetro de la misma?

- Pinta de color rojo la superficie de cada figura y de color verde el perímetro.

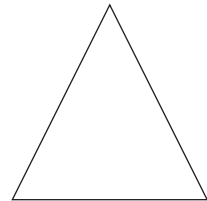
a.



b.

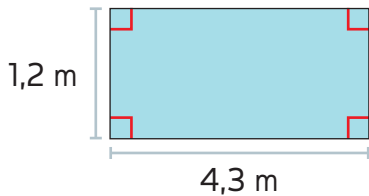


c.



- Calcula el perímetro y el área de los siguientes rectángulos.

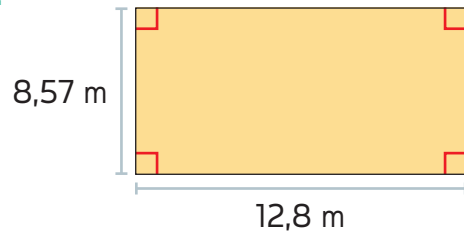
a.



P = _____

A = _____

b.



P = _____

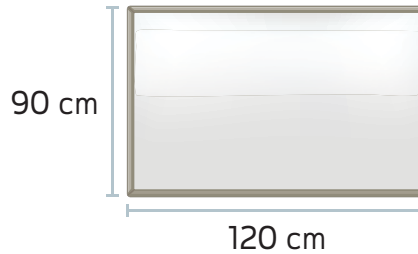
A = _____



2.3 La superficie en el Sistema Inglés

Analiza

El tablero del aula mide 120 cm de largo y 90 cm de ancho. Carlos calcula el área y obtiene $10\,800\text{ cm}^2$. Si su docente la solicita en pulgadas, ¿cuál sería el área del tablero?



Soluciona

Convierte las medidas de centímetros a pulgadas dividiendo entre 2,54 cm:

- $90 \div 2,54 = 35,43$ pulg
- $120 \div 2,54 = 47,24$ pulg

Calcula el área del rectángulo en pulgadas multiplicando largo por ancho:

$$35,43 \times 47,24 = 1673,713\text{ pulg}^2$$

R: El área del tablero es $1673,713\text{ pulg}^2$ que es un valor equivalente a $10\,800\text{ cm}^2$.

Comprende

Para determinar medidas de **superficie en el Sistema Inglés** se utilizan la pulgada cuadrada (pulg^2), el pie cuadrado (pie^2) y la yarda cuadrada (yd^2).

Para realizar conversiones entre unidades de medidas de superficie del Sistema Inglés y unidades de medidas de superficie del Sistema Internacional (SI) se deben utilizar las siguientes equivalencias.

Para realizar conversiones utilizando los datos de la tabla se multiplica para convertir del Sistema Inglés al SI y se divide para pasar del SI al Sistema Inglés.

Sistema Inglés	Sistema Internacional	
1 pulg^2	6,4516 cm^2	0,0006 m^2
1 pie^2	929,03 cm^2	0,0929 m^2
1 yd^2	8361,27 cm^2	0,8361 m^2

Cuando al dividir se obtiene una cantidad de decimales superior a las centésimas, se da el resultado aproximando a dos o tres decimales.



Utiliza una calculadora para resolver divisiones o multiplicaciones entre valores de más de dos decimales.



Observa cómo se hace

Realiza las conversiones:

- a. 42 pulg^2 a cm^2 :

Multiplica 42 por 6,4516:

$$42 \times 6,4516 = 270,967 \text{ cm}^2$$

R: $42 \text{ pulg}^2 = 270,967 \text{ cm}^2$

- b. 71 m^2 a yd^2 :

Divide 71 entre 0,8361:

$$71 \div 0,8361 = 84,918 \text{ yd}^2$$

R: $71 \text{ m}^2 = 84,918 \text{ yd}^2$

Resuelve

1. Completa el recuadro para que la igualdad sea válida.

a. $3 \text{ pulg}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

b. $355 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ yd}^2$

c. $18 \text{ yd}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^2$

d. $16 \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ yd}^2$

e. $129 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ pie}^2$

f. $10 \text{ pie}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2$

g. $9 \text{ pie}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ m}^2$

h. $684 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ pulg}^2$

i. $7 \text{ m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ pulg}^2$

j. $32 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ pulg}^2$

2. Adriana quiere construir una habitación rectangular extra para su casa. Si al medir el terreno determina que cuenta con 16,4 pies de ancho y 32, 8 pies de largo, ¿cuál es el área del terreno en pies cuadrados? ¿Y en metros cuadrados?



Desafíate

1. Andrés coloca un cuadro en la sala de televisión de su casa. Tiene un área de $1,53 \text{ m}^2$. Si la medida del largo es 66,9 pulg, ¿cuántas pulgadas mide el ancho?



66,9 pulg



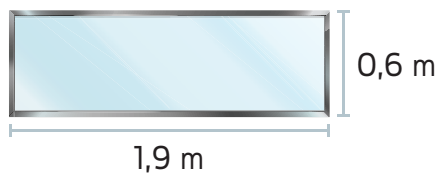
2.4 Practica lo aprendido

1. Define con tus propias palabras cada concepto.

- a. Superficie: _____
- b. Área: _____
- c. Perímetro: _____

2. Calcule el perímetro y el área de los siguientes espejos rectangulares.

a.



P = _____

A = _____

b.



P = _____

A = _____

Soluciona problemas

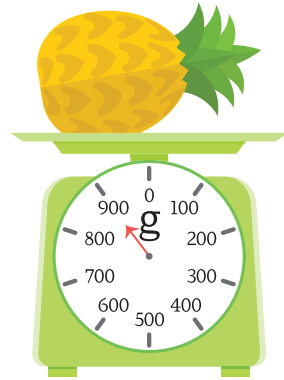
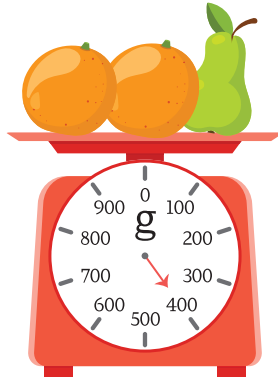
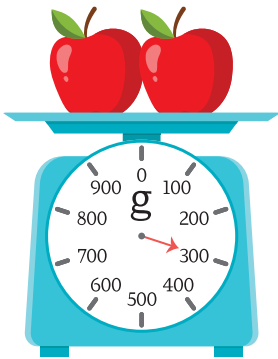
- 3. El largo de la casa de Saúl mide 12 yd y el ancho 9,56 yd. ¿Cuánto mide el área en metros?

- 4. El jardín de una iglesia está ubicado en una superficie de terreno en forma de cuadrado. Si uno de los lados tiene una longitud de 5,1 pie, ¿cuánto mide el área en metros?

Unidades de medida de masa

3.1 Repasa tus conocimientos

1. Escribe el peso que marcan las básculas.



2. Expresa los siguientes pesos de la manera indicada.

a. 5 kg 400 g = g

b. 7 kg 750 g = g

c. 11 000 g = kg

d. 143 000 g = kg

e. 8 kg 61 g = g

f. 9 kg 5 g = g

g. 319 770 g = kg

h. 83 031 g = kg

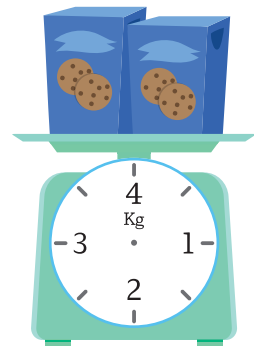
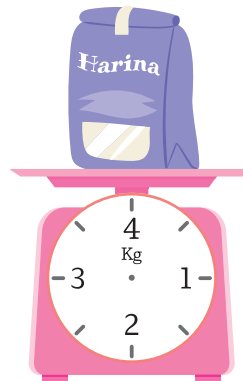
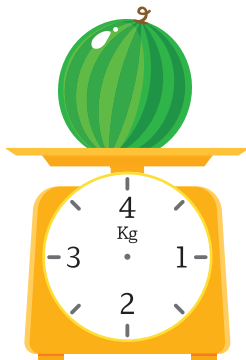
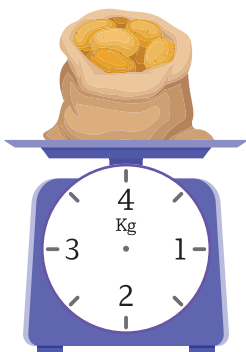
3. Señala el peso indicado en cada balanza. Dibuja la flecha correspondiente.

2,5 kg

3,0 kg

1,5 kg

0,5 kg



3.2 La masa en el Sistema Internacional

Analiza

El señor Francisco necesita comprar arroz para la semana. Sabe que en su casa se consumen 600 g de arroz diarios, lo que equivale a 4200 g semanales. En el estante del supermercado encuentra un paquete de 2,2 kg. ¿Será suficiente con ese paquete para la semana?

Soluciona

Se necesita convertir el peso del paquete de arroz de kilogramos a gramos. Para esto, se usa la siguiente equivalencia: $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$.

Multiplica 2,2 por 1000:

$$2,2 \times 1000 = 2200$$

El paquete contiene 2200 g, y la cantidad de arroz semanal es 4200 g.

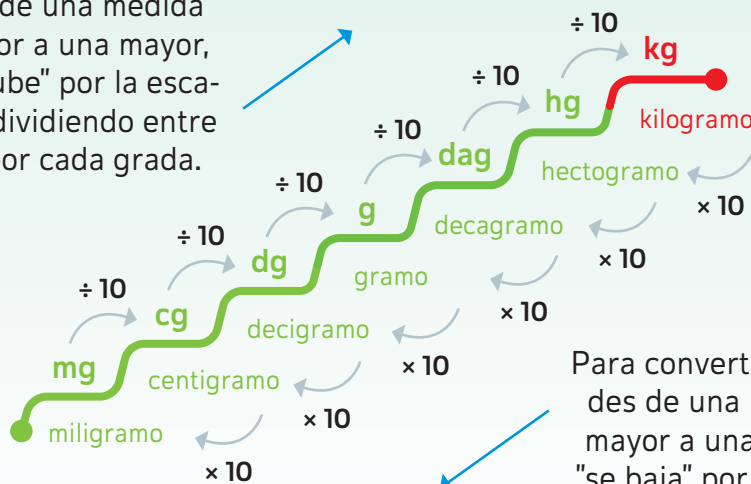
Como $2200 < 4200$, el paquete tiene menos arroz del que necesita.

R: No es suficiente con el paquete de 2,2 kg. Faltan 2000 g.

Comprende

En el Sistema Internacional de Unidades (SI), las **unidades de medida de masa** se forman a partir de la unidad gramo (g), de la siguiente manera:

Para convertir unidades de una medida menor a una mayor, "se sube" por la escalera dividiendo entre 10 por cada grada.



Para convertir unidades de una medida mayor a una menor "se baja" por la escalera multiplicando por 10 por cada grada.

Recuerda

Para realizar conversiones de kilogramos a gramos, se multiplica la cantidad por 1000.

¿Sabías que...?

Multiplicar o dividir entre dos veces 10, es lo mismo que hacerlo entre 100.

Multiplicar o dividir entre tres veces 10, es lo mismo que hacerlo entre 1000.

En el SI, la unidad oficial de masa es el kilogramo (kg). Las unidades derivadas son: hectogramo (hg), decagramo (dag), decigramo (dg), centigramo (cg) y miligramo (mg).





¿Qué pasaría?

Si una medida de masa viene dada en forma fraccionaria, se multiplica o divide según lo aprendido, por la unidad equivalente a la que se quiere convertir. Ejemplo:

Convertir $\frac{1}{2}$ kg a dag:

$$O: \frac{1}{2} \times 100 = 50$$

$$R: \frac{1}{2} \text{ kg} = 50 \text{ dag}$$

Observa cómo se hace

Convierte 3,72 kg a dag y 7824 mg a g.

De kilogramos a decagramos:

Como se pasa a una unidad menor, se multiplica 2 veces por 10. Por lo tanto, la coma se mueve 2 lugares hacia la derecha.

$$\text{kg} \triangleright \times 10 \triangleright \text{hg} \triangleright \times 10 \triangleright \text{dag}$$

$$O: 3,72 \times 10 = 37,2$$

$$37,2 \times 10 = 372$$

$$R: 3,72 \text{ kg} = 372 \text{ dag}$$

De miligramos a gramos:

Como se pasa a una unidad mayor, se divide 3 veces entre 10. Por lo tanto, la coma se mueve 3 lugares hacia la izquierda.

$$\text{g} \triangleleft \div 10 \triangleleft \text{dg} \triangleleft \div 10 \triangleleft \text{cg} \triangleleft \div 10 \triangleleft \text{mg}$$

$$O: 7824 \div 10 = 782,4$$

$$782,4 \div 10 = 78,24$$

$$78,24 \div 10 = 7,824$$

$$R: 7824 \text{ mg} = 7,824 \text{ g}$$

Resuelve

1. Transforma los pesos a las unidades indicadas.

a. 3 kg = dag

b. 1100 g = hg

c. 230 g = dg

d. 130 g = kg

e. 30 mg = g

f. 0,001 kg = g

2. Andrés tiene un peso de 3500 dag. ¿Cuál es su peso en kilogramos?



3. Si Fernanda quiere preparar almojábanos para el desayuno, debe ir a comprar 5000 dg de maíz pilado y $\frac{1}{4}$ kg de queso blanco, ya que no tiene en la alacena. Si en el supermercado esos productos están etiquetados en gramos, ¿cuántos gramos de cada producto debe comprar?



3.3 La masa en el Sistema Inglés

Analiza

La madre de Ana le pidió que compre media libra (0,5 lb) de queso. En la tienda le pesan un trozo de queso de 12 onzas y el dependiente le pregunta si está bien de esa manera. ¿A cuántas libras equivalen las 12 onzas? ¿Cómo lo puede calcular Ana?

Soluciona

Ana debe convertir el peso en onzas a una medida en libras. Ella sabe que 1 libra equivale a 16 onzas. Al dividir la libra entre 16, encuentra la siguiente equivalencia:

$$1 \text{ oz} = \frac{1}{16} \text{ lb}$$

Como el queso pesa 12 veces $\frac{1}{16}$ lb, se multiplica 12 por $\frac{1}{16}$:

$$\text{O: } 12 \times \frac{1}{16}$$

$$12 \times \frac{1}{16} = \frac{12}{16} = 12 \div 16 = 0,75$$

R: El queso pesa 0,75 lb, más de lo que pidió la madre de Ana.

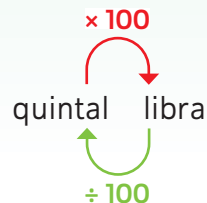
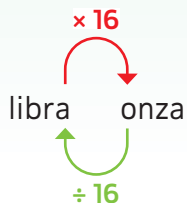
Comprende

En nuestro país se ha utilizado por mucho tiempo las unidades del Sistema Inglés de Medidas para determinar el peso de los productos como arroz, azúcar, mantequilla, granos, etc. Este incluye las siguientes unidades: **onza** (oz), **libra** (lb), **quintal** (q).

