

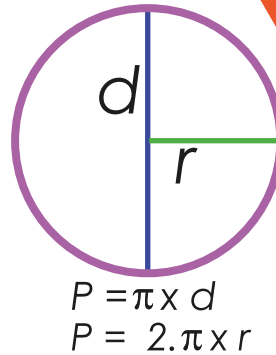
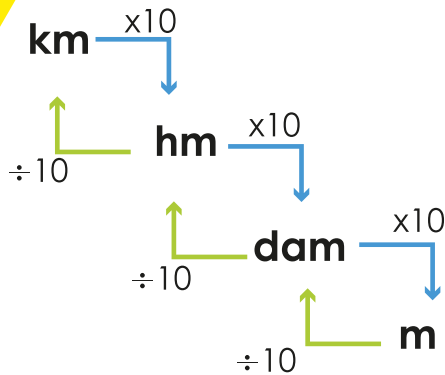


# Panamática 6

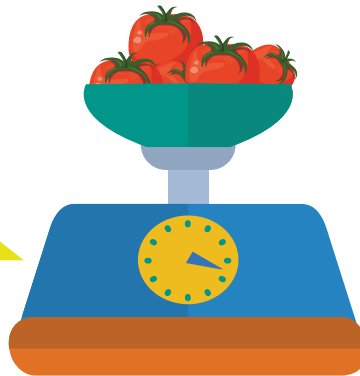
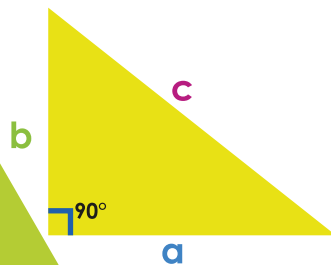
## Cuaderno de actividades



$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$



$$c^2 = a^2 + b^2$$



$$\pi = 3,1416$$

# Panamática 6

Cuaderno de actividades



Regreso a clases

Nombre: \_\_\_\_\_

Escuela: \_\_\_\_\_

# Panamática 6

## Cuaderno de actividades

|   |  |
|---|--|
| <b>Ministra de Educación</b>                                  | Su Excelencia Maruja Gorday de Villalobos  |
| <b>Viceministro Académico de Educación</b>                    | Su Excelencia Ariel Rodríguez Gil  |
| <b>Viceministro Administrativo de Educación</b>               | Su Excelencia José Pío Castellero  |
| <b>Viceministro de Infraestructura de Educación</b>           | Su Excelencia Ricardo Sánchez  |
| <b>Secretario General</b>                                     | Ricardo Alonso Vaz Wilky   |
| <b>Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa</b> | Carmen Heredia Reyes Recuero<br><b>Directora Nacional</b><br>Yovany Guerra G.<br><b>Coordinador Nacional de Matemática</b>         |
| <b>Comité evaluador</b>                                       | Edward Ariel Cedeño Chávez<br>Yovany Guerra G.   |
| <b>Equipo de contextualizadores</b>                           | Jesús Domingo Chacón Pinto.<br>Daniel Edil Herrera Muñoz.<br>Manuel Antonio Herrera Herrera.<br>Guillermo Isaac Castillo Castillo. |
| <b>Coordinación editorial</b>                                 | Esteban Ureña Salazar  |
| <b>Edición</b>  | Marilyn Alvarado Vargas  |
| <b>Corrección de estilo</b>                                   | Matilde H. de Loo  |
| <b>Diagramación</b>   | Orlando Villalta Solano  |
| <b>Conceptualización de portada</b>                           | Dirección Nacional de Currículo y Tecnología Educativa<br>Aracelly Agudo   |
| <b>Coordinación del Proyecto</b>                              | Organización de Estados Iberoamericanos (OEI)  |



La serie Panamática ha sido producida gracias a la colaboración del Ministerio de Educación del Gobierno de El Salvador, a través del proyecto ESMATE, material diseñado para Matemática con el apoyo de la Agencia de Cooperación Internacional del Japón (JICA).

Este material didáctico fue posible con el respaldo de los recursos aportados por el Programa Mejorando la Eficiencia y Calidad del Sector Educativo (PN-L1143), Contrato de Préstamo n.º 4357/OC-PN con el Banco Interamericano de Desarrollo, a través del componente Apoyo Pedagógico Integral y Continuo.

La serie ha sido distribuida a estudiantes panameños, en centros educativos oficiales del país. Derechos reservados. Prohibida su venta y su reproducción con fines comerciales por cualquier medio, sin previa autorización del MEDUCA.

**ISBN: 978-9962-737-56-8**



## **MENSAJE A LOS ESTUDIANTES**

Queridos estudiantes:

En este nuevo año lectivo que regresan a sus escuelas, los exhortamos a que reine el entusiasmo, la alegría y el deseo de aprender, de reencontrarse con sus maestros y compañeros.

Sus maestros les enseñarán contenidos elementales de las asignaturas, pero también a amar la naturaleza, la patria, su historia; a cuidar del ambiente y de sí mismos con las debidas medidas de bioseguridad y valores, cuidados personales y trato respetuoso. En definitiva, normas para que se formen de manera integral.

En la escuela encontrarán libros para aprender a leer, escribir y desarrollar el gusto por la lectura; a realizar las operaciones matemáticas y todas las habilidades numéricas que son importantes para avanzar durante la educación primaria.

El conocimiento de las Ciencias Naturales les permitirá apreciar la belleza de la naturaleza, la flora, la fauna, la necesidad de cuidar la tierra, los árboles y nuestro entorno; a amar nuestro ambiente y cuidar el planeta.

El estudio de las Ciencias Sociales les brindará la oportunidad de conocer la Geografía y la Historia de nuestro país, de la región y del mundo. Además, les enseñará sus deberes y derechos y cómo ser un buen ciudadano.

Este año vamos a contar con bibliotecas de aula, con libros de cuentos, para fomentar y disfrutar la lectura; guías y materiales complementarios para Español, Matemática, Ciencias Sociales y Ciencias Naturales.

Los exhorto para que regresen a sus escuelas con deseos de aprender, de valorar la convivencia con sus maestros y compañeros, con sus libros y materiales educativos, que los ayudarán a avanzar con sus estudios.

*¡Retornemos a estudiar, a cuidarnos y a ser felices!*

Maruja Gorday de Villalobos  
**Ministra de Educación**

## Secciones de la lección y las clases

### Título de la lección

#### Título de la clase

##### Comprende

Presenta en forma sintética los contenidos abordados en la lección, los necesitarás para resolver las actividades.

##### Resuelve

Contiene actividades para que ejercites lo aprendido en la clase, en diferentes niveles de dificultad.

## Secciones especiales



##### Recuerda

Presenta contenidos de clases, unidades o grados anteriores que son necesarios para comprender el tema desarrollado.



##### Desafíate

Propone retos matemáticos en los que puedes aplicar con creatividad lo visto en clase y ampliar lo que has aprendido.

## Nuestros personajes



Soy un tamarino de Geoffroy o mono titi panameño. Soy de pequeño tamaño y me gusta desplazarme en pequeñas manadas.

Estos personajes forman parte de la fauna de Panamá; y en este cuaderno de actividades te darán pistas, recomendaciones e información adicional para resolver los ejercicios propuestos. Es importante que los respetemos y protejamos, porque son parte de la naturaleza y algunos de ellos están en peligro de extinción.



Soy el águila harpía, el Ave Nacional de Panamá y también el ave rapaz más poderosa. Soy carnívora, por lo que me alimento de otros animales.

Soy una rana dorada. Me gusta vivir en bosques húmedos y cerca de los arroyos. Sin embargo, ya somos muy pocas las que quedamos.



Soy un perico pintado de Azuero o perico carato. Vivo en bosques donde encuentre semillas, frutos y flores para alimentarme.



# Índice

## Unidad 1

**Números enteros** ..... 7

**Lección 1:** Los números enteros ..... 8

**Lección 2:** Adición y sustracción con números enteros ..... 10

**Lección 3:** Multiplicación y división con números enteros ..... 14

**Lección 4:** Potenciación y radicación ..... 17

## Unidad 2

**Operaciones con fracciones y decimales** ..... 19

**Lección 1:** Fracciones y números decimales ..... 20

**Lección 2:** Multiplicación de fracciones y números mixtos por números enteros.... 25

**Lección 3:** División de fracciones y números mixtos entre números enteros ..... 28

**Lección 4:** Multiplicación con fracciones ..... 31

**Lección 5:** División entre fracciones..... 35

**Lección 6:** Operaciones combinadas ..... 39

## Unidad 3

**Razones, proporciones y porcentajes** ..... 45

**Lección 1:** Proporcionalidad directa ..... 46

**Lección 2:** Proporcionalidad inversa ..... 51

**Lección 3:** Regla de tres..... 56

**Lección 4:** Porcentajes ..... 58

## Unidad 4

**Secuencias y patrones** ..... 63

**Lección 1:** Secuencias y patrones ..... 64

## Unidad 5

**Álgebra** ..... 67

**Lección 1:** Cantidades desconocidas..... 68

**Lección 2:** Relaciones entre cantidades ... 70

**Lección 3:** Expresiones algebraicas simples ..... 74

## Unidad 6

**Unidades de medida** ..... 81

**Lección 1:** Medición del tiempo ..... 82

**Lección 2:** Medidas de longitud ..... 86

**Lección 3:** Medidas de superficie..... 89

**Lección 4:** Cálculo del área ..... 92

**Lección 5:** Medidas de volumen..... 95

**Lección 6:** Medidas de masa ..... 98

## Unidad 7

**Geometría** ..... 101

**Lección 1:** Los ángulos ..... 102

**Lección 2:** Teorema de Pitágoras ..... 104

**Lección 3:** Longitud de la circunferencia y área del círculo ..... 105

## Unidad 8

**Estadística y probabilidad** ..... 109

**Lección 1:** Técnicas de recolección y representación de datos ..... 110

**Lección 2:** Medidas de tendencia central ..... 115

**Lección 3:** Probabilidad..... 119

## Números enteros



En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer los números enteros y su importancia
- Ubicar números enteros en la recta numérica
- Establecer relaciones de orden entre números enteros
- Resolver operaciones básicas con números enteros
- Identificar algunas propiedades de las operaciones básicas
- Resolver potencias con números naturales
- Calcular la raíz cuadrada de números naturales

## Los números enteros

### Números enteros en la recta numérica

#### Comprende

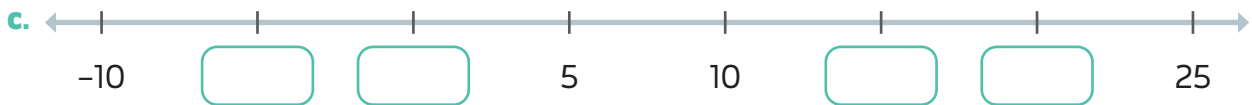
En una **recta numérica** horizontal, los valores positivos se ubican a la derecha del cero (0) y los negativos a la izquierda. En la vertical, los positivos están arriba del 0 y los negativos abajo.

Los números pueden representarse de 1 en 1, o usando escalas de 2 en 2, 5 en 5, 10 en 10, entre otras.

#### Resuelve

1. Anota los números que faltan en cada recta numérica.

- Considera la escala utilizada en cada caso.