Las unidades del Sistema Inglés presentan las siguientes equivalencias:

1 lb = 16 oz	1 q = 100 lb
1 oz = 0,0625 lb	1 lb = 0,1 q

Para pasar de una unidad mayor a otra menor, se multiplica. Para pasar de una menor a otra mayor, se divide, como muestran los esquemas siguientes.



En supermercados y tiendas, a la masa de los productos se le dice peso.



¿Sabías que...?

Para cosechas grandes y objetos muy pesados, en Panamá también se emplea la **tonelada** (ton), que equivale a 2000 lb, es decir, a 20 q.

★ ¿Sabías que...?

La aproximación por truncamiento consiste en eliminar las cifras decimales que sobrepasan la cantidad por aproximar. Por ejemplo, el número 2,6352, se escribe 2,63, y se eliminan las otras cifras.

Observa las equivalencias entre el Sistema Inglés y el Sistema Internacional de Medidas (SI) para la masa:

1 kilogramo = 2,2046 lb
1 kilogramo = 35,27 oz
1 gramo = 0,03527 oz

1 onza = 28,35 g
1 libra = 453,59 g
1 libra = 0,45359 kg

1 kilogramo = 0,022 q
1 quintal = 45,359 kg

Para hacer una conversión usando las equivalencias, se siguen estos pasos:

1. Se multiplica la cantidad por convertir por la equivalencia, expresada como fracción. En el numerador aparece el valor con la nueva unidad, y en el denominador el valor con la unidad por convertir.
2. Se tacha la unidad por convertir, pues se repite en el numerador y en el denominador.
3. Se realiza la multiplicación y se aproxima de ser necesario.

Utiliza la calculadora para resolver divisiones de más de dos decimales. Anota la respuesta con un máximo de 3 decimales.



Observa cómo se hace

Se tiene una bolsa de azúcar de 4 lb, ¿a cuántos kilogramos equivale?

- Primero se define la equivalencia que se necesita:

$$1 \text{ kg} = 2,2046 \text{ lb}$$

- Se multiplica la cantidad por convertir por la equivalencia, expresada de forma fraccionaria:

$$4 \text{ lb} \times \frac{1 \text{ kg}}{2,2046 \text{ lb}} \rightarrow \text{En el numerador aparece el valor con la nueva unidad, y en el denominador el valor con la unidad por convertir: } \frac{\text{kg}}{\text{lb}}$$

$$\frac{4 \cancel{\text{lb}}}{1} \times \frac{1 \text{ kg}}{2,2046 \cancel{\text{lb}}} \rightarrow \text{Se tacha la unidad por convertir, pues se repite en el numerador y en el denominador.}$$

$$\frac{4}{1} \times \frac{1 \text{ kg}}{2,2046} = \frac{4 \text{ kg}}{2,2046} = 1,81 \text{ kg} \rightarrow 4 \div 2,2046 = 1,814$$

R: 4 kg equivalen a 1,814 kg.

Resuelve

1. Transforma los siguientes pesos a las unidades indicadas.

a. 2,5 lb = oz

b. 6 oz = lb

c. 30 oz = lb

d. 0,2 q = lb

e. 25 lb = q

f. 800 g = lb

g. 11,5 kg = lb

h. 112 lb = kg

i. 7 q = kg

2. Observa el peso indicado en cada una de las imágenes. Escribe el peso equivalente en la unidad solicitada en cada caso.

a. 900 g

b. 2 lb

c. 15 lb



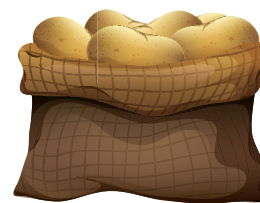
_____ lb

_____ kg



_____ g

_____ oz



_____ oz

_____ kg

3. Andrea le envió por transporte, a su familia en La Mesa de Veraguas, una caja que pesó 23,4 kg. ¿Cuál es el peso de la caja en libras?



Desafíate

1. Carlos encontró en su casa 3 bolsas de arroz marcadas con los siguientes pesos: 56 oz, 4 lb y 1,6 kg. ¿Cuál de las tres bolsas pesa más? Exprésalo en kg y lb.



3.4 Practica lo aprendido

1. Transforma los pesos a las unidades indicadas en el SI.

a. $4000 \text{ g} = \boxed{} \text{ kg}$

b. $11 \text{ g} = \boxed{} \text{ mg}$

c. $130 \text{ mg} = \boxed{} \text{ cg}$

d. $3,35 \text{ dag} = \boxed{} \text{ dg}$

e. $9,5 \text{ dag} = \boxed{} \text{ mg}$

f. $107 \text{ mg} = \boxed{} \text{ g}$

2. Transforma los siguientes pesos a las unidades indicadas en el Sistema Inglés.

a. $6 \text{ lb} = \boxed{} \text{ g}$

b. $902 \text{ kg} = \boxed{} \text{ q}$

c. $46 \text{ lb} = \boxed{} \text{ q}$

d. $3 \text{ lb} = \boxed{} \text{ oz}$

e. $18 \text{ oz} = \boxed{} \text{ lb}$

f. $325 \text{ kg} = \boxed{} \text{ lb}$

Soluciona problemas

3. Felipe necesita 2750 g de harina, pero en el supermercado solo la encuentra empacada en bolsas de 1 kg. ¿Cuántos kilogramos debe comprar para que no le falte harina?

4. Paula viaja en una aerolínea que solo permite un peso máximo de equipaje de 23 kg. Si al pesar su equipaje registra un peso de 49 lb, ¿puede viajar con todo su equipaje?

5. Para preparar un dulce, la receta de la señora Ana pide 8 oz de mantequilla y 18 oz de harina. ¿Cuánto necesitaría para preparar 15 veces esa cantidad, para su negocio de comidas? Expresa el resultado tanto en libras como en kilogramos.



Unidades de medida de volumen

4.1 Repasa tus conocimientos

1. Encierra el envase que contiene mayor cantidad de agua.

a.



b.

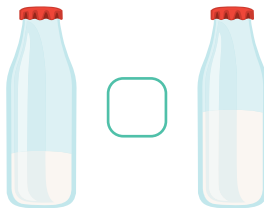


c.

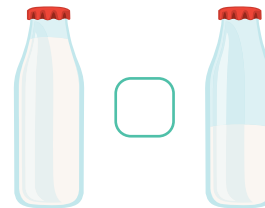


2. Compara la cantidad de leche que contienen las siguientes botellas. Luego, anota el símbolo > (mayor que) o < (menor que) en el espacio indicado según corresponda.

a.



b.



3. Observa los productos de la ilustración y marca con un gancho ✓ los que se venden o se compran por litro.

a.



b.



c.



4. Observa la siguiente equivalencia:



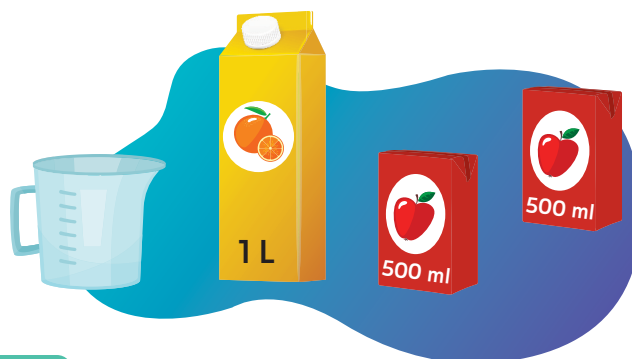
a. ¿Cuántas tazas caben en 2 litros?

b. ¿Cuántas tazas caben en 5 litros?

4.2 El volumen en el Sistema Internacional

Analiza

Julia observa lo siguiente: un envase de 1 L de jugo llena 1 jarra y 2 envases de 500 ml también. ¿Qué conclusión obtiene?



Soluciona

Julia obtiene las siguientes equivalencias:

- 1 L = 1 jarra
- 500 ml + 500 ml = 1 jarra

Por lo tanto:

- 1 L = 500 ml + 500 ml
- 1 L = 1000 ml

R: Julia concluye que 1 L = 1000 ml.

Comprende

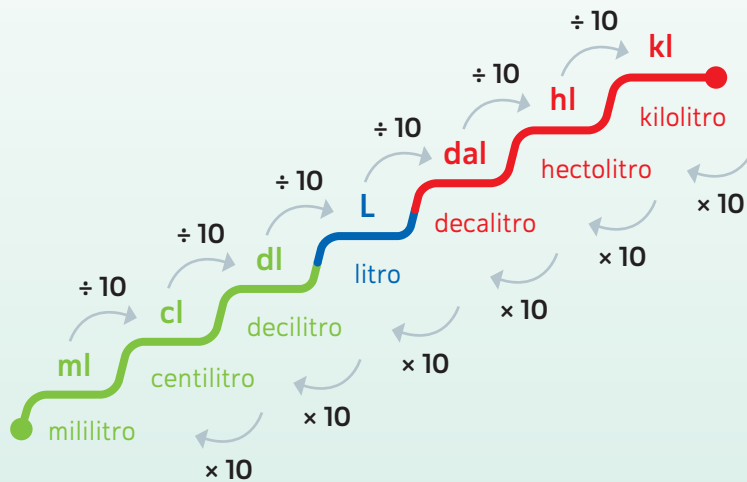
En un vaso, una jarra y otros recipientes cabe una cantidad de líquido. Este es **el volumen** del recipiente y para medirlo se usa el **litro (L)**. El litro tiene los siguientes múltiplos y submúltiplos:

múltiplos	kilolitro	kl	1000 L
	hectolitro	hl	100 L
	decalitro	dal	10 L
unidad	litro	L	1 L
submúltiplos	decilitro	dl	0,1 L
	centilitro	cl	0,01 L
	mililitro	ml	0,001 L

En nuestro país, es frecuente usar la botella como unidad de medida equivalente a 750 ml.



Para pasar de una unidad mayor a otra menor, se multiplica. Para pasar de una menor a otra mayor, se divide, como muestra la escalera:



Recuerda que:

$$10 \times 10 \times 10 = 1000$$

Por lo tanto, al multiplicar 5×1000 , se agregan tres ceros al 5, así:

$$5 \times 1000 = 5000$$

Y al dividir entre 1000, la coma se mueve 3 lugares hacia la izquierda.



Observa cómo se hace

1. Transformar 5 kl a L.

Como se pasa a una unidad menor, se multiplica 3 veces por 10.

$$\text{kl} \blacktriangleright \times 10 \blacktriangleright \text{hl} \blacktriangleright \times 10 \blacktriangleright \text{dal} \blacktriangleright \times 10 \blacktriangleright \text{L}$$

O: $5 \times 10 \times 10 \times 10 = 5000 \text{ L}$

R: 5 kl equivale a 5000 L.

2. Convertir 3000 cl a dal.

se pasa a una unidad mayor, se divide 3 veces entre 10.

$$\text{dal} \blacktriangleleft \div 10 \blacktriangleleft \text{L} \blacktriangleleft \div 10 \blacktriangleleft \text{dl} \blacktriangleleft \div 10 \blacktriangleleft \text{cl}$$

O: $3000 \div 10 \div 10 \div 10 = 3 \text{ dal}$

R: 3000 cl equivale a 3 dal.

Resuelve

1. Completa las conversiones.

a. $14 \text{ kl} \times \underline{\hspace{2cm}} = 140 \text{ hl}$

b. $700 \text{ ml} \div \underline{\hspace{2cm}} = 7 \text{ dl}$

2. Transforma los siguientes valores de capacidad a las unidades indicadas.

a. $6 \text{ kl} = \boxed{\hspace{1cm}} \text{ L}$

b. $1323 \text{ ml} = \boxed{\hspace{1cm}} \text{ L}$

c. $230 \text{ dl} = \boxed{\hspace{1cm}} \text{ kl}$

d. $0,001 \text{ L} = \boxed{\hspace{1cm}} \text{ ml}$

e. $0,24 \text{ hl} = \boxed{\hspace{1cm}} \text{ kl}$

f. $2,352 \text{ kl} = \boxed{\hspace{1cm}} \text{ dl}$



4.3 El volumen en el Sistema Inglés

Analiza

La señora Denia tiene 6 frascos de una pinta. ¿A cuántos galones equivalen?



Soluciona

Usa las equivalencias: **1 cuarto = 2 pintas**, y **1 galón = 4 cuartos**. Al pasar de una medida mayor que es múltiplo de la primera, se divide.

- **De pintas a cuartos:** pintas \div 2.

$$6 \div 2 = 3 \text{ cuartos}$$

- **De cuartos a galones:** cuartos \div 4.

$$3 \div 4 = \frac{3}{4} = 0,75 \text{ galones}$$

R: La capacidad conjunta de los frascos es de $\frac{3}{4}$ de galón (0,75 galones).

Comprende

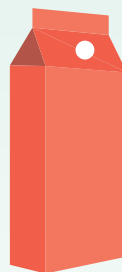
En nuestro país se utilizan otras medidas de volumen con diferentes productos como la leche, los jugos, la gasolina, la pintura, etc.; por ejemplo, la botella, que corresponde a 750 ml. También se emplean medidas de volumen del Sistema Inglés; por ejemplo:

$$1 \text{ gal} = 4 \text{ qt}$$



1 galón (gal)

$$1 \text{ qt} = 2 \text{ pt}$$



1 cuarto (qt)

$$1 \text{ pt} = 2 \text{ c}$$



1 pinta (pt)

$$1 \text{ c} = 8 \text{ fl oz}$$



1 taza (c)

1 onza líquida
o fluida (fl oz)



$$1 \text{ fl oz} = 2 \text{ cucharadas}$$

Desarrollo sostenible

Debemos reducir el uso del plástico de un solo uso por el bienestar de nuestro planeta. El vidrio es una opción para sustituirlo, ya que se puede reutilizar y reciclar.

Observa las equivalencias entre el Sistema Inglés y el SI.

$$1 \text{ gal} = 3785 \text{ ml} = 3,785 \text{ L}$$

$$1 \text{ qt} = 946 \text{ ml} = 0,946 \text{ L}$$

$$1 \text{ pt} = 473 \text{ ml} = 0,473 \text{ L}$$

$$1 \text{ botella} = 0,75 \text{ L}$$

$$1 \text{ botella} = 750 \text{ m L}$$

$$1 \text{ c} = 236 \text{ ml} = 0,236 \text{ L}$$

$$1 \text{ fl oz} = 29,6 \text{ ml} = 0,029 \text{ L}$$

Para hacer una conversión usando las equivalencias, se siguen estos pasos:

1. Se multiplica la cantidad por convertir por la equivalencia, expresada como fracción. En el numerador aparece el valor con la nueva unidad, y en el denominador el valor con la unidad por convertir.
2. Se tacha la unidad por convertir, pues se repite en el numerador y en el denominador.
3. Se realiza la multiplicación y se aproxima de ser necesario.

Observa cómo se hace

Un recipiente contiene 2 botellas de jugo. ¿A cuántos litros equivale?