#### Desafíate

1. Construye en tu cuaderno una recta numérica vertical para responder las siguientes preguntas:

- a. ¿Cuántos números enteros se ubican entre  $-5$  y  $5$ ?

\_\_\_\_\_

- b. ¿Cuáles números enteros negativos están arriba de  $-10$ ?

\_\_\_\_\_

- c. ¿Cuáles números enteros positivos están abajo de  $3$ ?

\_\_\_\_\_

- d. ¿Entre cuáles números enteros se ubica el número  $-3$ ?

\_\_\_\_\_

## Comparación de números enteros

### Recuerda

Si se ubican dos números enteros en una recta numérica, siempre es mayor el que está más a la derecha o más arriba.

### Comprende

- Cualquier número positivo es mayor que cualquier número negativo.
- Todo número negativo es menor que 0.
- Todo número positivo es mayor que 0.

### Resuelve

1. Colorea, con rojo, los números de la recta que sean mayores que  $-2$  y con azul, los menores que  $-2$ .



2. Escribe el símbolo  $<$  (menor que),  $>$  (mayor que) o  $=$  (igual a) según corresponda.

a.  $145$    $-145$

b.  $100$    $-10$

c.  $-|120|$    $-120$

d.  $-73$    $0$

e.  $-50$    $-150$

f.  $20$    $|-25|$

3. Encierra el número **menor** de cada grupo.

a.  $-200$

b.  $-800$

c.  $-350$

$100$

$900$

$-400$

$50$

$-1000$

$-325$

4. Encierra el número **mayor** de cada grupo.

a.  $1500$

b.  $-5000$

c.  $-30\ 000$

$-500$

$200$

$-20\ 000$

$-2000$

$250$

$-10\ 000$

5. Anota el número descrito en cada caso.

a. Es el menor número entero positivo.

→ \_\_\_\_\_

b. Es el mayor número entero negativo.

→ \_\_\_\_\_

c. Es el menor número entero negativo de dos cifras.

→ \_\_\_\_\_

d. Es el número entero menor que  $-10$  y mayor que  $-12$ .

→ \_\_\_\_\_

## Adición y sustracción con números enteros

### Adición con números enteros

#### Comprende

Estas son las **reglas de signos para resolver adiciones** con números enteros:

- Si los números tienen el mismo signo, se suman sus valores absolutos y se mantiene el signo.
- Si tienen diferente signo, se resta el menor del mayor valor absoluto y se mantiene el signo del número que tiene mayor valor absoluto.

#### Resuelve

1. Escribe el resultado de cada adición de números enteros.

a.  $(-2000) + 1000 =$  \_\_\_\_\_

b.  $1500 + (-500) =$  \_\_\_\_\_

c.  $8100 + 900 =$  \_\_\_\_\_

d.  $(-400) + (-400) =$  \_\_\_\_\_

e.  $(-3500) + 3500 =$  \_\_\_\_\_

f.  $(-1200) + (-300) =$  \_\_\_\_\_

2. Resuelve los siguientes problemas.

- Anota, en cada caso, la adición de números enteros que permite resolver la situación.

a. Eduardo tenía una deuda de 100 balboas. Si pagó 50 balboas, ¿cuál número entero representa la deuda actual de Eduardo?

b. Un submarino se encontraba a 100 m bajo el nivel del mar. Si descendió 200 m más, ¿cuál número entero representa la profundidad a la que se encuentra ahora el submarino?



c. Durante un día, Natalia usó su tarjeta de crédito dos veces, en una ocasión para pagar 20 balboas en un restaurante y luego para comprar un reloj que costaba 45 balboas. ¿Cuál número entero representa el total de los movimientos realizados por Natalia ese día en su cuenta?

## Sustracción con números enteros

### Comprende

Para **resolver sustracciones con números enteros** se utilizan las mismas leyes explicadas para la adición, porque cualquier sustracción puede escribirse como una adición.

### Resuelve

1. Relaciona con una línea cada sustracción con la adición equivalente.

$400 - 500$

$(-400) + (-500)$

$(-400) - 500$

$400 + 500$

$400 - (-500)$

$(-400) + 500$

$(-400) - (-500)$

$400 + (-500)$

Cuando se tienen dos signos negativos (-) seguidos, estos se convierten en un signo positivo (+). Por ejemplo:

$$\begin{aligned} (-5) - (-3) \\ = (-5) + 3 \end{aligned}$$



2. Escribe el resultado de cada sustracción de números enteros.

a.  $1000 - 2000 =$  \_\_\_\_\_

b.  $(-200) - 600 =$  \_\_\_\_\_

c.  $100 - (-500) =$  \_\_\_\_\_

d.  $(-250) - 50 =$  \_\_\_\_\_

e.  $4500 - 4000 =$  \_\_\_\_\_

f.  $(-1500) - (-500) =$  \_\_\_\_\_

3. Resuelve los siguientes problemas.

- Anota, en cada caso, las operaciones de números enteros que permiten resolver la situación.

a. César quiere comprar un teléfono que cuesta 175 balboas. Si tiene 100 balboas, ¿cuál número entero representa la cantidad de dinero que le hace falta?

b. El nivel del agua de la represa Bayano ha disminuido 6 cm diarios durante 2 días. Luego de tres días de intensas lluvias el nivel subió 7 cm. ¿Cuál número entero representa el desnivel de agua en la represa?

## Propiedad conmutativa de la adición

### Comprende

En la adición se cumple la **propiedad conmutativa**. Esto significa que el orden de los sumandos no cambia el total. Es decir, si **a** y **b** son dos números enteros, se cumple la siguiente igualdad:

$$a + b = b + a$$

### Resuelve

1. Relaciona con una línea cada adición con su equivalente, según la propiedad conmutativa.

|                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| $125 + (-250)$    | $250 + (-125)$    |
| $(-125) + 250$    | $(-125) + (-250)$ |
| $250 + 125$       | $(-250) + 125$    |
| $(-250) + (-125)$ | $125 + 250$       |

2. Comprueba la propiedad conmutativa de la adición con las siguientes operaciones.

a.  $(-875) + 362$

b.  $(-423) + (-125)$

Comprobar la propiedad conmutativa es obtener el mismo resultado al resolver en el orden dado o invirtiendo los sumandos



### Desafíate

1. Justifica, mediante un ejemplo, por qué la sustracción no cumple con la propiedad conmutativa.

Ejemplo:

Justificación:

---

---

---

## Propiedad asociativa de la adición

### Comprende

En la adición se cumple la **propiedad asociativa**. Esto significa que el orden en que se agrupan los sumandos no cambia el total. Es decir, si **a**, **b** y **c** son números enteros, entonces se cumple la siguiente igualdad:

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

### Recuerda

Cuando hay paréntesis en una operación se debe resolver primero lo que está dentro de ellos.

### Resuelve

1. Escribe la adición equivalente en cada caso según la propiedad asociativa.

a.  $25 + (-10 + 15)$  → \_\_\_\_\_

b.  $(-100 + 50) + (-20)$  → \_\_\_\_\_

c.  $(350 + 156) + 230$  → \_\_\_\_\_

d.  $(-56) + (-15 + -90)$  → \_\_\_\_\_

e.  $(-82 + 25) + 12$  → \_\_\_\_\_

Observa primero cuáles son los sumandos que están agrupados.



2. Comprueba la propiedad asociativa de la adición con las siguientes operaciones.

a.  $280 + 510 + (-715)$

b.  $(-125) + (-340) + 400$



### Desafíate

1. Justifica, mediante un ejemplo, por qué la sustracción no cumple con la propiedad asociativa.

Ejemplo:

Justificación:

---

---

---

## Multiplicación y división con números enteros

### Multiplicación con números enteros

#### Comprende

Para resolver **multiplicaciones con números enteros**, se multiplica normalmente y se aplican las reglas de signos:

$$(+)\times(+)=+$$

$$(+)\times(-)=-$$

$$(-)\times(-)=+$$

$$(-)\times(+)= -$$

El producto de dos números con el mismo signo es positivo y el producto de dos números con distinto signo es negativo.



#### Resuelve

- Colorea, con rojo, las multiplicaciones con resultado negativo, y con verde, las que tienen resultado positivo.

|                 |                |                  |                  |                 |
|-----------------|----------------|------------------|------------------|-----------------|
| $-58 \times 15$ | $26 \times 51$ | $92 \times -35$  | $-65 \times -22$ | $-83 \times 14$ |
| $72 \times -26$ | $63 \times 40$ | $-10 \times -34$ | $77 \times -52$  |                 |

- Resuelve los siguientes problemas.

- Anota, en cada caso, la multiplicación de números enteros que permite resolver la situación.

- Un dron submarino se encuentra a 2727 m bajo el nivel del mar. Si se cuadruplicara esa distancia llegaría aproximadamente al punto más profundo conocido en el océano. ¿Cuál número entero representa esa profundidad?

- Gustavo ha cambiado mucho su estilo de vida en relación con su alimentación y su nivel de actividad. Uno de los resultados de esos cambios fue que su peso se redujo en 2 kg por mes durante el último año. ¿Cuál número entero representa el total de peso perdido por Gustavo en ese año?

Considera que un año tiene 12 meses.



## División con números enteros

### Comprende

Para resolver **divisiones con números enteros**, se divide normalmente y se aplican las reglas de signos:

$$(+)\div(+)=+$$

$$(+)\div(-)=-$$

$$(-)\div(-)=+$$

$$(-)\div(+)= -$$

Observa que la regla de signos es igual para la multiplicación y para la división.



### Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones.

a.  $150 \div -10 =$  \_\_\_\_\_

b.  $-500 \div 5 =$  \_\_\_\_\_

c.  $-1000 \div -100 =$  \_\_\_\_\_

d.  $-15 \div 15 =$  \_\_\_\_\_

e.  $24 \div -1 =$  \_\_\_\_\_

f.  $-12 \div -12 =$  \_\_\_\_\_

2. Resuelve los siguientes problemas.

- Anota, en cada caso, la división de números enteros que permite resolver la situación.

a. Lidia tenía una deuda de 150 balboas. Si solamente le falta pagar la tercera parte, ¿cuál número entero representa su deuda actual?

b. En un proceso químico, una sustancia baja su temperatura  $2^\circ\text{C}$  por minuto. Si el proceso se inició a los  $0^\circ\text{C}$  y se alcanzó una temperatura final de  $-24^\circ\text{C}$ , ¿cuántos minutos tardó el proceso?



### Desafíate

1. Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

a.  $-4 \times 10 + 8 =$  \_\_\_\_\_

b.  $15 - (12 + 3) =$  \_\_\_\_\_

c.  $-20 + 45 \div -3 =$  \_\_\_\_\_

d.  $(50 - 100) \times 2 =$  \_\_\_\_\_

e.  $25 - 45 \div 5 + 32 =$  \_\_\_\_\_

f.  $(-16 + 8) \times (-3 - 3) =$  \_\_\_\_\_

La prioridad de las operaciones es: multiplicaciones y divisiones y luego sumas y restas. Si hay paréntesis se resuelve primero lo que está dentro de ellos.



## Propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación

### Comprende

- **Conmutatividad:** El orden de los factores no cambia el producto.
- **Asociatividad:** El orden en que se agrupen los factores no afecta el resultado.

Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números enteros, entonces:

$$a \times b = b \times a$$

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

### Resuelve

1. Relaciona con una línea cada multiplicación con su equivalente, según las propiedades conmutativa y asociativa.

|                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| $34 \times -92$              | $-43 \times (34 \times -92)$ |
| $34 \times (-29 \times 42)$  | $-43 \times -29$             |
| $-29 \times -43$             | $(34 \times -29) \times 42$  |
| $(-43 \times 34) \times -92$ | $-92 \times 34$              |

2. Comprueba la propiedad indicada en cada caso con la operación dada.

a. Conmutatividad:  $-24 \times 16$

b. Asociatividad:  $11 \times -8 \times -10$



### Desafíate

1. Justifica, mediante un ejemplo, por qué la división no cumple con la propiedad conmutativa.

Ejemplo:

Justificación:

---

---

---

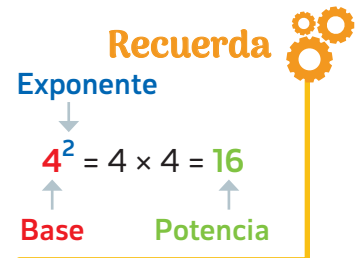
## Potenciación y radicación

### La potenciación

#### Comprende

En una **potenciación** la base es el factor que se repite y el exponente indica la cantidad de repeticiones. El resultado se llama potencia.

Para **calcular el valor de una potencia** se multiplica la base por sí misma tantas veces como lo indique el exponente.



#### Resuelve

1. Relaciona con una línea cada potenciación con la multiplicación correspondiente.

$3^2$

$3^5$

$2^5$

$5^3$

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$5 \times 5 \times 5$

$3 \times 3$

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

2. Calcula el valor de cada potencia.

a.  $15^2 =$  \_\_\_\_\_

b.  $10^3 =$  \_\_\_\_\_

c.  $7^4 =$  \_\_\_\_\_

d.  $32^1 =$  \_\_\_\_\_

e.  $225^0 =$  \_\_\_\_\_

f.  $1^8 =$  \_\_\_\_\_

Si el exponente es 0, el valor de la potencia siempre será 1. Si el exponente es 1, el valor es la misma base.



3. En una bodega hay 8 estantes y en cada estante 8 cajas. Si en cada caja se colocaron 8 paquetes con 8 libras cada uno, ¿cuántos libras hay en total en la bodega? Anota la potenciación que permite resolver la situación.

## La radicación

### Comprende

Para **calcular una raíz cuadrada** se debe pensar en un número que, elevado al cuadrado, dé como resultado el número dentro del símbolo de raíz; es decir, un número multiplicado por sí mismo dos veces.

### Recuerda

La potenciación y la radicación son operaciones inversas.

$$3^2 = 9 \rightarrow \sqrt{9} = 3$$

### Resuelve

1. Escribe la forma en que se lee cada radicación.

a.  $\sqrt{2}$  → \_\_\_\_\_

b.  $\sqrt{10}$  → \_\_\_\_\_

c.  $\sqrt{125}$  → \_\_\_\_\_

2. Resuelve, en cada caso, la potenciación que permite comprobar el resultado de cada radicación. Observa el ejemplo.

a.  $\sqrt{324} = 18$

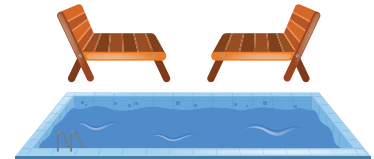
b.  $\sqrt{484} = 22$

c.  $\sqrt{900} = 30$

d.  $\sqrt{1225} = 35$

$$18^2 = 18 \times 18 \\ = 324$$

3. Una piscina de forma cuadrada tiene un área de  $121 \text{ m}^2$ . ¿Cuál es el perímetro de esa piscina? Anota la radicación que permite resolver la situación.



### Desafíate

1. Resuelve las siguientes radicaciones con fracciones.

a.  $\sqrt{\frac{4}{9}} = \text{---}$

b.  $\sqrt{\frac{49}{81}} = \text{---}$

c.  $\sqrt{\frac{9}{25}} = \text{---}$

d.  $\sqrt{\frac{25}{36}} = \text{---}$

e.  $\sqrt{\frac{25}{16}} = \text{---}$

f.  $\sqrt{\frac{49}{100}} = \text{---}$

Determina la raíz cuadrada del numerador y del denominador para hallar el resultado en cada caso.



# Operaciones con fracciones y decimales



En esta unidad aprenderás a:

- Transformar números decimales finitos o periódicos a fracción y viceversa
- Comparar y ordenar en la recta números enteros, fraccionarios y decimales
- Redondear números decimales
- Multiplicar y dividir fracciones por números enteros
- Resolver multiplicaciones y divisiones con fracciones
- Aplicar las propiedades de las operaciones usando fracciones
- Resolver operaciones combinadas que involucren fracciones y números decimales

## Fracciones y números decimales

### Transformación de números decimales finitos o periódicos a fracciones

#### Comprende

Para **transformar a fracción un número decimal** con parte entera igual a 0:

- Si es finito se coloca la parte decimal como numerador. Como denominador, se usa 10; 100; 1000, según la cantidad de decimales.
- Si es periódico, se usa el periodo como numerador. Como denominador, se usa 9; 99; 999, según la cantidad de decimales del periodo.

Si el número decimal tiene una parte entera diferente de 0, esta se usa como la parte entera del número mixto.

#### Resuelve

1. Anota, en cada caso, cuál debe ser el denominador para convertir el número decimal dado a fracción. Observa el ejemplo.

- a.  $0,757575... \rightarrow \frac{\quad}{99}$       b.  $0,84 \rightarrow \frac{\quad}{\quad}$       c.  $0,5 \rightarrow \frac{\quad}{\quad}$   
d.  $0,6666... \rightarrow \frac{\quad}{\quad}$       e.  $0,127127... \rightarrow \frac{\quad}{\quad}$       f.  $0,255 \rightarrow \frac{\quad}{\quad}$

2. Convierte a fracción los siguientes números decimales con parte entera igual a 0.

- a. 0,87      b. 0,444...      c. 0,3

3. Convierte a número mixto los siguientes números decimales.

- a. 15,6      b. 8,35      c. 2,252525...

4. Un 0,65 del total de estudiantes de una escuela practica algún deporte. ¿Qué fracción del total representan los que practican deporte?

5. Al dividir un número entre otro se obtiene como resultado el número decimal periódico 0,555... ¿Cuáles son esos números?

## Transformación de fracciones a números decimales

### Comprende

Para **transformar una fracción a número decimal** se debe dividir el numerador entre el denominador hasta obtener decimales en el cociente y residuo 0 si es posible.

### Resuelve

1. Expresa la información de cada etiqueta usando un número decimal.

a.  $\frac{1}{2}$  kg

b.  $\frac{5}{3}$  L

c.  $3\frac{3}{4}$  kg

d.  $1\frac{5}{9}$  L

En números mixtos convierte primero a fracción impropia y realiza la división.

También puedes mantener el mismo número entero y como parte decimal agregas lo que se obtiene al dividir el numerador entre el denominador de la parte fraccionaria.



### Recuerda

Si una fracción corresponde a un número decimal periódico, el residuo nunca será 0, pero se observa el periodo que se forma en el cociente.

2. Una carretera tiene una longitud total de 95 km. Si han reparado aproximadamente una tercera parte de la carretera, ¿cuál fracción y cuál número decimal representan la cantidad de kilómetros que han reparado?

3. Sofía compró  $\frac{7}{4}$  kg de papa,  $\frac{3}{5}$  kg de yuca y  $1\frac{3}{10}$  kg de zanahoria. Si colocó los tres productos en una sola bolsa, ¿cuál es el peso total?

- Convierte a números decimales y luego suma.

## Comparación y ordenamiento de números enteros, fraccionarios y decimales

### Comprende

Para **comparar números enteros, fraccionarios y decimales**, expresa todas las cantidades en la misma notación; es decir, todas como fracción o todas como número decimal. Se recomienda usar la notación decimal.

### Resuelve

1. Encierra el número **mayor** de cada pareja.

a.  $\frac{1}{3}$     3

b.  $\frac{5}{4}$     1

c. 0,5     $\frac{2}{10}$

d. 2,98     $\frac{1}{3}$

e.  $\frac{5}{2}$     2,555...

f.  $\frac{16}{25}$     6,4

### Recuerda

Las fracciones propias son menores que 1 y las impropias, mayores que 1.

2. Elías compró 2 kg de carne de res, 1,8 kg de carne de cerdo y  $\frac{11}{5}$  kg de carne de pollo. ¿De cuál de los tres tipos de carne compró mayor cantidad?

3. Luis pesa  $\frac{69}{2}$  kg y Laura, 35 kg. Si Abel pesa 35,5 kg, ¿quién de ellos tiene el mayor peso y quién el menor?



### Desafíate

1. Escribe un número decimal que cumpla la relación indicada en cada caso.

a.  $\frac{2}{5} < \square < \frac{8}{3}$     b.  $\frac{3}{4} < \square < \frac{5}{4}$     c.  $\frac{2}{15} < \square < \frac{1}{2}$     d.  $\frac{6}{5} < \square < \frac{13}{4}$

2. Escribe una fracción que cumpla la relación indicada en cada caso.

a.  $0 < \square < 1$     b.  $1 < \square < 2$     c.  $1 < \square < 1,5$     d.  $2,4 < \square < 2,5$

## Las fracciones y los números decimales en la recta numérica

### Comprende

Para **representar fracciones y números decimales en la recta numérica**, se expresan todos en forma decimal. Luego, se ubican en la recta.

### Resuelve

1. Ubica cada grupo de números en la recta dada. Luego, encierra el mayor con rojo y el menor con azul.

a.  $0,8$      $\frac{6}{5}$      $1,7$      $\frac{2}{5}$



b.  $\frac{3}{2}$      $4,4$      $2,9$      $\frac{33}{10}$



Recuerda que el número mayor es el que está más a la derecha y el menor el que está más a la izquierda.



2. Dibuja una recta numérica en tu cuaderno, ubica los números y responde.

a. ¿Entre cuáles números enteros se ubica  $\frac{12}{5}$ ? → \_\_\_\_\_

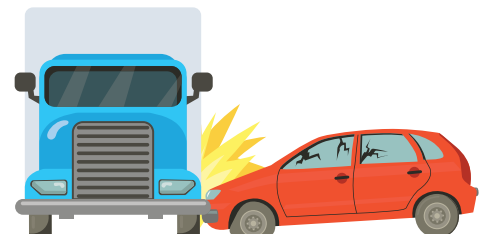
b. ¿Entre cuáles números enteros se ubica  $3,4$ ? → \_\_\_\_\_

c. ¿Cuál es el número entero más cercano a  $\frac{21}{10}$ ? → \_\_\_\_\_

d. ¿Cuál es el número entero más cercano a  $1,8$ ? → \_\_\_\_\_

3. Carlos viaja por la autopista hacia la provincia de Colón, pero de repente recibe el mensaje que ha ocurrido un accidente entre los kilómetros 22 y 23. Si él ha recorrido  $\frac{43}{2}$  km de la carretera, ¿se ubica antes o después de la zona del accidente?

- Representa la situación en una recta numérica.