- Primero se define la equivalencia que se necesita:

$$1 \text{ botella} = 0,75 \text{ L}$$

- Se multiplica la cantidad por convertir por la equivalencia, expresada de forma fraccionaria:

$$2 \text{ botellas} \times \frac{0,75 \text{ L}}{1 \text{ botella}} \rightarrow$$

En el numerador aparece el valor con la nueva unidad, y en el denominador el valor con la unidad por convertir: $\frac{\text{L}}{\text{botella}}$.

$$2 \cancel{\text{ botellas}} \times \frac{0,75 \text{ L}}{1 \cancel{\text{ botella}}} \rightarrow$$

Se tacha la unidad por convertir, pues se repite en el numerador y en el denominador.

$$2 \times \frac{0,75 \text{ L}}{1} = \frac{2 \times 0,75 \text{ L}}{1} = 1,5 \text{ L}$$

R: 2 botellas de jugo equivalen a 1,5 L.

Resuelve

1. Observa el contenido indicado en cada una de las imágenes. Escribe el volumen equivalente en la unidad solicitada en cada caso. Usa tres decimales.

a. 800 gal



_____ ml

_____ L

b. 7 L



_____ gal

_____ c

c. 15 ml



_____ L

_____ fl oz

2. En la imagen se observa una serie de productos de uso en la limpieza del hogar. Con las cantidades que se presentan, realiza las conversiones para completar la tabla. Usa tres decimales.



12 fl oz



700 ml



1,5 botellas



2,4 gal

Litros	Mililitros	Galones	Cuartos	Onzas fluidas	Botellas
	700				
					1,5
				12	
		2,4			

3. A un vehículo se le colocan 15 gal de gasolina. ¿A cuántos litros equivale esa cantidad?

4. ¿Cuántos galones de leche te darían si compras 8 botellas? Usa dos decimales.



Desafíate

1. ¿Cuántos decilitros de agua hay en un recipiente de 2 gal?



4.4 Practica lo aprendido

1. Expresa en litros, kilolitros y centilitros, el volumen equivalente a 6,5 botellas.
a. _____ kl b. _____ cl c. _____ ml
2. Ricardo compró 4 L de refresco de naranja. Escribe su equivalencia en:
a. _____ kl b. _____ cl c. _____ ml
3. Julia vende jugos naturales por 1 litro, 0,5 litros y vasos de 0,25 litros. Cada cantidad, escríbela en cl y ml.
a. 1 litro → _____ cl → _____ ml
b. 0,5 litros → _____ cl → _____ ml
c. 0,25 litros → _____ cl → _____ ml
4. En un estanque se almacenan 4 kl de agua. Expresa ese volumen en:
a. _____ L b. _____ gal c. _____ hl

Soluciona problemas

5. Un camión cisterna lleno de combustible derramó accidentalmente la mitad de su contenido total de 1200 galones. ¿Cuántos litros derramó?
6. Mariana necesita comprar 2 L de champú, en el supermercado observa una botella cuyo contenido es 2300 ml. ¿A cuántos litros equivale el contenido de este recipiente? ¿Le alcanzará la cantidad de champú que contiene esa botella?



Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Realizo conversiones entre el metro, sus múltiplos y sus submúltiplos.			
Realizo conversiones entre las unidades de medidas de longitud del Sistema Internacional de Medidas y el Sistema Inglés.			
Calculo el perímetro y el área de una figura geométrica.			
Reconozco la diferencia entre el área y el perímetro de una figura geométrica.			
Efectúo conversiones entre las unidades de medidas de superficie del Sistema Internacional de medidas y el Sistema Inglés.			
Realizo conversiones entre el kilogramo y los submúltiplos del kilogramo.			
Efectúo conversiones entre las unidades de medidas de masa del Sistema Internacional de medidas y el Sistema Inglés.			
Resuelvo problemas que involucren conversiones entre las unidades de medida de masa.			
Realizo conversiones entre unidades de medidas de volumen del Sistema Internacional y el Sistema Inglés.			
Efectúo estimaciones de volúmenes con unidades no convencionales.			
Hago comparaciones de volúmenes de distintos recipientes.			
Realizo conversiones entre el litro, sus múltiplos y sus submúltiplos.			

Geometría



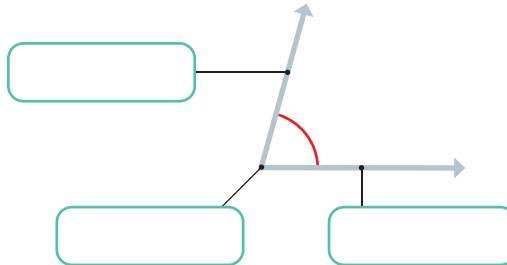
En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer ángulos según su posición
- Clasificar polígonos a partir de sus propiedades
- Clasificar paralelogramos a partir de sus propiedades
- Construir paralelogramos
- Clasificar triángulos según la medida de sus lados
- Construir triángulos con regla y compás
- Calcular el volumen de un cubo o de un paralelepípedo
- Construir paralelepípedos

Tipos de ángulos

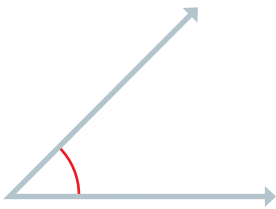
1.1 Repasa tus conocimientos

1. Anota el nombre de las partes del ángulo.



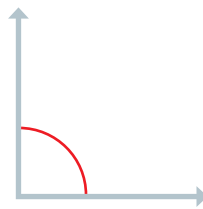
2. Mide los ángulos utilizando el transportador y escribe la medida.

a.



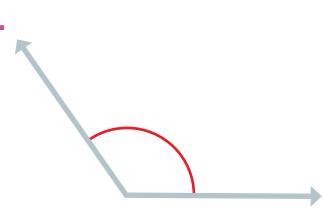
Medida: _____

b.



Medida: _____

c.

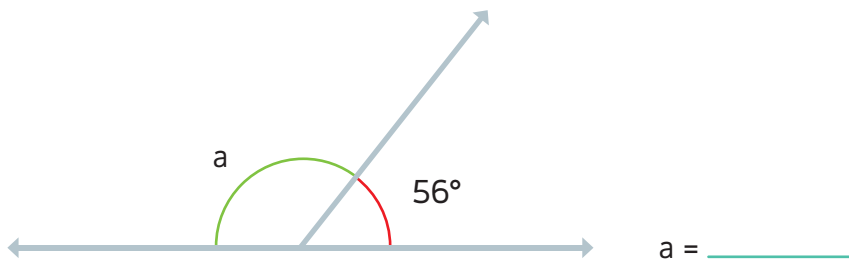


Medida: _____

3. Completa con la palabra "agudo", "recto" u "obtuso" según se haga verdadera cada afirmación.

- a. Un ángulo que mide más de 90° y menos de 180° se clasifica como ángulo _____.
- b. Un ángulo que mide 90° se clasifica como ángulo _____.
- c. Un ángulo que mide menos de 90° se clasifica como ángulo _____.

4. Calcula la medida del ángulo suplementario al ángulo dado.



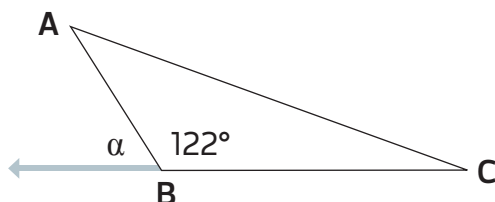
Dos ángulos que suman 180° se llaman ángulos suplementarios.



1.2 Tipos de ángulos

Analiza

Al prolongar el lado CB en el triángulo ABC, se forma el ángulo α , consecutivo al ángulo ABC. ¿Cuál es la medida del ángulo α ?



Para representar la medida de un ángulo se suelen utilizar letras griegas como α (alfa), β (beta), γ (gamma), δ (delta), ε (épsilon),...



Soluciona

Observa que el ángulo α y el ángulo ABC son suplementarios. Por lo tanto: $\alpha + 122^\circ = 180^\circ$.

Para encontrar la medida del ángulo α se le resta a 180° la medida del ángulo ABC, así:

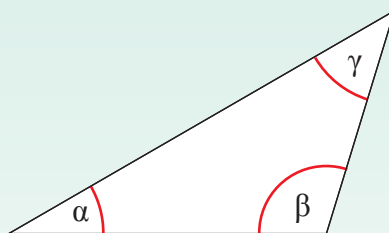
$$\alpha = 180^\circ - 122^\circ = 58^\circ$$

R: El ángulo α mide 58° .

Comprende

Ángulos internos

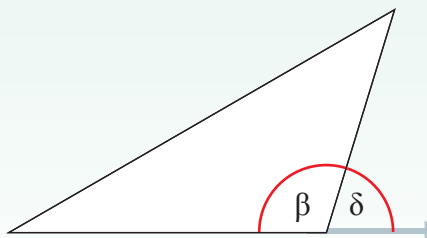
Los ángulos que se encuentran en el interior de un triángulo se llaman ángulos internos y suman 180° . En el triángulo de la derecha: α , β y γ son ángulos internos.



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Ángulos externos

Los ángulos que se obtienen al prolongar un lado del triángulo, se llaman **ángulos externos** y **suman 180°** con el ángulo interno consecutivo.



$$\beta + \delta = 180^\circ$$

Recuerda

Los ángulos que comparten un lado se llaman **ángulos consecutivos**.

¿Sabías que...?

El lado del triángulo que se prolonga corresponde a un ángulo plano, ya que mide 180° .





Recuerda

Recta transversal o secante es una recta que se corta a otra en un punto:



Rectas paralelas son dos o más rectas que se encuentran a igual distancia y nunca se cortan:

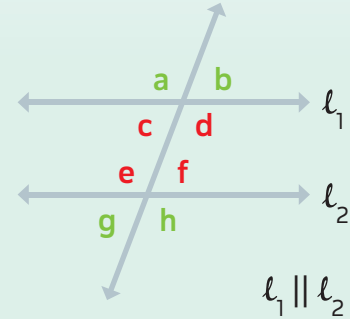


Se simboliza:
 $m \parallel n$

Ángulos entre paralelas y una recta transversal a ellas

Una recta transversal que interseca dos o más rectas paralelas (l_1 y l_2) define los siguientes tipos de ángulos:

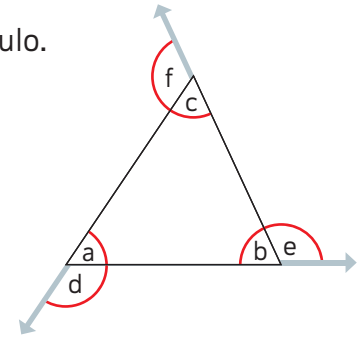
- **Alternos internos:** están entre las rectas paralelas y en lados opuestos de la transversal. Miden igual entre sí. Ejemplos: c y f, e y d.
- **Alternos externos:** están fuera de las rectas paralelas y en lados opuestos de la transversal. Miden igual entre sí. Ejemplos: a y h, g y b.
- **Opuestos por el vértice:** son ángulos **no** consecutivos que se forman al intersecar 2 rectas. Miden igual entre sí. Ejemplos: a y d, c y b, e y h, f y g.



Resuelve

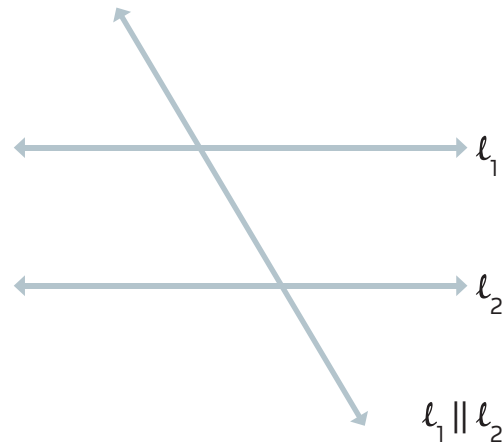
1. Escribe la información solicitada con base en el siguiente triángulo.

- Los ángulos internos del triángulo son: _____.
- Los ángulos externos del triángulo: _____.
- Tres ángulos que suman 180° : _____.
- Dos ángulos que suman 180° : _____.



2. Anote en la figura de la derecha lo que se solicita en cada caso.

- Los ángulos alternos internos s y t.
- Los ángulos alternos externos m y w.
- Opuestos por el vértice v y u.
- Opuestos por el vértice r y n.



1.3 Practica lo aprendido

1. Marca con un gancho (✓) la opción correcta en cada caso.

a. Los ángulos que se encuentran en el interior de un triángulo se llaman

externos

internos

planos

b. Los ángulos que se obtienen al prolongar un lado del triángulo se llaman

externos

internos

planos

c. El ángulo plano mide

0°

90°

180°

2. Anota los pares de ángulos solicitados en cada caso.

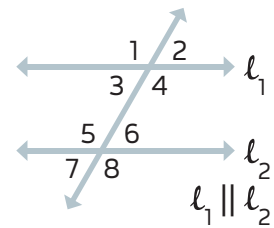
• Observa la figura de la derecha.

a. Un par de ángulos alternos internos: _____.

b. Un par de ángulos alternos externos: _____.

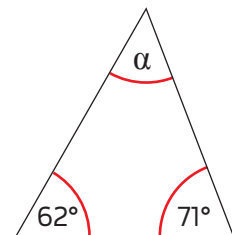
c. Un par de ángulos opuestos por el vértice: _____.

d. Dos ángulos de igual medida: _____.

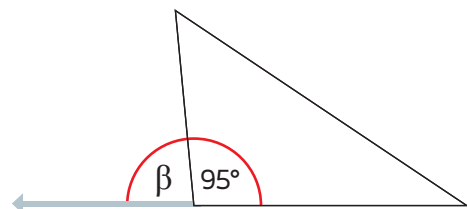


Soluciona problemas

3. Si en un triángulo dos de sus ángulos miden 62° y 71° , ¿cuánto mide el tercer ángulo?



4. Si en un triángulo un ángulo interno mide 95° , ¿cuánto mide el ángulo externo β representado en la figura adjunta?



Los polígonos

2.1 Repasa tus conocimientos

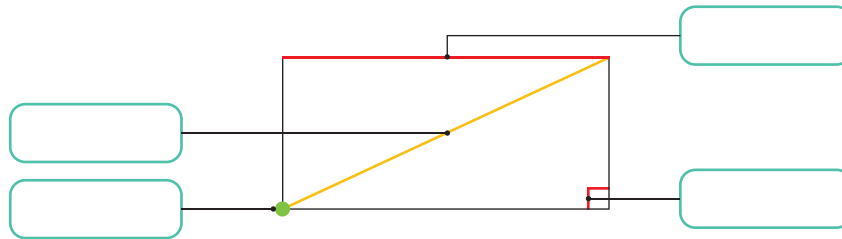
1. Escribe el número de lados de cada polígono.

a. Triángulo →

b. Heptágono →

c. Pentágono →

2. Anota el nombre de los elementos del siguiente rectángulo.

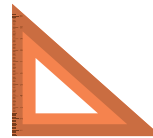


3. Escribe el nombre de cada instrumento geométrico.

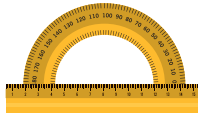
a.