## Regla del redondeo

### Comprende

Para **redondear un número decimal** se observa la cifra del orden a la derecha del que se desea redondear y se aplican estos criterios:

- Si es menor que 5, el número que se ubica en el orden al que se desea redondear se mantiene igual.
- Si es mayor o igual a 5, se suma 1 a ese número.

### Resuelve

1. Completa la tabla redondeando cada número decimal al orden indicado.

| Número | A la unidad | A la décima | A la centésima | A la milésima |
|--------|-------------|-------------|----------------|---------------|
| 6,2018 |             |             |                |               |
| 0,1622 |             |             |                |               |
| 1,6628 |             |             |                |               |
| 9,9999 |             |             |                |               |
| 1,1111 |             |             |                |               |

2. Escribe el número entero al que se redondea cada fracción.

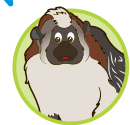
a.  $\frac{23}{10} \rightarrow$  \_\_\_\_\_

b.  $\frac{1}{5} \rightarrow$  \_\_\_\_\_

c.  $\frac{11}{2} \rightarrow$  \_\_\_\_\_

d.  $\frac{8}{3} \rightarrow$  \_\_\_\_\_

Convierte cada fracción a número decimal y redondea a la unidad.



3. En un supermercado, el vendedor redondea el monto a cobrar a las centésimas.

a. Si el monto exacto que debía pagar Fernando era de 45,678 balboas, ¿el vendedor está ganando o perdiendo dinero al aplicar el redondeo? Explica.

b. Si el monto exacto que debía pagar Gretel era de 24,892 balboas, ¿el vendedor está ganando o perdiendo dinero al aplicar el redondeo? Explica.

# Multiplicación de fracciones y números mixtos por números enteros

## Multiplicación de fracciones por números enteros

### Comprende

Para **multiplicar una fracción por un número entero**:

- Se multiplica el numerador por el número entero y se aplica la ley de signos en caso de ser necesario.
- Se mantiene el mismo denominador y se simplifica si es posible.

### Resuelve

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones con fracciones y números enteros.

a.  $\frac{2}{5} \times 8$

b.  $4 \times \frac{3}{8}$

c.  $\frac{11}{3} \times 3$

d.  $\frac{6}{7} \times -2$

e.  $-5 \times \frac{1}{2}$

f.  $\frac{3}{2} \times -10$

2. Escribe el número entero que falta en cada multiplicación.

a.  $\frac{3}{4} \times \square = \frac{9}{4}$

b.  $\frac{4}{7} \times \square = \frac{8}{7}$

c.  $\frac{1}{2} \times \square = \frac{5}{2}$

d.  $\frac{2}{3} \times \square = \frac{10}{3}$

e.  $\frac{2}{5} \times \square = \frac{-4}{5}$

f.  $\frac{1}{8} \times \square = \frac{-3}{8}$

3. Melisa compró 4 envases de refresco con  $\frac{5}{2}$  L cada uno. ¿Cuántos litros compró en total?

4. Un sastre necesita  $\frac{5}{4}$  m de tela para confeccionar un pantalón. ¿Cuántos metros de tela necesita para confeccionar 10 pantalones iguales? Expresa el resultado en número decimal.

## Multiplicación de números mixtos por números enteros

### Comprende

Para **multiplicar un número mixto por un número entero** se realiza lo siguiente:

- Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- Se multiplica la fracción impropia por el número entero y se simplifica si es posible.

### Resuelve

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones con números mixtos y números enteros.

a.  $1\frac{2}{3} \times 4$

b.  $2 \times 3\frac{4}{7}$

c.  $2\frac{1}{5} \times 10$

d.  $1\frac{1}{2} \times -3$

e.  $-5 \times 4\frac{2}{3}$

f.  $2\frac{4}{9} \times -2$

2. Alejandro corre  $5\frac{1}{2}$  km todas las mañanas. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en total durante 7 días?

Convierte cada resultado en número mixto para dar las respuestas a los problemas.



3. En una panadería utilizaron 5 paquetes de harina para preparar pasteles. Si cada paquete contenía  $2\frac{3}{4}$  kg de harina, ¿cuántos kilogramos usaron en total?

4. Diana utiliza  $1\frac{2}{5}$  m de cinta para confeccionar un lazo de Navidad para su árbol. ¿Cuántos metros necesitará para confeccionar 25 lazos iguales?



## Simplificación de multiplicación de fracciones por números enteros

### Comprende

Simplificar una fracción antes de multiplicar facilita los cálculos.

Si el denominador de la fracción y el número entero tienen un divisor en común, entonces se simplifica antes de resolver la multiplicación.

### Resuelve

1. Escribe la multiplicación que se obtiene en cada caso luego de simplificar y anota el resultado. Observa el ejemplo.

a.  $\frac{5}{8} \times 4 = \frac{5}{\cancel{2}} \times \frac{4}{\cancel{1}} = \frac{5}{2} \times 1 = \frac{5}{2}$

b.  $\frac{7}{12} \times 8 =$

c.  $15 \times \frac{4}{9} =$

d.  $6 \times \frac{8}{3} =$

e.  $\frac{2}{7} \times 14 =$

f.  $10 \times \frac{11}{15} =$

2. Escribe el número que falta en cada multiplicación.

a.  $\frac{3}{4} \times \square = 3$

b.  $\frac{7}{5} \times \square = 7$

c.  $\square \times \frac{9}{11} = 9$

d.  $\frac{6}{15} \times \square = 6$

e.  $\frac{20}{3} \times \square = 20$

f.  $\square \times \frac{10}{7} = 10$

Si el número entero es el mismo denominador, al simplificar queda solamente el numerador. Ejemplo:

$$\frac{5}{8} \times 8 = \frac{5}{\cancel{8}} \times 1 = 5$$



3. En promedio, una persona necesita consumir diariamente  $\frac{4}{5}$  gramos de proteína por cada kilogramo de peso. ¿Cuántos gramos de proteína debe consumir una persona que pesa 45 kg?

## División de fracciones y números mixtos entre números enteros

### División de fracciones entre números enteros

#### Comprende

Para **dividir una fracción entre un número entero**:

- Se mantiene el mismo numerador de la fracción en el resultado.
- Para el denominador del resultado, se multiplica el denominador por el número entero y se aplica la ley de signos si es necesario. Se simplifica si es posible.

#### Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones con fracciones y números enteros.

a.  $\frac{4}{7} \div 3$

b.  $\frac{1}{2} \div 15$

c.  $\frac{4}{5} \div 8$

d.  $\frac{3}{2} \div -2$

e.  $\frac{1}{5} \div -5$

f.  $\frac{3}{8} \div -6$

2. Escribe el número entero que falta en cada división.

a.  $\frac{3}{2} \div \square = \frac{3}{4}$

b.  $\frac{1}{3} \div \square = \frac{1}{21}$

c.  $\frac{10}{7} \div \square = \frac{10}{49}$

d.  $\frac{6}{5} \div \square = \frac{6}{10}$

e.  $\frac{3}{4} \div \square = \frac{-3}{12}$

f.  $\frac{1}{8} \div \square = \frac{-1}{32}$

3. Se reparten  $\frac{7}{9}$  litros de refresco en 4 vasos con cantidades iguales. ¿Cuántos litros de refresco quedan en cada vaso?

4. El peso de un paquete de galletas es  $\frac{1}{4}$  kg. Si contiene 10 galletas iguales, ¿cuál es el peso de cada una? Expresa el resultado en número decimal.

## División de números mixtos entre números enteros

### Comprende

Para **dividir un número mixto entre un número entero** se realiza lo siguiente:

- Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- Se divide la fracción impropia entre el número entero y se simplifica si es posible.

### Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones de números mixtos entre números enteros.

a.  $1\frac{2}{3} \div 2$

b.  $2\frac{3}{5} \div 3$

c.  $5\frac{8}{7} \div 10$

d.  $1\frac{3}{4} \div -5$

e.  $3\frac{4}{5} \div -9$

f.  $2\frac{5}{6} \div -4$

2. Roberto recolectó  $10\frac{4}{5}$  kg de porotos de su finca. Si los quiere guardar en 5 paquetes con la misma cantidad cada uno, ¿cuántos kilogramos debe colocar en cada paquete?

Convierte cada resultado en número mixto para dar las respuestas a los problemas.



3. En una receta para preparar pesada de piña, se utilizan  $7\frac{1}{2}$  litros de agua y 3 piñas medianas. ¿Cuántos litros de agua se necesitan para preparar la misma pesada con solo una piña?



### Desafíate

1. Marcela tenía una cuerda de  $7\frac{3}{4}$  m de largo. Si usó la cuarta parte para atar una carga en su camión, ¿cuántos metros de cuerda le quedaron?

## Simplificación de divisiones de fracciones por números enteros

### Comprende

Simplificar una fracción antes de dividir facilita los cálculos.

Si el numerador de la fracción y el número entero tienen un divisor en común, entonces se simplifica antes de resolver la división.

### Resuelve

1. Plantea el procedimiento, simplifica y anota el resultado. Observa el ejemplo.

a.  $\frac{4}{3} \div 10 = \frac{\cancel{4}^2}{3 \times \cancel{10}_5} = \frac{2}{3 \times 5} = \frac{2}{15}$

b.  $\frac{15}{8} \div 5 =$

c.  $\frac{8}{7} \div 6 =$

d.  $\frac{3}{2} \div 9 =$

e.  $\frac{8}{5} \div 20 =$

f.  $\frac{35}{20} \div 7 =$

2. Escribe el número que falta en cada división.

a.  $\frac{3}{4} \div \square = \frac{1}{4}$

b.  $\frac{7}{5} \div \square = \frac{1}{5}$

c.  $\frac{9}{11} \div \square = \frac{1}{11}$

d.  $\frac{6}{15} \div \square = \frac{1}{15}$

e.  $\frac{20}{3} \div \square = \frac{1}{3}$

f.  $\frac{10}{7} \div \square = \frac{1}{7}$

Si el número entero es el mismo numerador, al simplificar queda 1 entre el denominador. Ejemplo:

$$\frac{4}{3} \div 4 = \frac{\cancel{4}}{3 \times \cancel{4}} = \frac{1}{3}$$



3. Julia tiene  $\frac{12}{7}$  litros de yogur y lo reparte a sus tres hijos. Si le da la misma cantidad a cada uno, ¿qué cantidad de yogur le corresponde a cada hijo?



## Multiplicación con fracciones

### Procedimiento de la multiplicación con fracciones

#### Comprende

Para **multiplicar una fracción por otra fracción** se multiplican numeradores entre sí y denominadores entre sí. Se simplifica si es posible. Es decir:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}, \text{ donde } a, b, c \text{ y } d \text{ son números naturales.}$$

#### Resuelve

1. Plantea cada multiplicación y anota el resultado.

a.  $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7} =$

b.  $\frac{8}{11} \times \frac{9}{11} =$

c.  $\frac{3}{10} \times \frac{1}{2} =$

d.  $\frac{15}{4} \times \frac{7}{6} =$

2. Relaciona con una línea las multiplicaciones de fracciones que tienen el mismo resultado.

$$\frac{12}{5} \times \frac{8}{7}$$

$$\frac{4}{10} \times \frac{3}{11}$$

$$\frac{3}{10} \times \frac{4}{11}$$

$$\frac{7}{15} \times \frac{14}{2}$$

$$\frac{5}{6} \times \frac{2}{3}$$

$$\frac{12}{7} \times \frac{8}{5}$$

$$\frac{7}{2} \times \frac{14}{15}$$

$$\frac{2}{6} \times \frac{5}{3}$$

#### Recuerda

La multiplicación es conmutativa; es decir, el orden de los factores no afecta el producto. Ejemplo:

$$2 \times 3 = 3 \times 2$$

3. Raquel compró una sandía que pesó  $2\frac{1}{4}$  kg. Si le regaló  $\frac{2}{5}$  de la sandía a su mamá, ¿qué cantidad le regaló?

Convierte el número mixto a fracción impropia.



## Simplificación de multiplicación de fracciones

### Comprende

**Simplificar las fracciones antes de multiplicar** facilita los cálculos.

Si hay numeradores y denominadores con divisores en común se dividen ambos entre el mismo número para simplificar antes de multiplicar. Es conveniente que el número entre el que se divida sea el mayor posible.

### Resuelve

1. Escribe la multiplicación que se obtiene en cada caso luego de simplificar y anota el resultado. Observa el ejemplo.

a.  $\frac{10}{7} \times \frac{5}{12} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{42}$

b.  $\frac{3}{4} \times \frac{8}{9} =$

c.  $\frac{16}{5} \times \frac{3}{8} =$

d.  $\frac{11}{25} \times \frac{10}{11} =$

2. Para preparar 1 litro de limonada, Antonio utiliza  $\frac{2}{9}$  kg de azúcar. ¿Cuántos kilogramos de azúcar utilizará para preparar  $3\frac{1}{2}$  litros de limonada?

Convierte los números mixtos a fracciones impropias.



3. En un pueblo están reparando una carretera que mide  $5\frac{1}{4}$  km en total. Si han completado  $\frac{4}{5}$  de la carretera, ¿cuántos kilómetros han reparado? Expresa el resultado en número decimal.



## Relación entre los factores y el producto

### Comprende

En una multiplicación se cumplen las siguientes **relaciones entre sus factores y el producto**:

- Cuando uno de los factores es menor que 1, el resultado es menor que el otro factor.
- Cuando uno de los factores es igual a 1, el resultado es igual al otro factor.
- Cuando uno de los factores es mayor que 1, el resultado es mayor que el otro factor.

### Resuelve

1. Relaciona cada multiplicación con la característica de su resultado.

|                         |                               |                         |
|-------------------------|-------------------------------|-------------------------|
| $12 \times \frac{5}{3}$ | El resultado es menor que 12. | $12 \times \frac{8}{7}$ |
| $12 \times \frac{3}{5}$ | El resultado es igual a 12.   | $12 \times \frac{8}{8}$ |
| $12 \times \frac{3}{3}$ | El resultado es mayor que 12. | $12 \times \frac{7}{8}$ |

2. Usando los números 4 y 9 rellena los espacios en blanco para que se cumpla la relación indicada en cada multiplicación.

a.  $22 \times \frac{\square}{\square}$  es mayor que 22.    b.  $58 \times \frac{\square}{\square}$  es menor que 58.    c.  $13 \times \frac{\square}{\square}$  es igual a 13.

3. Marca con un gancho (✓) el enunciado correcto.

- a.  El resultado de  $5 \times \frac{2}{7}$  es mayor que 5.
- b.  El resultado de  $25 \times \frac{11}{11}$  es menor que 25.
- c.  El resultado de  $15 \times \frac{9}{2}$  es mayor que 15.

### Desafíate

1. Marta tiene varias cajas de leche con 2 litros cada una. Si usó  $\frac{4}{5}$  de una caja para preparar un pan y  $\frac{5}{4}$  para hacer un batido, ¿en cuál caso usó más de 2 litros de leche y en cuál menos de 2 litros?

## Números recíprocos

### Comprende

Dado un número, su **recíproco** se encuentra intercambiando numerador con denominador. En el caso de los números naturales, se escribe primero en forma de una fracción de denominador 1 y a partir de esto se obtiene su inverso. Se puede representar así:

$$\text{Número dado} \leftarrow \frac{a}{b} \xrightarrow{\text{intercambio}} \frac{b}{a} \rightarrow \text{Número recíproco}$$

El producto de dos números recíprocos siempre es 1.



### Resuelve

1. Escribe el recíproco de cada número dado.

a.  $\frac{6}{5} \rightarrow$

b.  $\frac{8}{11} \rightarrow$

c.  $3 \rightarrow$

d.  $\frac{1}{10} \rightarrow$

e.  $25 \rightarrow$

f.  $\frac{4}{4} \rightarrow$

g.  $100 \rightarrow$

h.  $\frac{1}{50} \rightarrow$

i.  $\frac{12}{12} \rightarrow$

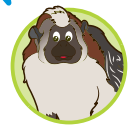
2. Comprueba que cada pareja de números son recíprocos.

a.  $\frac{4}{9}$  y  $\frac{9}{4}$

b.  $\frac{1}{15}$  y 15

c.  $\frac{7}{7}$  y  $\frac{7}{7}$

Comprueba que el producto es 1.



3. Carlos tenía un chocolate y lo repartió en partes iguales entre sus 4 sobrinos. ¿Qué fracción representa lo que comió cada uno? Anota una multiplicación que compruebe la respuesta.

4. Paola tenía un metro de cinta. Si quiere obtener trozos de  $\frac{1}{5}$  m cada uno, ¿en cuántas partes iguales debe cortarlo? Anota una multiplicación que compruebe la respuesta.

## División entre fracciones

### División de números enteros entre fracciones

#### Comprende

Dividir un número entero entre una fracción es igual a multiplicar el número entero por el recíproco de la fracción. Se representa así:

$$a \div \frac{b}{c} = a \times \frac{c}{b}, \text{ donde } a, b \text{ y } c \text{ son números enteros.}$$

#### Resuelve

1. Relaciona con una línea cada división con su multiplicación equivalente.

$$8 \div \frac{9}{4}$$

$$-3 \div \frac{6}{7}$$

$$3 \div \frac{4}{9}$$

$$-8 \div \frac{7}{6}$$

$$3 \div \frac{4}{9}$$

$$8 \div \frac{6}{7}$$

$$3 \times \frac{9}{4}$$

$$8 \times \frac{4}{9}$$

$$3 \times \frac{9}{4}$$

$$-3 \times \frac{7}{6}$$

$$8 \times \frac{7}{6}$$

$$-8 \times \frac{6}{7}$$

2. Resuelve las siguientes divisiones de números enteros entre fracciones.

a.  $15 \div \frac{11}{3}$

b.  $10 \div \frac{5}{6}$

c.  $6 \div \frac{2}{5}$

d.  $-2 \div \frac{3}{5}$

e.  $-5 \div \frac{7}{8}$

f.  $-10 \div \frac{5}{4}$

3. Un panadero preparó 2 kg de masa para pan. Si debe separarla en bolitas de  $\frac{1}{8}$  kg cada una para hacer panes flautas, ¿cuántas bolitas debe obtener?

## División de fracciones entre fracciones unitarias

### Comprende

Dividir una fracción entre una fracción unitaria es igual a multiplicar la fracción por el denominador de la fracción unitaria. Se representa así:

$$\frac{a}{b} \div \frac{1}{c} = \frac{a}{b} \times c, \text{ donde } a, b \text{ y } c \text{ son números naturales.}$$

### Resuelve

1. Relaciona con una línea cada división con su multiplicación equivalente.

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{7}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{9}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{10}$$

$$\frac{3}{4} \div \frac{1}{5}$$

$$\frac{3}{4} \times 3$$

$$\frac{3}{4} \times 9$$

$$\frac{3}{4} \times 5$$

$$\frac{3}{4} \times 4$$

$$\frac{3}{4} \times 7$$

$$\frac{3}{4} \times 10$$

2. Escribe el resultado de dividir la fracción dada por cada fracción unitaria.

a.

$$\frac{5}{8} \div \begin{cases} \frac{1}{2} = \square \\ \frac{1}{5} = \square \\ \frac{1}{7} = \square \end{cases}$$

b.

$$\frac{2}{5} \div \begin{cases} \frac{1}{3} = \square \\ \frac{1}{4} = \square \\ \frac{1}{10} = \square \end{cases}$$

c.

$$\frac{1}{2} \div \begin{cases} \frac{1}{8} = \square \\ \frac{1}{6} = \square \\ \frac{1}{9} = \square \end{cases}$$

3. Una botella contiene  $\frac{5}{2}$  litros de soda. ¿Cuántos vasos de  $\frac{1}{4}$  de litro se pueden llenar con esa cantidad de soda?



## División de fracciones entre fracciones

### Comprende

En general, **dividir una fracción entre otra fracción** equivale a multiplicar el dividendo por el recíproco del divisor. Se representa así:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}, \text{ donde } a, b, c \text{ y } d \text{ son números naturales.}$$

### Resuelve

1. Plantea cada división como una multiplicación y anota el resultado.

- Simplifica antes de multiplicar para evitar trabajar con números muy grandes.

a.  $\frac{7}{5} \div \frac{3}{4} =$

b.  $\frac{13}{8} \div \frac{3}{2} =$

c.  $\frac{15}{11} \div 5 =$

d.  $\frac{10}{7} \div \frac{10}{7} =$

e.  $25 \div \frac{25}{21} =$

f.  $\frac{15}{4} \div \frac{3}{2} =$

2. Sara tenía  $\frac{22}{5}$  kg de maíz y lo separó en bolsas con  $\frac{2}{5}$  kg cada una. Si empacó todo el maíz, ¿cuántos paquetes obtuvo?

3. Manuel entrena para una maratón, por lo cual corre diariamente  $\frac{21}{2}$  km. ¿Cuántos días debe entrenar para acumular 126 km?

## División con números mixtos

### Comprende

Para **resolver divisiones con números mixtos** toma en cuenta lo siguiente:

- Se convierte el número mixto en fracción impropia.
- Se dividen las fracciones y se simplifica si es posible.

### Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones con números mixtos.

a.  $1\frac{2}{5} \div \frac{2}{3}$

b.  $5\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$

c.  $2\frac{7}{8} \div \frac{5}{8}$

d.  $4\frac{2}{3} \div 2$

e.  $10 \div 1\frac{5}{6}$

f.  $\frac{8}{9} \div 2\frac{1}{3}$

2. Josué procesa café y obtuvo  $15\frac{3}{4}$  kg de café molido. Si lo quiere repartir en partes iguales entre sus 5 hermanos, ¿qué cantidad de café le corresponderá a cada uno? Expresa el resultado en número decimal.

3. Elena pesa treinta y cinco kilogramos y medio. Si su hermana menor pesa la tercera parte, ¿cuál es el peso de la hermana? Expresa el resultado en número mixto.

Expresa el peso de Elena como un número mixto y recuerda que la tercera parte se obtiene al dividir entre 3.



## Operaciones combinadas

### Suma o resta de fracciones y números decimales

#### Comprende

Para **sumar o restar fracciones y números decimales** se puede convertir todo a fracción o todo a número decimal, según convenga. En el caso de números decimales de periodo infinito se debe trabajar siempre con su forma fraccionaria.