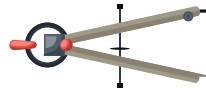
b.



c.



d.



3. Dibuja las rectas indicadas.

a. Dos rectas paralelas.

b. Dos rectas perpendiculares.

2.2 Clasificación de los polígonos

Analiza

Describe las semejanzas y diferencias que observas en las figuras de la derecha.

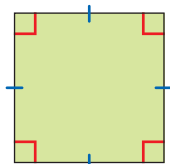


Figura 1

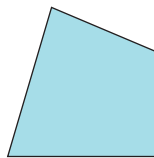


Figura 2

Soluciona

Semejanzas

- Las dos figuras tienen 4 lados.

Diferencias

- Todos los lados y los ángulos de la **figura 1** son iguales y los de la **figura 2** todos son diferentes.
- Los lados opuestos de la **figura 1** son paralelos entre sí y los de la **figura 2** no lo son.

Comprende

Un **polígono** es una figura formada por 3 o más segmentos de recta unidos entre sí. Se clasifican en regulares e irregulares.

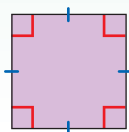
Polígonos regulares: tienen todos sus lados y sus ángulos de igual medida entre sí.

Polígonos irregulares: sus lados y sus ángulos no todos tienen igual medida entre sí.

Algunos polígonos y sus características son:

Cuadrado

- Todos los lados tienen igual medida.
- Todos los ángulos miden 90° .
- Los lados opuestos son paralelos.



Rectángulo

- Los lados opuestos tienen igual medida.
- Todos los ángulos miden 90° .
- Los lados opuestos son paralelos.



Recuerda

Los polígonos reciben su nombre con base al número de lados que poseen:

- 3 → Triángulo
- 4 → Cuadrilátero
- 5 → Pentágono
- 6 → Hexágono
- 7 → Heptágono
- 8 → Octágono

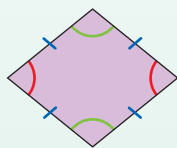
Si son regulares se nombran agregando la palabra regular. Ejemplo: pentágono regular, hexágono regular, y así sucesivamente.

Las rayas que se colocan en los lados de los polígonos indican que esos lados tienen igual medida.



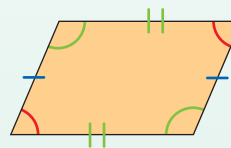
Rombo

- Todos los lados tienen igual medida.
- Los ángulos opuestos tienen igual medida entre sí.
- Los lados opuestos son paralelos.



Romboide

- Los lados opuestos tienen igual medida.
- Los ángulos opuestos tienen igual medida entre sí.
- Los lados opuestos son paralelos.



Trapezio

- Solo tiene dos lados paralelos.



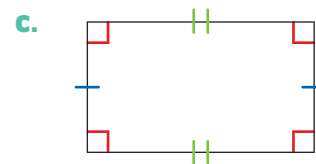
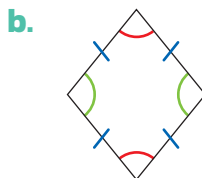
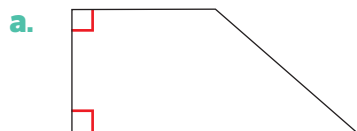
Trapezoide

- No tiene lados paralelos.

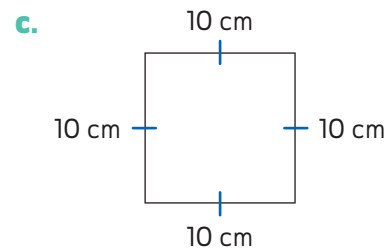
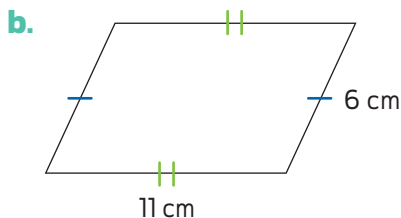
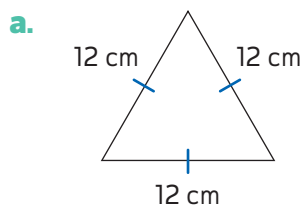


Resuelve

1. Subraya en cada polígono un par de lados paralelos entre sí.



2. Colorea en verde los polígonos regulares y en color rojo los polígonos irregulares.



3. Escribe junto al nombre de cada polígono la palabra "regular" o "irregular" según se clasifique.

a. Triángulo equilátero →

b. Rombo →

c. Trapecio →

d. Cuadrado →

e. Romboide →

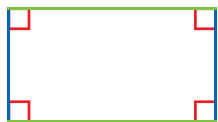
f. Rectángulo →



2.3 Concepto y elementos del paralelogramo

Analiza

¿Qué tienen en común las siguientes figuras?



Soluciona

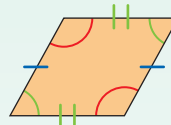
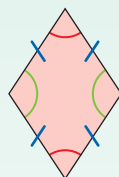
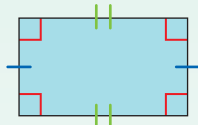
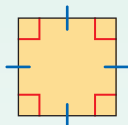
Como cada una de las figuras anteriores posee 4 lados, todas son cuadriláteros.

También es posible señalar en cada figura dos pares de lados opuestos paralelos, que corresponden a los lados señalados del mismo color.

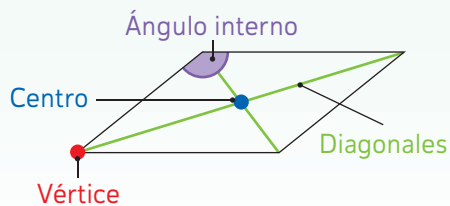
Comprende

Un **paralelogramo** es un cuadrilátero en el que los dos pares de lados opuestos son paralelos. Los nombres de los paralelogramos son los siguientes:

- Cuadrado
- Rectángulo
- Rombo
- Romboide



En un paralelogramo se pueden identificar algunos elementos como los que se muestran en la figura.



Propiedades de los paralelogramos:

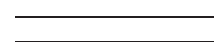
- Los lados opuestos son paralelos y de igual medida.
- Los ángulos internos opuestos tienen igual medida.
- Las diagonales (línea que une dos vértices no consecutivos) se cortan en el punto medio del paralelogramo (centro).

Una figura de 4 lados se llama cuadrilátero.



Recuerda

Dos segmentos son **paralelos** si al extenderlos indefinidamente nunca llegan a intersectarse.

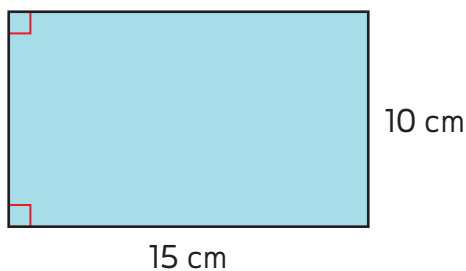


Dos segmentos son **perpendiculares** si al interceptarse forman un ángulo recto.



Observa cómo se hace

Observa el paralelogramo de la figura adjunta. ¿Cuál es la medida de los lados y ángulos faltantes? ¿Cómo se llama el paralelogramo?



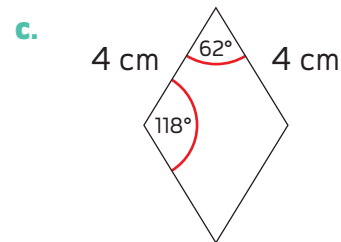
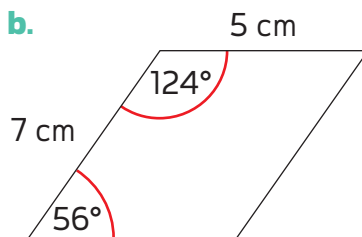
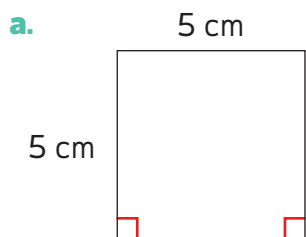
La figura tiene las siguientes características:

- Los dos ángulos representados son ángulos rectos y como es un paralelogramo, los ángulos opuestos a ellos miden 90° . Por lo tanto, sus cuatro ángulos son rectos.
- En un paralelogramo los lados opuestos miden igual, por consiguiente los lados horizontales miden 15 cm y los verticales 10 cm.

R: El paralelogramo es un rectángulo.

Resuelve

1. Escribe el nombre de cada paralelogramo y anota las medidas de los lados o ángulos que faltan.



Desafiate

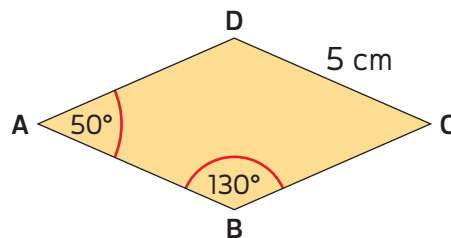
1. Jorge construye un corral para sus cabras en forma de paralelogramo. La figura tiene un lado más corto perpendicular al lado más largo. ¿Cómo se llama la figura?



2.4 Construcción de paralelogramos

Analiza

Dibuja en tu cuaderno un rombo con las medidas que muestra la figura de la derecha.

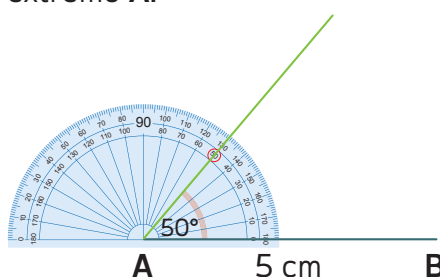
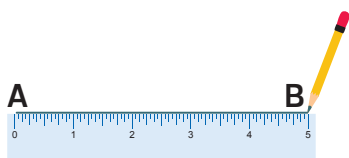


Recuerda que los rombos y los cuadrados tienen todos sus lados de igual medida, mientras que en los rectángulos y romboídes solamente los lados opuestos miden igual.

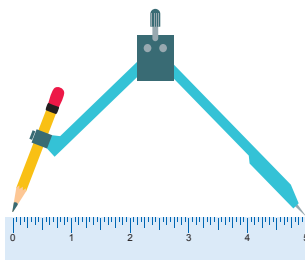
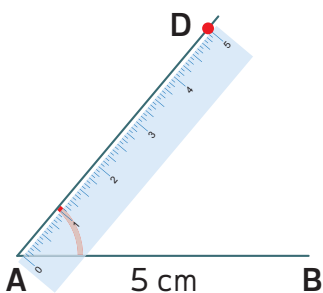


Soluciona

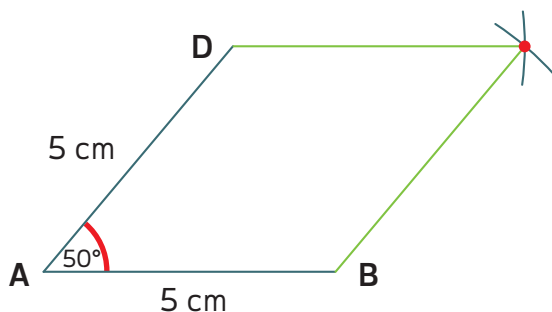
1. Traza un segmento de recta de 5 cm, como un lado del rombo.
2. Dibuja un ángulo de 50° que tenga como vértice el extremo **A**.



3. Mide 5 cm en el lado del ángulo que acabas de trazar y señálalo con el punto **D**.
4. Abre el compás a una medida de 5 cm.



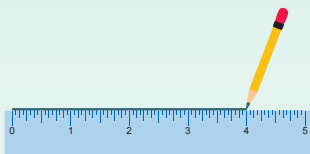
5. Coloca la punta del compás en **D** y traza un arco; luego, coloca la punta en **B** y traza otro arco con la misma abertura del compás.



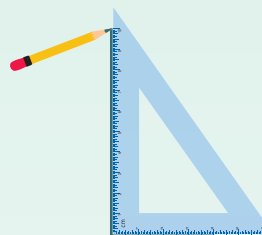
Comprende

Para construir un **cuadrado** o un **rectángulo** conviene utilizar la regla y la escuadra. Para esto se siguen los siguientes pasos:

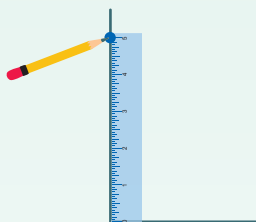
1. Se traza un segmento con la medida de uno de los lados de la figura. Por ejemplo: 4 cm.



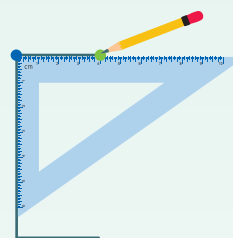
2. Se coloca la escuadra y se traza un segmento perpendicular al anterior.



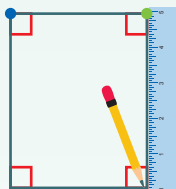
3. Se ubica un punto en el último segmento trazado según la medida requerida. Por ejemplo: 5 cm.



4. Se repiten los pasos 2 y 3.

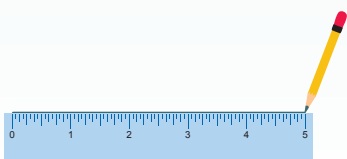


5. Se unen los extremos de los segmentos para completar el cuadrilátero.

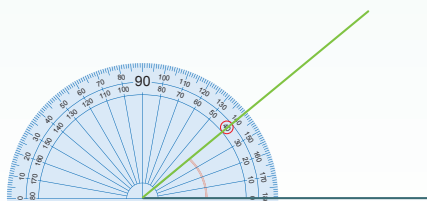


Para construir un **rombo**, o un **romboide**, conviene utilizar la regla, el transportador y el compás. Para esto se siguen los siguientes pasos:

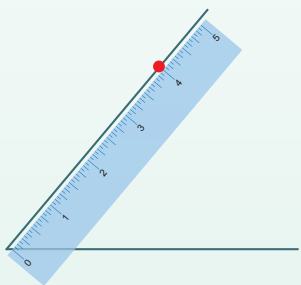
1. Se traza un segmento con la medida de uno de los lados de la figura. Por ejemplo: 5 cm.



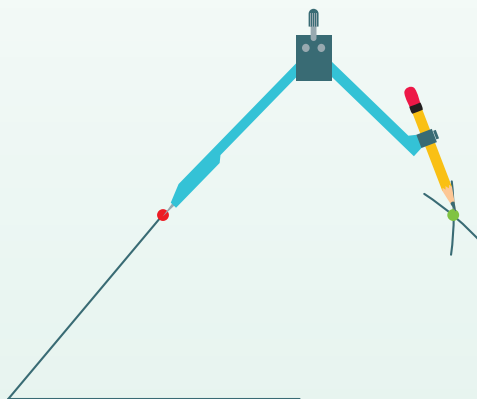
2. Se traza uno de los ángulos internos usando el transportador. Por ejemplo: se ubica un ángulo de 40° .