#### Resuelve

1. Expresa los números de cada operación en la notación más conveniente y resuelve.

a.  $0,3 + \frac{1}{6}$

b.  $2\frac{1}{5} - 1,6$

c.  $8 + 1\frac{2}{3}$

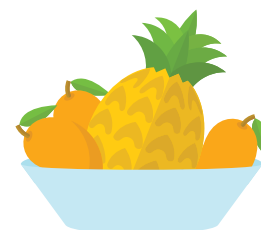
d.  $5,5 - \frac{7}{2}$

e.  $\frac{4}{9} + 0,4$

f.  $3\frac{1}{2} - 1,125$

2. Tatiana pesaba 54,2 kg. Si después de una dieta rebajó  $\frac{21}{5}$  kg, ¿cuál es el peso actual de Tatiana? Expresa el resultado en número decimal.

3. Javier utilizó  $2\frac{1}{2}$  litros de agua,  $\frac{3}{4}$  litros de jugo de mango y 1,5 litros de jugo de piña para preparar una bebida para una fiesta. ¿Cuántos litros de refresco obtuvo en total? Expresa el resultado en fracción.



## Multiplicación o división de fracciones y números decimales

### Comprende

Para **multiplicar o dividir fracciones y números decimales**:

- Se convierten los números decimales y mixtos a fracciones propias o impropias.
- Se efectúa la multiplicación o división (se simplifica antes, si es posible).

Es recomendable trabajar solo con fracciones. Sin embargo, también podrían usarse decimales.



### Resuelve

1. Expresa los números de cada operación en la notación más conveniente y resuelve.

a.  $3,2 \times \frac{2}{5}$

b.  $1 \frac{3}{4} \times 0,5$

c.  $7,4 \times \frac{1}{3}$

d.  $6,4 \div \frac{1}{2}$

e.  $2 \frac{3}{8} \div 2,6$

f.  $\frac{8}{9} \div 0,4$

2. Raúl compró un paquete de azúcar de 11,2 kg y lo dividió en paquetes pequeños de  $\frac{7}{5}$  kg cada uno. ¿Cuántos paquetes obtuvo en total?

3. Azucena ordeñó una vaca y obtuvo 8,5 litros de leche. Si destinó  $\frac{4}{5}$  del total para hacer un queso, ¿cuántos litros de leche usó para ese fin? Expresa el resultado en número mixto.



## Combinación de multiplicación y división

### Comprende

Para **resolver operaciones combinadas de multiplicación y división** con números decimales y fracciones:

- Se convierten los números decimales y los números mixtos a fracciones.
- Las divisiones se escriben como multiplicación (por el recíproco) y se simplifica si es posible.
- Se efectúa la multiplicación de izquierda a derecha.

### Resuelve

1. Plantea cada operación combinada como una multiplicación de fracciones. Simplifica y calcula el resultado. Observa el ejemplo.

$$\text{a. } \frac{2}{3} \div \frac{4}{5} \times 1,2 = \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{5}^1}{\cancel{4}_2} \times \frac{\cancel{6}^2}{\cancel{3}_1} = \frac{1 \times 1 \times 2}{1 \times 2 \times 1} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\text{b. } 3,5 \div \frac{7}{4} \times \frac{8}{5} =$$

$$\text{c. } 1\frac{1}{3} \times \frac{9}{4} \div 3,8 =$$

$$\text{d. } \frac{5}{2} \div 0,5 \times 2\frac{2}{3} =$$

2. José recolectó 3,6 litros de agua de lluvia en un recipiente. Durante un día usó la dos terceras partes de esa agua para regar sus plantas. Si el agua que usó ese día la dividió en partes iguales para 3 maceteros, ¿cuánta agua le echó a cada una? Escribe una operación combinada que permita resolver la situación.

Dos terceras partes se representan con la fracción  $\frac{2}{3}$ .



## Operaciones combinadas

### Comprende

Para **resolver operaciones combinadas** con números decimales, mixtos y fracciones:

- Se convierten los números naturales y decimales a fracción y los mixtos si es necesario.
- Se efectúan primero las multiplicaciones y divisiones en el orden en que aparecen de izquierda a derecha (se simplifica antes, si es posible).
- Por último, se realizan las sumas y las restas de izquierda a derecha.

### Resuelve

1. Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

a.  $2,2 + \frac{3}{5} \times 5$

b.  $5 - 1\frac{1}{2} \div 0,5$

c.  $17 \div 2\frac{5}{6} + 4,8$

2. Resuelve los siguientes problemas.

- Anota, en cada caso, la operación combinada que permite resolver la situación y presenta el resultado.

a. Noemi tenía un recipiente con  $2\frac{2}{5}$  litros de jugo de naranja. Si le dio 0,4 litros a cada uno de sus tres hijos, ¿cuántos litros de jugo quedaron en el recipiente? Expresa el resultado en número decimal.

b. Ricardo pesa 42,8 kg y Rocío  $39\frac{1}{5}$  kg. Si el peso de Andrés es igual a la suma del peso de Ricardo más la séptima parte de lo que pesa Rocío, ¿cuál es el peso de Andrés? Expresa el resultado en número decimal.

## Operaciones combinadas con paréntesis

### Comprende

Para **resolver operaciones combinadas que involucren paréntesis** con números decimales, mixtos y fracciones, se siguen los mismos pasos que en las operaciones combinadas, pero considerando que se resuelven primero las operaciones que aparezcan dentro del paréntesis.

### Resuelve

1. Encierra, en cada caso, la operación que se debe resolver primero.

a.  $6,2 \times \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right) \div 2$

b.  $\left(3\frac{6}{7} \times \frac{8}{3}\right) + 4,5$

c.  $9 \times \left(\frac{2}{5} - 4 \times \frac{6}{11}\right)$

2. Resuelve cada operación y anota, en las líneas, los pasos que diste para resolverla.

a.  $5,2 + 4 \times \left(2\frac{4}{5} - \frac{1}{4}\right)$

---

---

---

---

---

b.  $2 - \frac{23}{25} \div \left(4,6 \times \frac{1}{5}\right)$

---

---

---

---

---

c.  $\left(\frac{4}{5} + 2,4\right) - \frac{8}{5} \times 2$

---

---

---

---

---

## Operaciones combinadas con varios paréntesis

### Comprende

Para **resolver operaciones combinadas que involucren varios paréntesis** con números decimales, mixtos y fracciones, se siguen los mismos pasos que en las operaciones combinadas. Se deben resolver primero todas las operaciones que están dentro de los paréntesis, en el orden en que aparezcan de izquierda a derecha o de los que están dentro hacia afuera.

### Resuelve

1. Encierra, en cada caso, la operación que se debe resolver primero.

a.  $\left(\frac{5}{8} \times (4 - 2,3)\right) \div 5$

b.  $\left(\frac{2}{5} \times 3\right) - \left(3\frac{1}{2} + 4,2\right)$

c.  $\left((8 + 2,2) - 3,6\right) \times \frac{3}{10}$

2. Resuelve cada operación y anota, en las líneas, los pasos que diste para resolverla.

a.  $\left(\frac{3}{4} - 0,25\right) \times \left(2 + \frac{1}{2}\right)$

---

---

---

---

---

b.  $\left(4 \times \frac{1}{4}\right) + \left(3,5 - \frac{3}{2}\right) \div 2$

---

---

---

---

---

c.  $30 - \left(\left(5,2 + \frac{4}{5}\right) \times 2\frac{1}{2}\right)$

---

---

---

---

---

## Razones, proporciones y porcentajes



En esta unidad aprenderás a:

- Identificar cantidades directamente proporcionales
- Identificar cantidades inversamente proporcionales
- Utilizar la regla de tres directa e inversa
- Comprender el concepto de porcentaje
- Identificar los elementos del porcentaje
- Calcular porcentajes, descuentos, impuestos y comisiones

## Proporcionalidad directa

### Relación de proporcionalidad directa

#### Comprende

Cuando dos cantidades **a** y **b** cumplen que al multiplicarse **a** por 2, por 3, etc., la cantidad **b** también se multiplica por 2, por 3, etc., respectivamente, entonces se dice que las cantidades son directamente proporcionales y a esta relación se le llama **proporcionalidad directa**.

#### Resuelve

1. Completa las tablas que presentan relaciones entre dos cantidades directamente proporcionales según la situación descrita.

a. La cantidad de galletas que se obtienen es directamente proporcional a la cantidad de gramos de harina que se utilice para prepararlas.

|                             |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Cantidad de harina (gramos) | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 |
| Cantidad de galletas        | 5   | 10  | 15  |     |     |     |     |     |

b. La cantidad total de lápices es directamente proporcional a la cantidad de cajas de lápices que haya.

|                           |    |    |    |   |   |   |   |   |
|---------------------------|----|----|----|---|---|---|---|---|
| Cantidad de cajas         | 1  | 2  | 3  | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Cantidad total de lápices | 12 | 24 | 36 |   |   |   |   |   |

2. En una panadería pueden hornear 15 donas en una bandeja. ¿Cuántas donas podrían hornear si utilizan 2, 3, 4 o 5 bandejas? Representa la relación entre cantidades en una tabla.

3. Al comprar 10 naranjas se deben pagar 2 balboas. ¿Cuánto se debe pagar si se compran 20, 30, 40 o 50 naranjas?

## Propiedad de la proporcionalidad directa

### Comprende

Cuando dos cantidades son **directamente proporcionales**, el cociente que se obtiene al dividir una entre su correspondiente siempre resulta el mismo número. Ese valor se conoce como **constante** o **razón de proporcionalidad directa**.

### Resuelve

1. Calcula el cociente indicado en cada tabla y responde.

- a. Una empresa empaqueta chocolates en cajas para su distribución; la tabla muestra la relación entre la cantidad de cajas y la cantidad de chocolates:

|                               |    |    |    |    |    |
|-------------------------------|----|----|----|----|----|
| Cantidad de cajas             | 2  | 4  | 6  | 8  | 10 |
| Cantidad de chocolates        | 18 | 36 | 54 | 72 | 90 |
| Cociente (Chocolates ÷ cajas) |    |    |    |    |    |



¿Cuál es la constante de proporcionalidad? → \_\_\_\_\_

¿Cuántos chocolates empaquetan por caja? → \_\_\_\_\_

¿Cuál sería la constante de proporcionalidad si se calcula el cociente de la cantidad de cajas entre la cantidad de chocolates? → \_\_\_\_\_

- b. La tabla muestra la relación entre la cantidad de entradas para el cine y el precio total que debe pagarse por ellas:

|                                   |    |    |    |    |    |
|-----------------------------------|----|----|----|----|----|
| Cantidad de entradas              | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  |
| Total a pagar                     | 20 | 24 | 28 | 32 | 36 |
| Cociente (Costo total ÷ entradas) |    |    |    |    |    |



¿Cuál es la constante de proporcionalidad? → \_\_\_\_\_

¿Cuánto cuesta una entrada? → \_\_\_\_\_

¿Cuál sería la constante de proporcionalidad si se calcula el cociente de la cantidad de entradas entre el total a pagar? → \_\_\_\_\_

## Identificación de cantidades directamente proporcionales

### Comprende

Para **identificar si dos magnitudes son directamente proporcionales** se verifica una de las siguientes condiciones:

- Cuando una de ellas se multiplica por un número la otra también.
- El cociente entre dos cantidades correspondientes siempre resulta un mismo número.