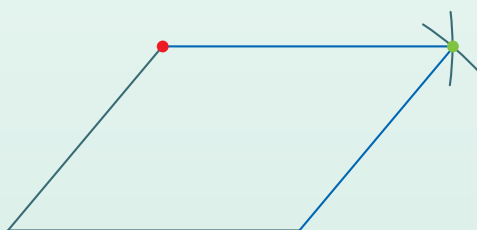
3. Se ubica un punto en el último segmento trazado según la medida requerida. Por ejemplo: 4 cm



4. Se marcan arcos con el transportador según las medidas deseadas para cada uno de los otros segmentos. En este caso, 5 cm y 4 cm.

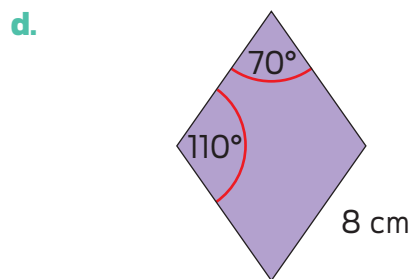
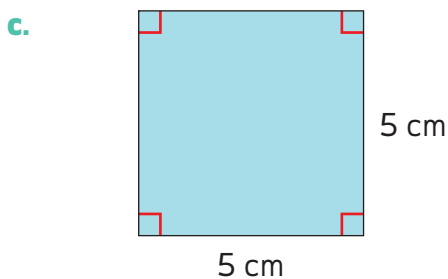
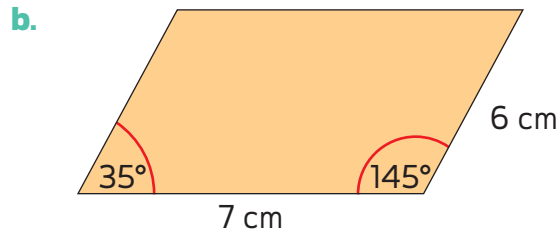
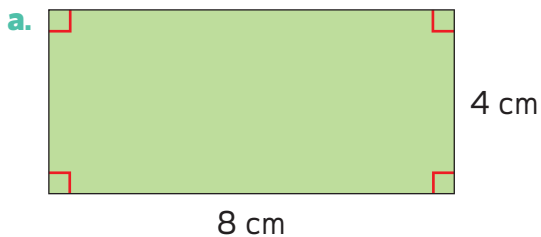


5. Se unen los extremos con el punto de intersección de los arcos.



Resuelve

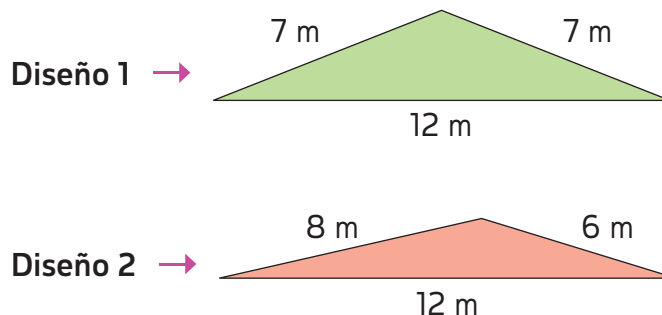
1. Construye los siguientes paralelogramos en tu cuaderno usando transportador, regla y compás.



2.5 Clasificación de triángulos según la medida de sus lados

Analiza

Un arquitecto propuso dos diseños diferentes para la estructura de un techo. ¿Qué semejanzas y qué diferencias observas?



El **perímetro** de cualquier polígono se obtiene al sumar las medidas de todos sus lados.



Soluciona

Semejanzas

- Ambos diseños poseen forma triangular.
- El perímetro de ambos triángulos es el mismo.

Diferencias

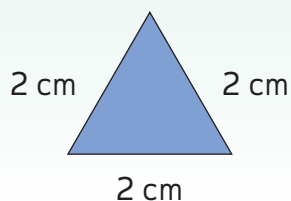
- En el diseño 1, dos de los lados del triángulo miden igual, pero en el diseño 2 todos tienen distintas medidas.
- El diseño 1 posee una mayor altura que el diseño 2.

Comprende

Los **triángulos** se clasifican según la medida de sus lados de la siguiente manera:

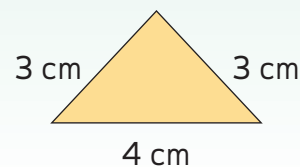
Equilátero

Los tres lados tienen igual medida.



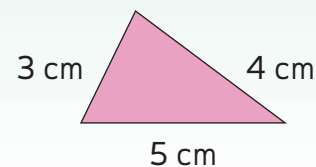
Isósceles

Dos de sus lados miden igual.



Escaleno

Sus tres lados poseen diferentes medidas.



Observa cómo se hace

Si dos lados de un triángulo escaleno miden 4 cm y 8 cm, ¿cuánto mide el tercer lado si su perímetro es 19 cm?

Como es un triángulo escaleno, se sabe que sus tres lados tienen diferente longitud.

También conocemos que el perímetro de una figura corresponde a la suma de todos sus lados. De modo que, se calcula primero la suma de las medidas de los lados que se conocen, así:

$$4 + 8 = 12$$

- Para encontrar la medida del tercer lado, se resta la cantidad obtenida en el cálculo anterior, a la medida del perímetro del triángulo, así:

$$19 - 12 = 7$$

R: La medida del tercer lado del triángulo escaleno es 7 cm.

Resuelve

1. Anota la clasificación de cada triángulo según las medidas dadas para sus lados.
 - a. 8 cm, 5 cm, 8 cm → _____
 - b. 7 cm, 6 cm, 8 cm → _____
 - c. 10 cm, 10 cm, 10 cm → _____
2. Si el perímetro de un triángulo equilátero es de 36 cm, ¿cuánto mide cada uno de los lados de ese triángulo?
3. El lado desigual de un triángulo isósceles mide 9 cm. ¿Cuánto mide cada uno de los otros dos lados si su perímetro es de 21 cm?



2.6 Construcción de triángulos con regla y compás

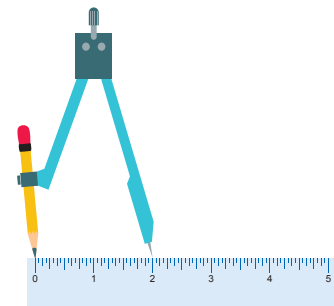
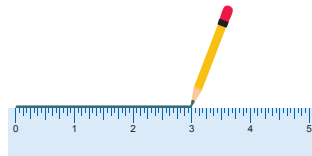
Analiza

Carlos necesita dibujar un triángulo isósceles en el que sus lados midan 3 cm, 2 cm y 2 cm. ¿De qué manera podrá hacerlo?

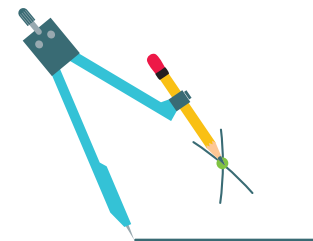
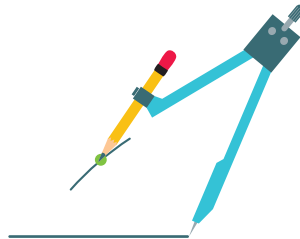
Soluciona

Utiliza regla y compás para realizar la construcción geométrica.

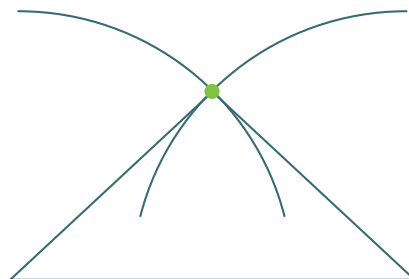
1. Traza un segmento de 3 cm.
2. Abre el compás a una medida de 2 cm.



3. Coloca la punta del compás en un extremo del segmento y traza un arco.
4. Abre el compás según la otra medida del triángulo (2 cm) y traza un arco colocando la punta del compás en el otro extremo del segmento.

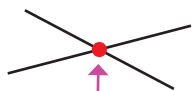


5. Une los extremos del segmento con el punto donde se intersecan los arcos.



★ ¿Sabías que...?

El punto de intersección de dos líneas es el punto donde estas se cortan o se cruzan. Por ejemplo:



Punto de intersección

Comprende

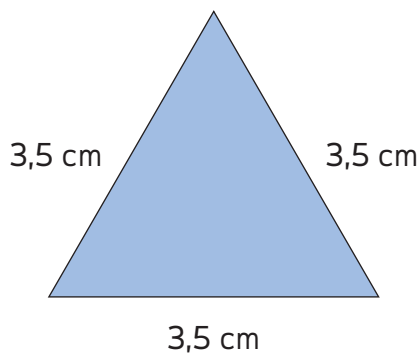
Los pasos para dibujar un triángulo cuando se conocen las medidas de todos sus lados son:

1. Traza, con una regla, un segmento que corresponda con una de las medidas indicadas.
2. Abre el compás según otra de las medidas indicadas, usando la regla.
3. Traza un arco colocando la punta del compás en un extremo del segmento.
4. Abre el compás según la medida restante, usando la regla.
5. Traza un arco colocando la punta del compás en el otro extremo del segmento.
6. Une los extremos del segmento con el punto donde se intersecan los arcos.

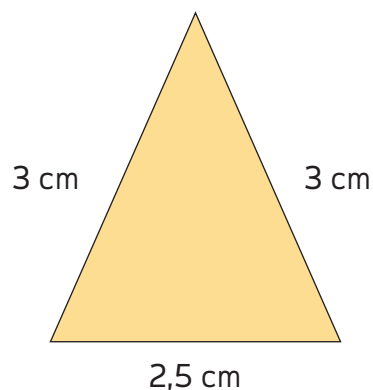
Resuelve

1. Construye, en tu cuaderno, los siguientes triángulos. Usa regla y compás.

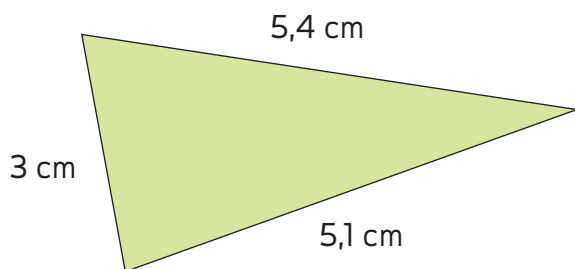
a.



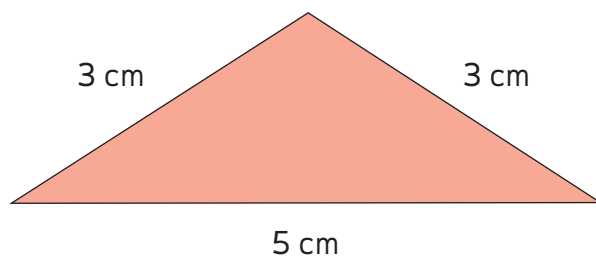
b.



c.



d.



Cubos y paralelepípedos

3.1 Repasa tus conocimientos

1. Une cada cuerpo geométrico con el nombre que le corresponde.



Cono



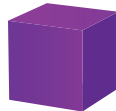
Cilindro



Esfera



Cubo

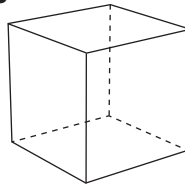


Pirámide

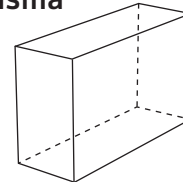
2. Repinta con el color que se indica los elementos del cuerpo geométrico.

a. Vértice → rojo

Cubo



Prisma



b. Arista → amarillo

c. Cara → Azul

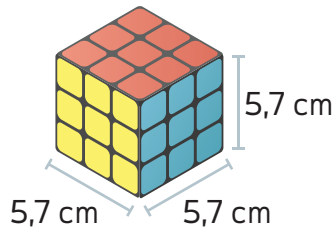
d. Base → Verde

3. Anota las semejanzas y diferencias entre las figuras de la actividad anterior.

3.2 Los paralelepípedos

Analiza

Arturo tiene un cubo rubik cuyas aristas miden 5,7 cm (largo, ancho y alto). Si multiplica la longitud de las tres medidas indicadas en la figura, ¿qué resultado obtiene?



Soluciona

Primero multiplica dos valores: el largo y el ancho del cubo.

$$5,7 \times 5,7 = 32,49$$

Ahora multiplica el valor obtenido, por la longitud que corresponde a la altura de la figura:

$$32,49 \times 5,7 = 185,193$$

Por lo tanto: $5,7 \times 5,7 \times 5,7 = 185,193$

R: Arturo obtiene 185,193 cm cúbico como resultado.

Cálculo auxiliar

					5	,	7				
					×	5	,	7			
					3			9	9		
					+	2	8	5			
					3			2	,	4	9

¿Sabías que...?

Figuras planas como el cuadrado y el rectángulo tienen largo y ancho, y al multiplicar esas longitudes se obtiene el **área**.

Los cuerpos geométricos tienen tres dimensiones, en el caso de las cajas: **largo**, **ancho** y **alto**. Si se multiplican esos valores se obtiene el volumen de la figura.

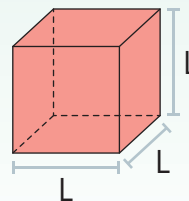
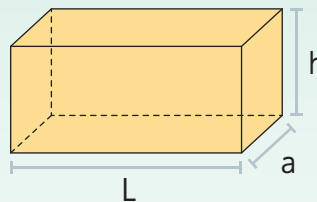
Comprende

Un **paralelepípedo** es un objeto en forma de caja de 6 caras, cuyas bases son paralelogramos, paralelos dos a dos. Las medidas de los lados de los rectángulos de las bases son largo (L) y ancho (a). La altura (h) del paralelepípedo es perpendicular a los lados de las bases.

Un **cubo** es un paralelepípedo formado por caras cuadradas. Por lo tanto: $L = a = h$.

El **volumen (V) de un paralelepípedo** es la medida del espacio que ocupa un cuerpo geométrico. Se representa mediante medidas cúbicas: km^3 , hm^3 , dam^3 , m^3 , dm^3 , cm^3 y mm^3 . Se calcula mediante la fórmula:

$$V = L \times a \times h$$



Como en el cubo la medida de las aristas es igual, el volumen se calcula con la fórmula:

$$L \times L \times L$$

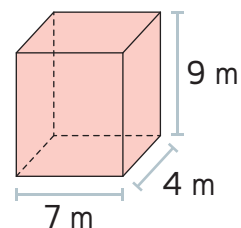


Observa cómo se hace

Calcula el volumen del paralelepípedo de la derecha.

Observa la medida de cada arista:

- Largo (L) = 7 m
- Ancho (a) = 4 m
- Alto (h) = 9 m



Aplica la fórmula del volumen del paralelepípedo : $V = L \times a \times h$

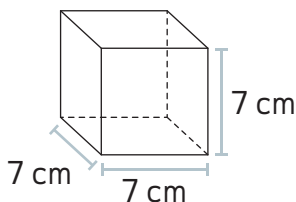
$$V = 7 \times 4 \times 9 \rightarrow V = 28 \times 9 \rightarrow V = 252$$

$$R: V = 252 \text{ m}^3$$

Resuelve

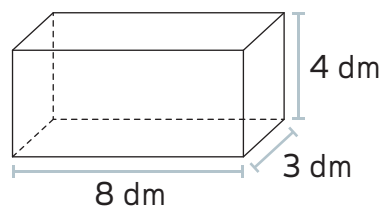
1. Calcula el volumen de los siguientes paralelepípedos.

a.



$$V = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$$

d.



$$V = \underline{\hspace{2cm}} \text{ dm}^3$$

2. Alicia quiere saber cuál es el volumen de una caja de leche que observa en el estante de su casa. Con una regla determina que el largo de la caja es 9 cm, el ancho 6 cm y el alto 17 cm. ¿Cuál es el volumen de la caja?



3. En la casa de Andrés tienen un tanque de agua con forma de cubo de 2,5 m de lado. ¿Cuál es el volumen del tanque?



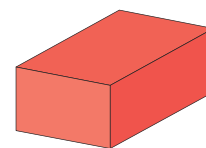
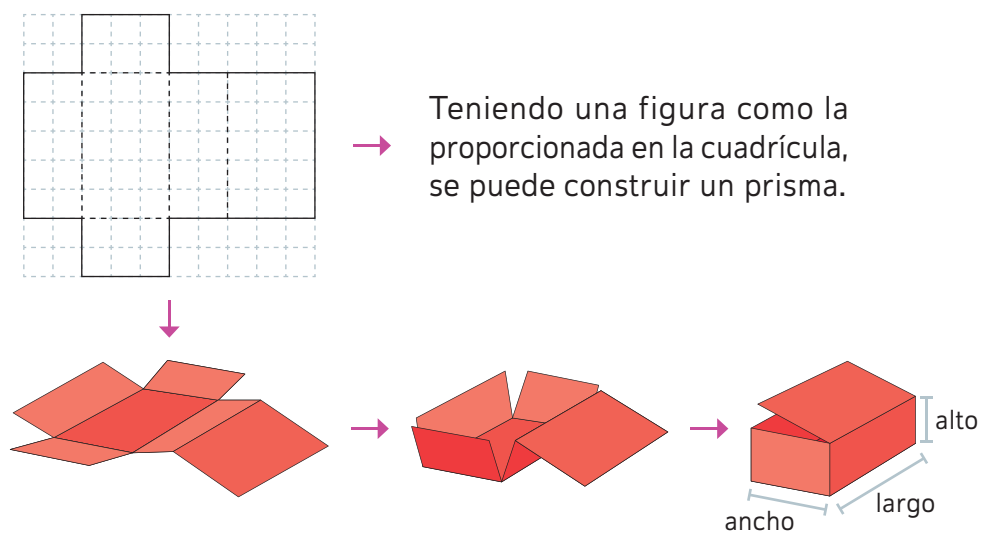
3.3 Construcción de paralelepípedos

Analiza

¿Cómo se puede construir un paralelepípedo con papel?, ¿de cuáles aristas se debe conocer la medida?

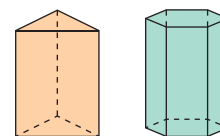
Soluciona

El tamaño de un paralelepípedo se determina por la longitud de las tres aristas: el ancho, largo y alto.



¿Sabías que...?

Un prisma es una caja cuyas bases son polígonos y sus caras paralelogramos. Por ejemplo:

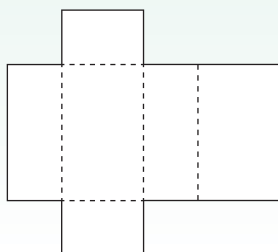


Comprende

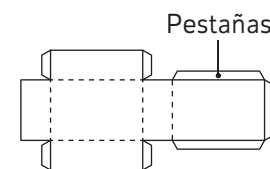
La figura que está formada por rectángulos y cuadrados, con la cual se puede formar un paralelepípedo o cubo se llama **desarrollo plano** o **patrón**.

Una forma de obtener el patrón de paralelepípedos o cubos es cortar algunas de sus aristas y extenderlo.

Conociendo el largo, ancho y alto, se puede construir un paralelepípedo.

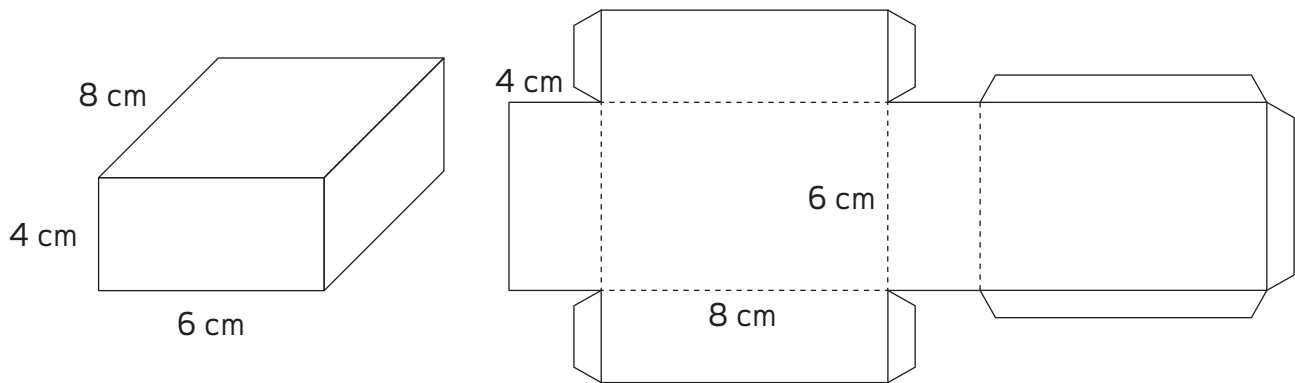


En el patrón de un paralelepípedo deja pestañas para que puedas pegar y formarlo.

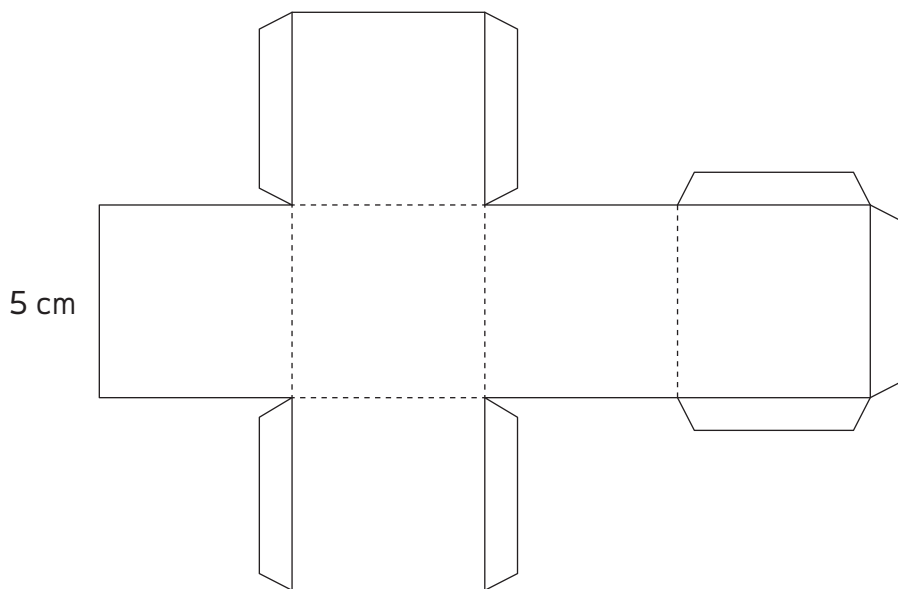


Resuelve

1. Calca, recorta y construye un paralelepípedo a partir del patrón dado.



2. Calca, recorta y construye un cubo de 5 cm de arista a partir del patrón dado.



Recuerda incluir en tu patrón las pestañas para poder armar el cubo.



Desafíate

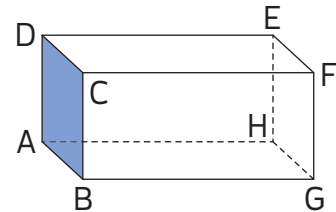
1. Observa las medidas del siguiente cubo y dibuja el patrón que lo determina. Luego, construye 2 cubos a partir de ese patrón y únelos. ¿Qué cuerpo geométrico se formó? ¿Cuál es su volumen?



3.4 Practica lo aprendido

1. Contesta cada pregunta con base en el paralelepípedo de la derecha.

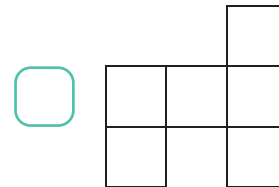
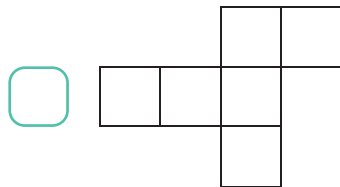
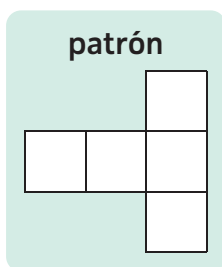
a. ¿Qué aristas son perpendiculares a la cara coloreada?



b. ¿Qué aristas son paralelas a la arista EH?

c. Si $AB = 4$ m, $BC = 3$ m y $DE = 8$ m, ¿cuál es el volumen de la figura?

2. A continuación se presenta el desarrollo plano incompleto de un cubo. Marca con un gancho (✓) la figura que representa un desarrollo plano completo.



Soluciona problemas

3. En un centro turístico hay una piscina en forma de paralelepípedo. Si de ancho mide 7 m, de largo 13 m y de alto 3 m, ¿cuál es el volumen de esa piscina?

4. Si la piscina hubiese tenido forma de cubo de 3 m de arista, ¿cuál sería su volumen?



Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Clasifico distintos tipos de ángulos, según su posición, en internos, externos y opuestos por el vértice.			
Descubro el valor de los ángulos desconocidos a partir de la posición de los ángulos.			
Identifico los polígonos regulares y los no regulares.			
Clasifico polígonos a partir de sus propiedades (lados, ángulos y paralelismo).			
Clasifico paralelogramos a partir de sus propiedades.			
Construyo paralelogramos.			
Clasifico triángulos según la medida de sus lados.			
Distingo los triángulos equiláteros de los isósceles.			
Construyo triángulos con regla y compás.			
Calculo el volumen de un cubo o un paralelepípedo.			
Construyo paralelepípedos a partir de patrones.			
Resuelvo problemas relacionados con el volumen de un cubo o de un paralelepípedo.			

Estadística y probabilidad



En esta unidad aprenderás a:

- Diferenciar entre sucesos deterministas y aleatorios
- Aplicar el concepto de estadística, población y muestra
- Calcular frecuencias absolutas y frecuencias relativas
- Construir gráficas de barras y circulares
- Calcular las medidas de tendencia central

La estadística

1.1 Repasa tus conocimientos

1. Observa cada ruleta y contesta.

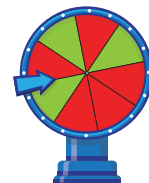
a. Marca con un gancho (✓) la opción correcta.

- Al girar la ruleta es es más probable que salga el color azul.
- Al girar la ruleta es es más probable que salga el color blanco.



b. Marca con un gancho (✓) la opción correcta.

- Al girar la ruleta es es más probable que salga el color rojo.
- Al girar la ruleta es es más probable que salga el color verde.



2. Completa la oración con las palabras "más" o "menos" según sea el caso.

- a. Si en una bolsa hay 1 bolita amarilla, 7 verdes y 4 rojas y se saca sin mirar una de ellas, es _____ probable que la bola sea amarilla y _____ probable sacar una bola verde.
- b. Si en la clase de 5.º hay 10 niños y 18 niñas y uno de ellos no vino a clases, es _____ probable que haya sido un niño y _____ probable que haya sido una niña.

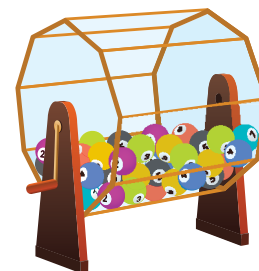
3. En un estudio de salud pública se desea conocer los hábitos de higiene de los habitantes de una ciudad. De un total de 7092 personas, se seleccionaron 3612 al azar, para preguntarles cuántas veces al día se lavan las manos. Determina:

- a. Objetivo del estudio: _____
- b. Datos: _____
- c. Población: _____
- d. Muestra: _____
- e. Variable: _____

1.2 Diferenciación entre sucesos deterministas y aleatorios

Analiza

Ángela quiere comprar un número de una rifa, pero no sabe cuál comprar. ¿Es posible predecir el resultado y comprar el que resultará favorecido?



Soluciona

En una rifa, todos los números que se juegan tienen la misma probabilidad de salir favorecidos. Por lo tanto, no es posible predecir el resultado.

Comprende

Un **suceso determinista** es un hecho del que se tiene seguridad del resultado que se obtendrá. Ejemplo: si se coloca agua en el congelador se va a convertir en hielo.

Un **suceso aleatorio** es un hecho del que no se tiene seguridad cuál será el resultado que se obtendrá, depende del azar, es decir, de la suerte. Ejemplo: comprar un número de una rifa y que ganes.

Resuelve

1. Clasifica cada suceso en determinista o aleatorio.

- a. Conocer el resultado al lanzar un dado. → _____
- b. Después del sábado es domingo. → _____
- c. El agua moja. → _____
- d. Ganarse la lotería. → _____
- e. Conocer de que lado caerá una moneda que es lanzada. → _____

2. Anota un ejemplo de suceso determinista y suceso aleatorio.

- a. Suceso determinista. → _____
- b. Suceso aleatorio. → _____



1.3 Estadística, población, muestra y variable

★ ¿Sabías que...?

La estadística se utiliza para conocer información de interés sobre una población determinada. Algunos ejemplos son:

- Conocer el deporte favorito de la mayoría de los niños de una escuela para fomentar esa práctica.
- Saber cuáles son los platillos de mayor consumo en un sector de una ciudad para abrir un restaurante.

La variable es el tema del estudio. Se llama así porque es el dato que no se conoce al inicio y puede variar según los resultados del estudio.



Analiza

Lee la información de la tabla y responde.

Tienda Moda y Más				
Cantidad de compradores por edad				
5-11 años	12-20 años	21-35 años	40-55 años	56 años o más
17	31	16	11	2

- ¿Acerca de quiénes se da información en la tabla?
- ¿Qué edad tiene el grupo de compradores más numeroso?
- ¿Hay más compradores en la niñez o en la adolescencia? ¿Cómo lo sabes?

Soluciona

- Para saber acerca de quién se da información en la tabla, se observa el título. Se trata de la cantidad de compradores en una tienda.
- El grupo más numeroso tiene entre 12 y 20 años: en total son 31.
- Debajo del grupo de edad de la niñez (5-11 años) aparece el número "17", y en el grupo de edad de la adolescencia (12-20) hay 31. Por lo tanto, hay más compradores en la adolescencia.