### Resuelve

1. Escribe si las cantidades son o no directamente proporcionales y justifica tu respuesta.

a. El costo del alquiler y la cantidad de sillas alquiladas.

|                               |    |    |    |    |    |
|-------------------------------|----|----|----|----|----|
| Cantidad de sillas            | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
| Costo del alquiler en balboas | 5  | 10 | 15 | 20 | 25 |

---

---

---



b. Las edades de Gerardo y Rosa, si Gerardo es un año menor que Rosa.

|                 |   |    |    |    |    |
|-----------------|---|----|----|----|----|
| Edad de Gerardo | 8 | 9  | 10 | 11 | 12 |
| Edad de Rosa    | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |

---

---

---



c. El tiempo transcurrido y el número de vueltas que da una rueda en ese tiempo.

|                   |    |    |    |    |    |
|-------------------|----|----|----|----|----|
| Tiempo en minutos | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
| Número de vueltas | 11 | 22 | 33 | 44 | 55 |

---

---

---



## Aplicaciones de cantidades directamente proporcionales

### Comprende

La **proporcionalidad directa** entre dos cantidades se puede aplicar para resolver de una manera más sencilla algunas situaciones de la vida cotidiana.

Para resolver este tipo de situaciones se toma en cuenta que al multiplicar una de las cantidades por cierto número, la cantidad correspondiente se obtiene multiplicando por el mismo número.

### Resuelve

1. Completa las tablas de proporcionalidad directa con el dato que falta.

- Escribe en los recuadros el número por el que se multiplica.

a.

|                   |                      |    |
|-------------------|----------------------|----|
|                   | <input type="text"/> |    |
| Número de lápices | 10                   | 20 |
| Peso en gramos    | 200                  |    |
|                   | <input type="text"/> |    |

b.

|                    |                      |    |
|--------------------|----------------------|----|
|                    | <input type="text"/> |    |
| Cantidad de carros | 5                    | 15 |
| Total de llantas   | 20                   |    |
|                    | <input type="text"/> |    |

c.

|                      |                      |    |
|----------------------|----------------------|----|
|                      | <input type="text"/> |    |
| Número de mesas      | 2                    | 16 |
| Cantidad de personas | 12                   |    |
|                      | <input type="text"/> |    |

d.

|                   |                      |    |
|-------------------|----------------------|----|
|                   | <input type="text"/> |    |
| Cantidad de peras | 2                    | 10 |
| Precio en balboas | 1                    |    |
|                   | <input type="text"/> |    |

2. Al pesar 6 cajas de tachuelas se obtiene como resultado 450 g. ¿Cuál es el peso de 90 cajas de tachuelas? Elabora una tabla.



### Desafíate

1. Al embaldosar un piso se utilizan 4 baldosas por metro cuadrado. ¿Cuántos metros cuadrados se cubrirán con 36 piezas?

## Proporcionalidad directa con un dato desconocido

### Comprende

Para **calcular un valor desconocido en una proporcionalidad directa**, primero se representan los datos proporcionados en una tabla, identificando el valor desconocido con una letra. Luego, se utiliza alguna de estas estrategias:

- Calcular la constante de proporcionalidad directa y dividir o multiplicar según corresponda.
- Observar la variación que existe entre los dos valores conocidos de la tabla que se ubican en la misma fila y aplicar esa misma variación para calcular el dato desconocido.

### Resuelve

1. Calcula el valor desconocido en cada tabla de proporcionalidad directa.

a.

|                     |    |     |
|---------------------|----|-----|
| Número de camisas   | 8  | a   |
| Cantidad de botones | 64 | 128 |

a = \_\_\_\_\_

b.

|                   |   |    |
|-------------------|---|----|
| Cantidad de moños | a | 10 |
| Metros de cinta   | 2 | 5  |

a = \_\_\_\_\_

c.

|                         |   |    |
|-------------------------|---|----|
| Kilogramos de carne     | 3 | 9  |
| Total a pagar (balboas) | a | 45 |

a = \_\_\_\_\_

d.

|                    |     |    |
|--------------------|-----|----|
| Número de cajas    | 10  | 15 |
| Cantidad de libros | 120 | a  |

a = \_\_\_\_\_

2. Se colocaron 20 cajas de botones en una báscula y pesaron 1480 g. Si después se colocó otra cantidad de cajas en la misma báscula y pesaron 370 g, ¿cuántas cajas de botones se colocaron la segunda vez?

3. Carmen compró 2,5 m de tela y pagó 7,5 balboas en total. Mario fue a comprar de la misma tela, al mismo lugar, y pagó 30 balboas en total. ¿Cuántos metros de tela compró Mario?

## Proporcionalidad inversa

### Relación de proporcionalidad inversa

#### Comprende

Cuando dos cantidades **a** y **b** cumplen que al multiplicarse **a** por 2, por 3, etc., la cantidad **b** se divide entre 2, entre 3, etc., respectivamente, entonces se dice que las cantidades son inversamente proporcionales y a esta relación se le llama **proporcionalidad inversa**.

#### Resuelve

1. Completa las tablas que presentan relaciones entre dos cantidades inversamente proporcionales según la situación descrita.

- a. La cantidad de días que dura un saco de alimento para gallinas es inversamente proporcional a la cantidad de gallinas que se deben alimentar.

|                           |     |     |    |    |    |   |   |   |
|---------------------------|-----|-----|----|----|----|---|---|---|
| Cantidad de gallinas      | 240 | 120 | 60 | 30 | 15 | 5 | 3 | 2 |
| Días que dura el alimento | 1   | 2   | 4  |    |    |   |   |   |

- b. El tiempo que tarda un vehículo en recorrer cierta distancia es inversamente proporcional a la rapidez con la que viaje en kilómetros por hora.

|                             |     |     |    |    |    |    |    |    |
|-----------------------------|-----|-----|----|----|----|----|----|----|
| Rapidez del vehículo (km/h) | 120 | 100 | 90 | 80 | 60 | 50 | 40 | 30 |
| Tiempo que tarda en minutos | 60  | 72  | 80 |    |    |    |    |    |

2. En una carrera se deben recorrer 600 m, con la opción de que sea un solo competidor o un grupo de competidores que recorran la misma distancia cada uno hasta completar los 600 m. ¿Qué distancia debe recorrer cada uno si participan 2, 3, 4 o 5 personas en un mismo grupo? Representa la relación entre cantidades en una tabla.



## Propiedad de la proporcionalidad inversa

### Comprende

Cuando dos magnitudes son **inversamente proporcionales**, el producto de multiplicar dos cantidades correspondientes es siempre el mismo número. Ese valor se conoce como **constante de proporcionalidad inversa**.

### Resuelve

1. Calcula el producto indicado en cada tabla y responde.

- a. En la tabla se muestra la relación entre el largo y el ancho de un rectángulo de cierta área fija.

|                                 |    |    |   |   |   |
|---------------------------------|----|----|---|---|---|
| Largo del rectángulo (cm)       | 24 | 12 | 6 | 4 | 3 |
| Ancho del rectángulo (cm)       | 1  | 2  | 4 | 6 | 8 |
| Producto (largo $\times$ ancho) |    |    |   |   |   |

¿Cuál es la constante de proporcionalidad?  $\rightarrow$  \_\_\_\_\_

¿Cuál es el área del rectángulo?  $\rightarrow$  \_\_\_\_\_

- b. En la tabla se muestra la cantidad de trozos que se obtienen al partir una cuerda en partes iguales, según la longitud de cada trozo.

|   |    |    |    |    |    |
|---|----|----|----|----|----|
| Longitud de cada trozo (cm)             | 75 | 50 | 25 | 10 | 5  |
| Cantidad de trozos obtenidos            | 2  | 3  | 6  | 15 | 30 |
| Producto (longitud $\times$ N.º trozos) |    |    |    |    |    |

¿Cuál es la constante de proporcionalidad?  $\rightarrow$  \_\_\_\_\_

¿Cuál es el largo total de la cuerda?  $\rightarrow$  \_\_\_\_\_



### Desafíate

1. Si para recorrer cierta distancia un vehículo que viaja a 80 km / h tarda 2,5 h, ¿cuál es esa distancia?

## Identificación de cantidades inversamente proporcionales

### Comprende

Para **identificar si dos magnitudes son inversamente proporcionales** se verifica una de las siguientes condiciones:

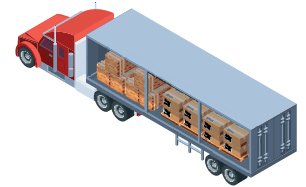
- Cuando una de ellas se multiplica por un número la otra se divide entre el mismo número.
- El producto entre dos cantidades correspondientes siempre resulta un mismo número.

### Resuelve

1. Escribe si las cantidades son o no son inversamente proporcionales y justifica tu respuesta.

- a. Cantidad de cajas que debe descargar cada persona de un camión, según el número de personas que trabajan.

|                             |    |    |    |    |    |
|-----------------------------|----|----|----|----|----|
| Cantidad de personas        | 2  | 3  | 5  | 6  | 9  |
| Número de cajas por persona | 45 | 30 | 18 | 15 | 10 |



---

---

- b. Número de carimañolas que se come una persona y cantidad de calorías consumidas.

|                       |     |     |     |      |      |
|-----------------------|-----|-----|-----|------|------|
| Número de carimañolas | 1   | 2   | 3   | 4    | 5    |
| Cantidad de calorías  | 300 | 600 | 900 | 1200 | 1500 |

---

---

- c. Cantidad de gramos de azúcar por porción de dulce, según el número de trozos en que se parte un dulce.

|                             |     |    |      |    |    |
|-----------------------------|-----|----|------|----|----|
| Cantidad de trozos de dulce | 2   | 3  | 4    | 5  | 6  |
| Gramos de azúcar por trozo  | 105 | 70 | 52,5 | 42 | 35 |



---

---

## Proporcionalidad inversa con un dato desconocido

### Comprende

Para **calcular un valor desconocido en una proporcionalidad inversa**, primero se representan los datos facilitados en una tabla, identificando el valor desconocido con una letra. Luego, se utiliza alguna de estas estrategias:

- Calcular la constante de proporcionalidad inversa y dividir o multiplicar según corresponda.
- Observar la variación que existe entre los dos valores conocidos de la tabla que se ubican en la misma fila y aplicar la operación inversa para calcular el dato desconocido.

### Resuelve

1. Calcula el valor desconocido en cada tabla de proporcionalidad inversa.

a.

|                         |   |    |
|-------------------------|---|----|
| Número de niños         | 4 | a  |
| Caramelos para cada uno | 5 | 10 |

a = \_\_\_\_\_

b.

|                         |    |    |
|-------------------------|----|----|
| Tamaño de la cinta (cm) | a  | 25 |
| Cantidad de cintas      | 10 | 8  |

a = \_\_\_\_\_

c.

|                        |    |     |
|------------------------|----|-----|
| Rapidez (km/h)         | 50 | 100 |
| Duración del viaje (h) | a  | 2   |

a = \_\_\_\_\_

d.

|                           |    |    |
|---------------------------|----|----|
| Cantidad de vacas         | 10 | 30 |
| Días que dura el alimento | 15 | a  |

a = \_\_\_\_\_

2. Si un grifo vierte 10 litros de agua por minuto en un tanque, este se llena a en 15 minutos. ¿Cuántos minutos tardará en llenarse ese mismo tanque si el grifo vierte 5 litros de agua por minuto?