Comprende

La **estadística** se encarga de recoger información acerca de un grupo de individuos. Después, esta información se ordena, se presenta y se analiza, lo que permite conocer al grupo estudiado y realizar tomas de decisiones respecto de este.

El **individuo** es el objeto estudiado, y la característica estudiada se llama **variable**. Por ejemplo, si quiero saber cuántas escuelas públicas de Coclé tienen cancha de fútbol, el individuo es "escuela pública", y la variable es "tener cancha de fútbol". Si quiero saber cuántos estudiantes de Coclé juegan fútbol, el individuo es cada "estudiante", y la variable es "practicar fútbol".

El grupo en estudio se llama **población**. Si la población es demasiado grande, es necesario seleccionar solo unos cuantos individuos y estudiar esa parte. Ese grupo más pequeño se llama **muestra**. Para saber cuántos estudiantes de Coclé juegan fútbol, se pueden seleccionar unos cuantos estudiantes por cada escuela y estudiar esa muestra.

Si los individuos de la muestra se seleccionan al azar o "a ciegas", los datos de la muestra van a ser cercanos a los datos de la población.



Observa cómo se hace

Una empresa realiza un estudio sobre el tiempo de uso de las redes sociales en Panamá entre los jóvenes de 13 a 17 años. Para ello entrevistan a 5000 jóvenes mediante mensajería de texto. ¿Cuál es la población, la muestra y la variable de este estudio?

- La población corresponde a los jóvenes de 13 a 17 años de edad de la República de Panamá, que corresponde al grupo en estudio.
- La muestra corresponde a los 5000 jóvenes que se entrevistarán mediante mensajería de texto.
- La variable corresponde al uso de las redes sociales entre jóvenes de 13 a 17 años.

Resuelve

1. Identifica la población, la muestra y la variable en los siguientes ejemplos.

- a. La dirección de una escuela quiere averiguar los deportes preferidos del estudiantado. Les pide completar un formulario a 3 estudiantes de cada salón.

población: _____ muestra: _____

variable: _____

- b. Una empresa entrevista a 2000 ciudadanos panameños para saber por quién piensan votar.

población: _____ muestra: _____

variable: _____



1.4 Practica lo aprendido

1. Explica con tus propias palabras cada tipo de suceso.
 - a. Suceso determinista: _____
 - b. Suceso aleatorio: _____
2. Identifica la población, la muestra y la variable en los siguientes ejemplos.
 - a. El director de una escuela quiere averiguar cuáles son los instrumentos musicales favoritos del estudiantado para armar un taller musical. Por lo que entrevista a 10 estudiantes de cada grado.
población: _____
muestra: _____
variable: _____
 - b. Una marca de refresco entrevista a 10 000 habitantes de Panamá para saber cuál es su sabor favorito.
población: _____
muestra: _____
variable: _____

Soluciona problemas

3. Si Alonso lanza un dado, ¿puede predecir el resultado y acertar en todos los lanzamientos? ¿Es un suceso determinista o aleatorio?
4. Si Karen pone a calentar agua, ¿puede asegurar que el agua va a hervir? ¿Es un suceso determinista o aleatorio? Justifica tu respuesta.

La frecuencia

2.1 Repasa tus conocimientos

1. Encierra dos formas de recolección de datos que se utilizan en estadística.

Entrevista

Variable

Observación

2. Completa la tabla de frecuencias con base en la siguiente información.

El bibliotecólogo realiza un inventario de los libros que hay en la biblioteca, de un total de 414 y los separa por género literario. Los libros contados son los siguientes: 125 de poesía, 150 de cuento y 139 de novela.

3. En la siguiente tabla se muestran los datos obtenidos al encuestar a 100 personas, respecto a la cantidad de teléfonos celulares en sus viviendas.

Cantidad de teléfonos celulares	Cantidad de viviendas
0	12
1	17
2	38
3	19
Más de 4	14

a. Explica qué se representa en esa tabla.

b. Marca con un gancho (✓) la clase de valores que toma la variable.

No numéricos.

Numéricos.



2.2 Frecuencia absoluta y frecuencia relativa

Analiza

Carmen está repasando sus cifras de bateo en su cuaderno. Ella anotó que en enero bateó de *hit* 2 veces, y en febrero, fueron 4 *hits*. Además sabe que en enero tuvo 8 turnos al bate, mientras que en febrero fueron 10 turnos al bate. ¿Cómo puede saber si mejoró o empeoró?

Soluciona

Lo que se necesita saber es si la razón de *hits* entre intentos subió, bajó o se mantuvo igual. Se divide el número de *hits* entre el número de turnos en cada mes. El resultado son 2 números que se pueden comparar.

$$\text{Enero} \rightarrow 2 \div 8 = 0,25$$

$$\text{Febrero} \rightarrow 4 \div 10 = 0,4$$

R: La razón entre *hits* e intentos fue mayor en febrero. Por ello, Carmen mejoró.

Comprende

La **frecuencia** se refiere a las veces que ocurre un evento. Puede ser de dos tipos:

- **Frecuencia absoluta.** El número de veces que se repite cada valor o dato de la variable; por ejemplo, 4 *hits* (en febrero).
- **Frecuencia relativa.** Se puede expresar en forma decimal o como un porcentaje; por ejemplo, 0,4 (en febrero). Se obtiene dividiendo la frecuencia absoluta entre el número total de datos.

$$\text{frecuencia relativa} = \frac{\text{frecuencia absoluta}}{\text{número de casos}}$$

Para construir la tabla de frecuencias absolutas, se siguen estos pasos:

1. En la primera columna se coloca la variable.
2. En la segunda columna se colocan las frecuencias absolutas de cada dato.
3. En la tercera columna se anota la frecuencia relativa. Puede expresarse en fracción, en forma decimal o como un porcentaje.

Recuerda

Al multiplicar por 100 el valor de razón, se obtiene el porcentaje.

Ejemplos:

a. $0,25 \times 100 = 25 \%$

b. $0,4 \times 100 = 40 \%$

Observa cómo se hace

Se preguntó a 20 niños de 5.º sobre su deporte preferido. Luego se anotaron las 20 respuestas obtenidas: "Atletismo, fútbol, voleibol, **atletismo**, baloncesto, **atletismo**, fútbol, baloncesto, voleibol, fútbol, fútbol, baloncesto, **atletismo**, fútbol, voleibol, baloncesto, fútbol, baloncesto, fútbol, baloncesto". Estos datos se resumen en la tabla de frecuencias.

Deporte preferido				
Deporte	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa		
		Fracción	Proporción	Porcentaje
Atletismo	4	$\frac{4}{20}$	0,2	20 %
Fútbol	7	$\frac{7}{20}$	0,35	35 %
Voleibol	3	$\frac{3}{20}$	0,15	15 %
Baloncesto	6	$\frac{6}{20}$	0,3	30 %
TOTAL	20	$\frac{20}{20}$	1,0	100 %

En la lista de respuestas, 4 personas mencionaron "atletismo" y por eso la frecuencia absoluta es 4. Es lo mismo en los demás casos.



Resuelve

1. Observa la tabla de frecuencias acerca de un grupo de 20 estudiantes. Calcula las frecuencias relativas de los datos y responde a las preguntas.

a. ¿Cuál es la variable?

b. ¿Cuál es la muestra?

c. ¿Cuál es el total de las frecuencias absolutas?

d. ¿Cuál es el total de las frecuencias relativas?

Hermanos de un grupo de estudiantes			
Número de hermanos	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	
		Proporción	Porcentaje
0	6		
1	3		
2	5		
3	4		
4	2		
TOTAL			



2.3 Construcción de gráficas de barras y circulares

Analiza

Ángel tiene un blog sobre matemática. La plataforma le generó una gráfica de pastel sobre la cantidad y la procedencia de los visitantes a su página en un día. Con base en esa información, responde las siguientes preguntas.



- ¿De qué país proviene la mayoría de visitantes del blog?
- ¿Cuál es el país con menos visitas?
- ¿Hay una presencia significativa de países de varios continentes, además de América?

Soluciona

Observa el tamaño de los sectores circulares en la gráfica de pastel, así como el total de frecuencias, ya que el pastel completo representa la totalidad de los valores.

- La mayoría de visitantes del blog, proviene de Panamá, con 27 visitantes, ya que es la parte de mayor tamaño.
- El país con menos visitas es Colombia, con solo 4 visitantes.
- Los visitantes de fuera de América provienen de solo 2 países: España, con 8 visitantes, y Japón, con 9 visitantes. Es una presencia reducida en comparación con las demás.

Comprende

Las gráficas son un método para presentar la información de manera visual, clara y directa. Dos tipos de gráficas muy utilizados son los siguientes:

Gráfica de pastel o gráfica circular. Es un círculo o pastel dividido en partes o sectores circulares. El pastel completo equivale a la totalidad o el 100 % de los datos, y cada parte representa una frecuencia relativa.

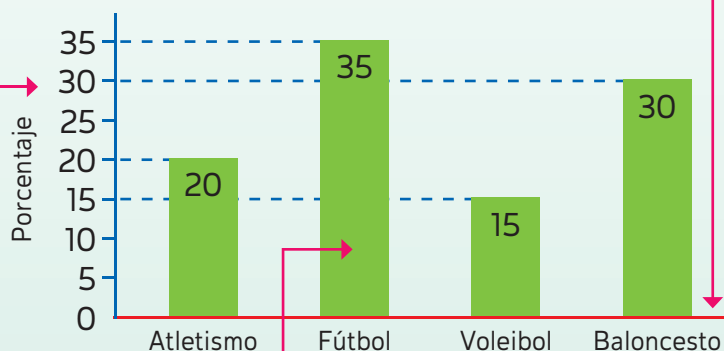
En la gráfica circular las partes de mayor tamaño equivalen a frecuencias relativas más grandes. Puedes comparar los tamaños de los sectores entre sí, como en el ejemplo del **Analiza**.



Gráfica de barras. Está formado por una serie de barras que representan frecuencias (absolutas o relativas). La altura de cada barra representa la frecuencia de cada variable. De un vistazo, permite saber cuáles valores son mayores, pues equivalen a las barras más altas.

Para construir una gráfica de barras, sigue estos pasos:

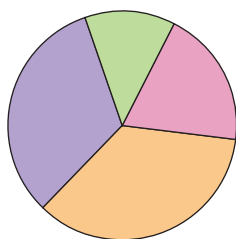
1. Observa la tabla de frecuencias y traza una línea horizontal en la que quepa una barra para cada frecuencia.
2. Traza una línea vertical. Anota marcas en el eje con intervalos regulares, desde 0 hasta la frecuencia más alta.
3. Dibuja una barra para cada frecuencia. Asegúrate de que la altura coincide con la escala de la izquierda. Mantén presente que todas las barras tienen el mismo ancho; solo cambia su altura.



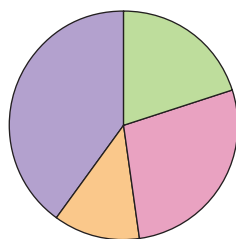
Resuelve

1. Observa las dos gráficas de pastel sobre los pasatiempos preferidos de grupos de 5.º. Responde a las preguntas.

Pasatiempos 5.º A



Pasatiempos 5.º B



- Jugar en el parque
- Ver películas o series de televisión
- Practicar deportes
- Leer libros, cómics...

- a. ¿Cuál de los dos grupos se destaca por la afición a practicar deportes?

- b. ¿En cuál de los dos grupos hay muchas personas a quienes les gusta jugar en el parque?

- c. ¿El gusto por la televisión es similar o diferente entre ambos grupos?



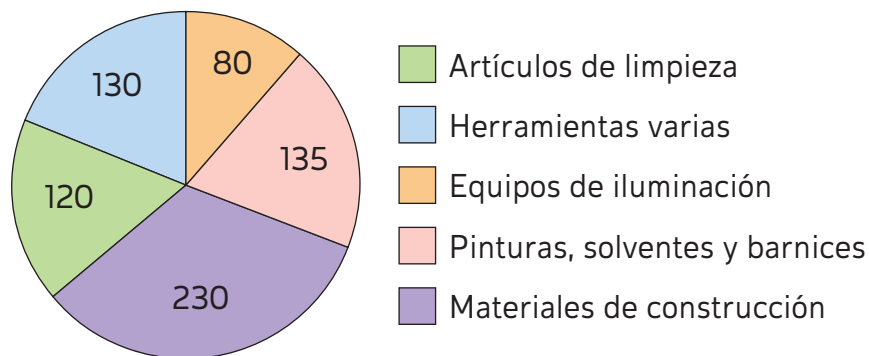
2.4 Practica lo aprendido

1. Analiza los siguientes datos acerca del color de los ojos de un grupo de estudiantes de 5.º. Construye una tabla de frecuencias y una gráfica de barras con la información.

Chocolate, negro, negro, verde, azul, verde, chocolate, chocolate, negro, chocolate, verde, negro, chocolate, azul, chocolate, chocolate, negro, negro, verde, azul.

2. Se entrevistó por teléfono a 695 personas residentes en la provincia de Panamá Oeste para conocer sus hábitos de compra. Observa la gráfica resultante y responde a las preguntas.

Hábitos de compras en el departamento de ferretería



- a. ¿Cuál es el tipo de producto más comprado? ¿Cuántas personas lo eligieron?

- b. ¿Cuál es el tipo de producto menos comprado? ¿Cuántas personas lo eligieron?

Las medidas de tendencia central

3.1 Repasa tus conocimientos

1. A un grupo de estudiantes se les practicaron análisis para conocer su grupo sanguíneo. Los resultados se resumieron en la tabla de la derecha.

Tipo de sangre	Frecuencia absoluta
A	8
B	6
AB	4
O	7

- a. ¿De qué grupo sanguíneo hay mayor cantidad de estudiantes?

- b. ¿De qué grupo sanguíneo hay menor cantidad de estudiantes?

- c. Anote otras observaciones que tenga con respecto a la tabla.

2. Investiga los pasatiempos preferidos de algunos de tus compañeros de clase. Elabora una gráfica de pastel y determina cuál es el pasatiempo que más se repite.

3.2 La media aritmética

Considera que cada cuadrito representa una estufa. Para responder la pregunta, puedes emparejar la altura de las cintas que representan las ventas de cada día, es decir, mueve los cuadritos de un día a otro.

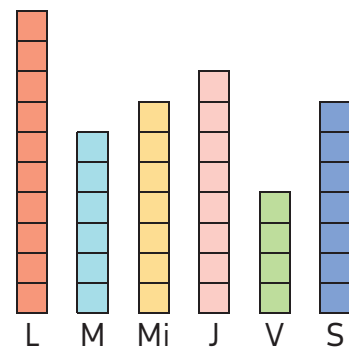


Analiza

Un almacén de la ciudad de David que vende estufas muestra la siguiente tabla y gráfica, que representan la cantidad que vendió en seis días de una semana. Al suponer que se vendió la misma cantidad cada día, ¿cuántas estufas se vendieron por día?

Día	Estufas
lunes (L)	10
martes (M)	6
miércoles (Mi)	7
jueves (J)	8
viernes (V)	4
sábado (S)	7

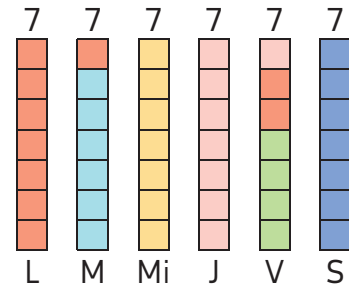
Venta de estufas de un almacén



Soluciona

Al emparejar el largo de la cinta en cada día, repartiendo equitativamente la cantidad de estufas entre todos los días, resultan 7 estufas cada día.

R: Se vendieron 7 estufas por día en promedio.



¿Sabías que...?

El cálculo de la media permite tomar decisiones en un estudio estadístico donde la variable es numérica. Por ejemplo, si la media de la edad de las personas que ven un determinado programa de televisión es 17 años, el canal puede tomar decisiones sobre el horario más apropiado para transmitirlo.

Comprende

Al número de estufas vendidas en cada día, después haber repartido para emparejar el largo de las cintas, se le llama **media aritmética**. Es decir, en el almacén, la media aritmética de estufas vendidas por día es 7. En general, la media aritmética es el número que resulta al emparejar cantidades.

Para calcular la media aritmética se puede utilizar la siguiente fórmula:

$$\text{media aritmética} = \text{suma de los datos} \div \text{cantidad de datos}$$

En algunos casos no se tiene el valor de todos los datos, pero conociendo la media aritmética pueden calcularse los que se desconocen. Fíjate en los siguientes pasos:

1. Multiplicar la media aritmética por la cantidad de datos.
2. Sumar los datos conocidos.
3. Restar al valor obtenido en el paso 2 el obtenido en el paso 1.

Ejemplo: Si la media de un conjunto de cuatro datos es 45, y se tienen solo tres de ellos: 60, 40 y 55. El cuarto dato se calcula así:

$45 \times 4 = 180$ → Multiplica la media aritmética por la cantidad de datos que se tiene que es 4.

$60 + 40 + 55 = 155$ → Suma los datos conocidos.

$180 - 155 = 25$ → Resta el valor obtenido en el segundo cálculo con el obtenido en el primer cálculo. El resultado corresponde al cuarto dato.

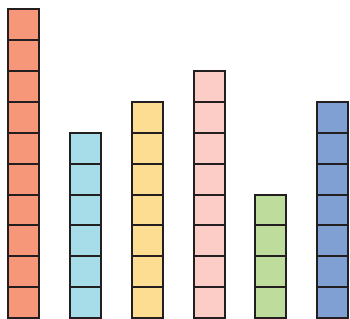
Observa cómo se hace

En el mismo problema de tu sección **Analiza**, ¿cómo se puede encontrar la media aritmética sin tener que dibujar la gráfica, solo realizando cálculos? Escribe la operación y encuentra el resultado.

Para calcular la media aritmética se puede utilizar la fórmula:

media aritmética = suma de los datos ÷ cantidad de datos

- Por lo tanto, primero se suman los datos:



↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

$$10 + 6 + 7 + 8 + 4 + 7 = 42$$

R: 7 estufas.

- Luego, se divide el resultado obtenido entre la cantidad de datos:

O: $(10 + 6 + 7 + 8 + 4 + 7) \div 6$

$(10 + 6 + 7 + 8 + 4 + 7) \div 6 =$

$42 \div 6 = 7$

R: 7 estufas.

Apóyate en la gráfica de la sucursal de estufas de David y analiza el procedimiento.

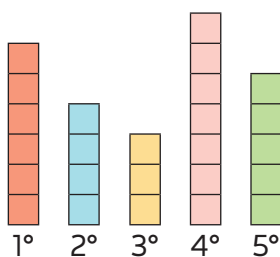


Resuelve

1. Encuentra la media aritmética de los siguientes puntos logrados por cuatro jugadores: 10, 20, 30, 40.

2. Para los siguientes datos sobre un torneo de fútbol, calcula la media aritmética de los goles anotados por partido.

Partido	Goles
1.º	6
2.º	4
3.º	3
4.º	7
5.º	5



3. De lunes a viernes una persona come su desayuno y almuerzo fuera de su casa. El gasto de comida que hace esa persona por cada día de la semana son: 6 balboas, 6 balboas, 6 balboas, 5 balboas, 7 balboas. ¿Cuál es la media de los gastos en comida por día?
4. Una persona que viaja en bus desde Portobelo a la ciudad de Colón, siempre a la misma hora, decidió anotar el tiempo que se tardaba en el recorrido; los datos fueron: 80 min, 65 min, 75 min, 80 min, 50 min, 70 min y 42 min. Calcula la media aritmética del tiempo.
5. La media de la edad de 5 integrantes de una familia es 16 años. Si la madre tiene 30, el padre 32, el primer hijo 9 y el segundo 6, ¿cuántos años tiene el hijo menor?



3.3 La moda

Analiza

La profesora de 5.º desea regalarles frutas a sus estudiantes, según su preferencia. Las frutas seleccionadas fueron: guayaba, papaya, mango, naranja, mango, guayaba, guanábana, papaya, mango, guineo, guayaba, mango, piña, sandía, guayaba, marañón, piña, papaya, naranja, papaya, mango.

- Construye una tabla de frecuencias que resuma cuántos estudiantes escogieron cada fruta.
- Identifica la fruta preferida por más estudiantes.

Soluciona

- Construye la tabla.

Frutas	Número de estudiantes que la prefieren	Frutas	Número de estudiantes que la prefieren
guayaba	4	guineo	1
papaya	4	piña	2
mango	5	sandía	1
naranja	2	marañón	1
guanábana	1		

- Observa la tabla. La fruta que es preferida por más estudiantes es el mango, ya que es el que aparece más veces en el conjunto de las frutas preferidas.

R: La fruta preferida por más estudiantes es el mango.

Comprende

La **moda** es el valor, objeto o característica que más se repite en los datos. En el caso anterior es el mango, porque se repite 5 veces.

Cuando hay dos modas en un conjunto de datos, se dice que el conjunto es **bimodal**.

Desarrollo sostenible

El consumo diario de frutas provee el cuerpo de vitaminas y minerales necesarios para fortalecer el sistema inmunológico.

¿Sabías que...?

La palabra bimodal se descompone en "bi", que significa 'dos', y "modal", que significa 'relativo a la moda'.

Observa cómo se hace

Luis hizo una encuesta en su grupo de 5.º para conocer cuál es el tipo de mascota favorita que tienen sus compañeros. Resumió su resultado en la tabla de frecuencias de la derecha. ¿Cuál es la moda en este grupo de datos?

Observa en la tabla que hay dos tipos de mascotas con mayor preferencia: son el perro y el gato, ambos tienen 8 votos. En definitiva, hay dos modas en este grupo de datos, así que significa que es bimodal.

Tipo de mascotas	Número de estudiantes que la prefieren
perro	8
gato	8
hámster	4
peces	2

R: La moda corresponde al perro y el gato, lo que significa que la mayoría los prefiere como mascotas.

Resuelve

1. En una venta de helados, durante una semana, se anotaron cuántos se vendieron y el sabor de cada uno, la información se muestra en la tabla. ¿Cuál es la moda de los sabores?

Sabores	Número de helados vendidos
fresa	30
chocolate	60
vainilla	59
mango	40

2. Se les pregunta a varios estudiantes cuántos libros ha leído cada uno. Sus respuestas son: 2, 6, 1, 5, 5, 3, 4, 1, 2, 5, 5, 6, 2, 1, 2. ¿Cuál es la moda de la cantidad de libros leídos?

Cantidad de libros leídos	Número de niños
1	
2	
3	
4	
5	
6	



3.4 La mediana

Analiza

Las edades de 7 estudiantes son: 12, 14, 15, 16, 10, 13, 9. Al ordenar las edades de menor a mayor, ¿cuál edad queda justo en medio?

Soluciona

Ordena las edades de menor a mayor:



R: La edad que queda al centro es 13 años.

Comprende

Cuando se tiene una **cantidad impar de datos** y se ordenan de menor a mayor, o de mayor a menor, el valor que queda en la posición central se llama mediana.

Para encontrar la mediana cuando la cantidad de datos es impar se siguen estos pasos:

1. Se ordenan los datos.
2. Se encuentra el dato que ocupa la posición central.

Cuando se tiene una **cantidad par de datos**, entonces al ordenar los datos de menor a mayor (o de mayor a menor). La mediana será el valor de la media aritmética de los dos valores centrales.

Para encontrar la mediana cuando la cantidad de datos es par se siguen estos pasos:

1. Se ordenan los datos, como se mostró en el **Soluciona**.
2. Se calcula la media aritmética de los dos datos centrales, que como son 2 datos se dividen entre 2.

Ejemplo: Calcula la mediana de 7, 9, 10, 3, 4, 5, 2, 9, 10, 11, 5 y 5.

Se ordenan los datos: 2, 3, 4, 5, 5, 5, 7, 9, 9, 10, 10, 11.

Los datos centrales son: 5 y 7. Por lo tanto se calcula su media aritmética: $(5 + 7) \div 2 = 6$.

R: La mediana del grupo de datos es 6.

Observa que, si se ordenan de mayor a menor, el centro siempre corresponde a 13.



¿Sabías que...?

La mediana permite ordenar los datos con claridad. Con esta medición, se sabe que la mitad de los datos está por debajo de la mediana, y la otra mitad, por encima.

Observa cómo se hace

Durante la clase de Educación Física, 6 estudiantes de diferentes edades participan en una carrera de obstáculos durante 20 segundos. La distancia que recorrió cada niño fue: 100 m, 150 m, 150 m, 90 m, 170 m y 110 m. ¿Cuál es la mediana de las distancias recorridas?

Para determinar la mediana de un grupo de datos se ordenan de menor a mayor o de mayor a menor:

90 100 **110 150** 150 170

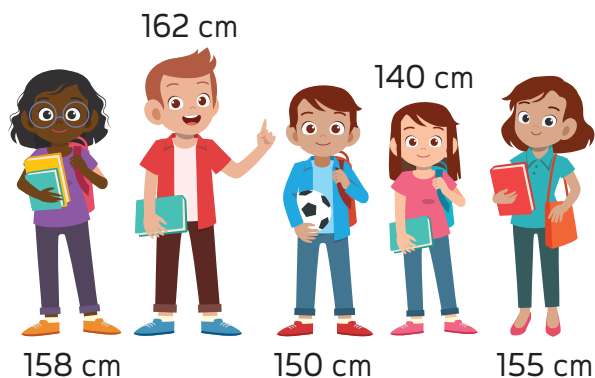
Como la cantidad de números es par, se calcula la media aritmética de los dos datos centrales, así:

$$110 + 150 = 260 \rightarrow 260 \div 2 = 130$$

R: La mediana de las distancias recorridas es 130.

Resuelve

1. Para un acto cívico, los estudiantes deben formarse en una fila por orden de estatura. Encuentra la mediana de las estaturas.



2. Para la entrega de uniformes escolares se les preguntó a los estudiantes qué tallas de zapatos calzan; las respuestas fueron: 33, 32, 31, 36, 33, 31, 34, 35, 36, 30. Encuentra la mediana.



3.5 Practica lo aprendido

1. Encuentra la media aritmética de los siguientes puntos logrados por cuatro jugadores: 15, 35, 20, 10.
2. Encuentra la mediana de los siguientes números: 5, 1, 8, 2, 7, 5 y 8.
3. Para las siguientes estaturas en cm: 132, 104, 142, 127, 113, 122, 113, 137, 142, 107 y 162, encuentra la mediana.

Soluciona problemas

4. Las áreas reforestadas en kilómetros cuadrados, en 2018, de las siguientes provincias de Panamá son: Bocas del Toro, $0,05 \text{ km}^2$; Coclé, $4,14 \text{ km}^2$; Colón, $0,05 \text{ km}^2$; Chiriquí, $33,3 \text{ km}^2$; Darién, $0,5 \text{ km}^2$; Herrera, $13,90 \text{ km}^2$; Los Santos, $6,70 \text{ km}^2$. Con base en la información anterior, responde lo siguiente:
 - a. ¿Cuál es la moda de los datos?
 - b. ¿Cuál es la mediana?
5. La media aritmética de la edad de 4 integrantes de una familia es de 15 años. Si la madre tiene 27, el padre 28 y el segundo hijo 2, ¿cuántos años tiene el hijo mayor?

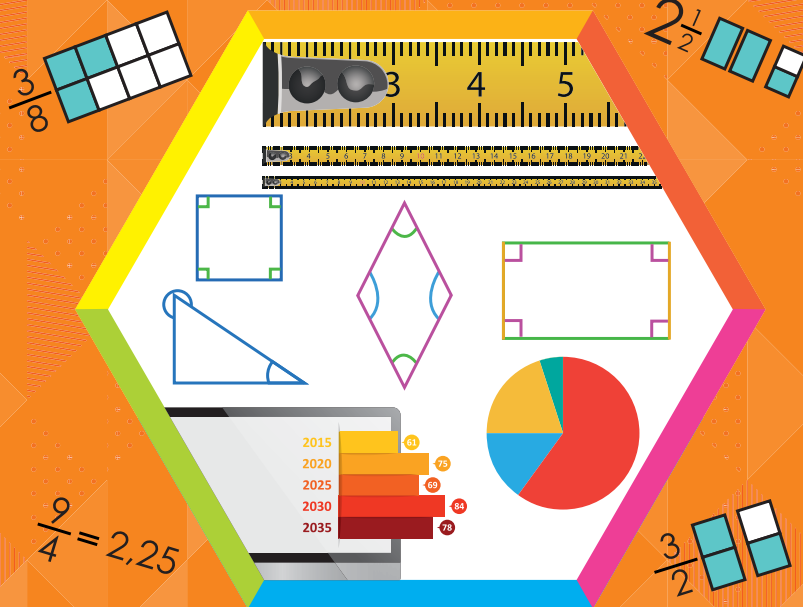
Marca con un gancho (✓) los desempeños que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo he logrado	Lo estoy logrando	Estoy reforzando para lograrlo
Diferencio los sucesos deterministas (que se pueden predecir con seguridad o exactitud) de los sucesos aleatorios (no se puede predecir o al azar).			
Comprendo y defino conceptos estadísticos básicos, como "estadística", "población" y "muestra".			
Calculo frecuencias absolutas y frecuencias relativas.			
Leo e interpreto la información presentada en una tabla.			
Leo e interpreto la información presentada en gráficas de barras, lineales o circulares.			
Puedo completar una tabla una gráfica de barras, si me dan los datos.			
Construyo gráficas de barras y gráficas circulares.			
Resuelvo problemas mediante la recolección, la representación y la interpretación de datos en tablas, gráficas y diagramas.			
Identifico las medidas de tendencia central (media, mediana, moda).			
Calculo las medidas de tendencia central.			
Resuelvo problemas relacionados con el uso de medidas de tendencia central.			



Panamática 5

Guía del estudiante



**De la mano con los Objetivos
de Desarrollo Sostenible (ODS)**