3. Pablo y Andrea tienen terrenos con la misma área cada uno y ambos con forma rectangular. El terreno de Pablo mide 12 m de ancho y 20 m de largo. Si el de Andrea mide 24 m de largo, ¿cuánto mide de ancho?

## Proporcionalidad directa e inversa

### Comprende

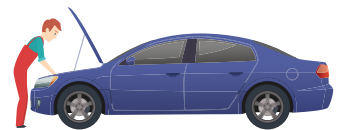
Se identifica si dos cantidades son directamente proporcionales, inversamente proporcionales o ninguna de las dos, verificando si el producto o el cociente es constante.

### Resuelve

1. Escribe si las cantidades son directa o inversamente proporcionales y justifica tu respuesta.

- a. La cantidad de mecánicos y la cantidad de vehículos que revisa cada uno, si se distribuyen el trabajo equitativamente.

|                       |    |    |    |    |    |
|-----------------------|----|----|----|----|----|
| Cantidad de mecánicos | 4  | 7  | 8  | 16 | 28 |
| Número de vehículos   | 56 | 32 | 28 | 14 | 8  |



---

---

---

- b. La cantidad de máquinas embotelladoras y la cantidad de botellas que se logran alistar en una hora.

|                      |    |     |     |     |     |
|----------------------|----|-----|-----|-----|-----|
| Cantidad de máquinas | 1  | 2   | 3   | 4   | 5   |
| Cantidad de botellas | 50 | 100 | 150 | 200 | 250 |



---

---

---

- c. La cantidad de gatos y el número de días para los que alcanza la comida en un refugio.

|                         |    |    |    |    |    |
|-------------------------|----|----|----|----|----|
| Cantidad de gatos       | 2  | 3  | 4  | 6  | 8  |
| Días que dura la comida | 48 | 32 | 24 | 16 | 12 |



---

---

---

## Regla de tres

### Regla de tres directa

#### Comprende

Para aplicar la **regla de tres directa**, primero se plantea una proporción que involucre los tres datos conocidos y el que se desea calcular. Luego, se multiplican en cruz los valores conocidos y se divide entre el otro dato conocido. Por ejemplo, para calcular **d** en la proporción:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow d = b \times c \div a \quad \text{o} \quad d = \frac{b \times c}{a}$$

#### Resuelve

1. Resuelve los siguientes problemas.

- Plantea las proporciones correspondientes en cada caso.
- a. Un medicamento para caninos indica que se deben inyectar 2 ml por cada 10 kg de peso. Si un perro pesa 15 kg, ¿cuántos mililitros del medicamento se le deben colocar?
- b. Una lata de leche en polvo para bebé indica que se deben agregar 4 cucharadas por cada 8 fl oz de agua. Si César debe preparar solamente 6 fl oz para su hija, ¿cuántas cucharadas de leche debe agregar?



#### Desafíate

1. Una receta lleva las cantidades que se indican en la tabla de cada ingrediente. Si Roxana desea preparar la misma receta, pero usando solamente 500 g de harina, ¿qué cantidades debe utilizar de los demás ingredientes?

| Ingredientes            |
|-------------------------|
| 750 g de harina         |
| 3 huevos                |
| 150 g de mantequilla    |
| 6 g de polvo de hornear |

## Regla de tres inversa

### Comprende

La **regla de tres inversa**, se aplica para cantidades inversamente proporcionales. Conviene plantear primero, en una tabla, la relación entre las tres cantidades conocidas y la desconocida. Luego, se multiplican en vertical los valores conocidos y se divide entre el otro dato conocido. Por ejemplo, para calcular **d** en la siguiente relación de proporcionalidad inversa:

|            |     |     |
|------------|-----|-----|
| Cantidad A | a   | ÷ c |
| Cantidad B | × b | d   |

→  $d = a \times b \div c$  →  $d = \frac{a \times b}{c}$

### Resuelve

1. Resuelve los siguiente problemas.

- Plantea las relaciones de proporcionalidad en tablas.

a. La señora Sandra cortó cierta cantidad de aguacates y quiere repartirlos entre sus vecinos. Si le da 5 a cada uno puede compartirlos con 9 personas. ¿Cuántos debe darle a cada uno para que le alcance para compartirlos con 15 de sus vecinos?

b. En una empresa trabajan 5 personas empacando frutas. Si para empacar cierta cantidad de frutas tardan 4 horas, ¿cuánto tiempo tardarían si se duplica la cantidad de trabajadores?

c. Rolando preparó cierta cantidad de jugo de naranja y desea envasarlo. Él sabe que si utiliza frascos de 250 ml, puede llenar 12 de ellos. ¿Cuántos frascos necesita si quisiera usar frascos de 1 L?

Considera que  
1 L = 1000 ml.



## Porcentajes

### Concepto y elementos de los porcentajes

#### Comprende

Un **porcentaje** se refiere a que la unidad se ha dividido en 100 partes iguales y se expresa mediante el símbolo %, que se lee "por ciento" y significa "por cada 100".

Los porcentajes se relacionan con una razón en la que el consecuente es 100, pues se refiere a una cantidad comparada con base en 100.

#### Resuelve

1. Explica lo que significa cada porcentaje, según la situación descrita en cada caso.

a. Solo un 1 % de toda el agua de nuestro planeta es agua dulce.

---

b. De todas de especies que habitan el océano, se ha descrito solo un 9 % de ellas.

---

c. Un 25 % de los mamíferos del planeta están en peligro de extinción.

---

d. Cerca del 33 % de la población mundial no tiene acceso al agua potable.

---

2. Escribe cada dato en forma de porcentaje.

• Expresa como razón y multiplica por 100.

a. 5 de cada 10 estudiantes en una escuela son varones.

→ \_\_\_\_\_

b. 3 de cada 5 animales en un refugio son perros.

→ \_\_\_\_\_

c. Por cada 4 productos vendidos en una tienda, uno es un celular.

→ \_\_\_\_\_

d. Por cada 15 personas en una tienda solo 6 hacen una compra.

→ \_\_\_\_\_



#### Desafíate

1. Investiga qué porcentaje de la población panameña corresponde a hombres y qué porcentaje corresponde a mujeres.

## Equivalencias entre porcentajes, fracciones y decimales

### Comprende

El **porcentaje** o **tanto por ciento** es una porción proporcional de la unidad, partida en cien partes iguales. Por lo tanto, también se puede expresar como fracción o como número decimal.

- **Porcentaje como fracción decimal:** Equivale a una fracción en la que el denominador es 100.
- **Porcentaje como número decimal:** Equivale a realizar la división expresada en la fracción.

### Resuelve

1. Relaciona cada porcentaje con el número decimal y con la fracción correspondiente.

0,25

52 %

$\frac{50}{100}$

2,5

120 %

$\frac{250}{100}$

0,5

25 %

$\frac{52}{100}$

0,52

50 %

$\frac{25}{100}$

1,2

250 %

$\frac{120}{100}$

2. Del total de los asistentes a una función de teatro, el 0,75 eran adultos y el resto niños. ¿Qué porcentaje representan los adultos y qué porcentaje los niños?

Considera que al sumar ambos porcentajes debes obtener el 100 %.



3. Laura emplea la mitad de su salario para pagar deudas. ¿Qué porcentaje representa lo que destina Laura para ese fin? Expresa como fracción y amplifica para obtener 100 en el denominador.

## Cálculos con porcentajes

### Comprende

Los cálculos básicos con porcentajes son los siguientes:

- **Porcentaje de una cantidad:** Para averiguar a qué cantidad de un total equivale un porcentaje, se multiplica el total por el porcentaje en forma decimal.
- **Parte de un total:** Si se tienen dos cantidades y se quiere averiguar qué porcentaje representa una de la otra, se divide la cantidad entre el total y se multiplica por 100.
- **La cantidad total:** Para calcular la cantidad total de elementos de un grupo, si se sabe qué cantidad representa cierto porcentaje, se multiplica la cantidad por 100 y se divide entre el porcentaje.

### Resuelve

1. Realiza los siguientes cálculos.

- a. El 5 % de 20 litros.                      b. El 35 % de 10 kg.                      c. El 80 % de 150 km.

2. Completa la tabla con el porcentaje de estudiantes que hay en cada nivel según la cantidad indicada.

- Observa que en total son 200 estudiantes.

| Distribución de 200 estudiantes por nivel en una escuela |     |     |     |     |     |     |
|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Nivel  | 1.º | 2.º | 3.º | 4.º | 5.º | 6.º |
| Cantidad de estudiantes                                  | 26  | 42  | 40  | 34  | 36  | 22  |
| Porcentaje del total                                     |     |     |     |     |     |     |

3. Escribe el número que falta en cada caso.

- a. En un grupo de \_\_\_\_\_ flores, hay 5 amarillas que corresponden al 20 % del total.
- b. He leído 87 páginas, que es el 50 % de un libro que tiene \_\_\_\_\_ páginas en total.
- c. Un camión que tiene una capacidad máxima de \_\_\_\_\_ kg, va a un 80 % de su capacidad con una carga de 2000 kg.

4. Una prueba tiene un puntaje máximo de 15 puntos. Un estudiante obtiene 12 de los 15 puntos. ¿Qué porcentaje de la prueba respondió correctamente?



5. El 22 % de la carne de res es proteína. En 5 lb de carne, ¿cuántas libras serán de proteína?



6. El 55 % del peso corporal de un hombre adulto se debe al agua que hay en su organismo. Si un hombre pesa 70 kg, ¿cuántos kilogramos de agua tiene su cuerpo?

7. Un restaurante recibió a 200 personas el viernes y el sábado, un 15% más que el viernes, ¿cuántas personas llegaron el sábado?



8. Amelia tardó 20 minutos en hacer su tarea; esto representa el 80 % del tiempo que tardó Esteban. ¿Cuánto tiempo tardó Esteban?

## Intereses, comisiones, impuestos y descuentos

### Comprende

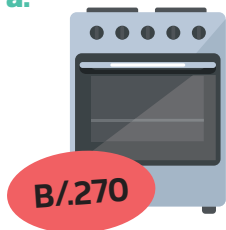
- **Descuento:** Es un porcentaje que se resta del precio del producto.
- **Impuesto:** Es un monto que se paga al Estado al contratar ciertos servicios o adquirir ciertos productos. Es un porcentaje que se suma al precio del producto o servicio.
- **Comisión:** Es el pago por una venta, de acuerdo con el precio del bien o servicio. Se calcula como porcentaje de una cantidad.
- **Interés:** Es el pago que se realiza por un préstamo, que puede ser mensual o anual. Es un porcentaje que se calcula con respecto al monto total de la deuda.

### Resuelve

1. Determina el precio final de cada artículo. Aplica primero el impuesto y sobre el monto obtenido calcula el descuento.

- Utiliza la calculadora.

a.



- 7 % de impuesto: \_\_\_\_\_
- 12 % de descuento: \_\_\_\_\_

b.



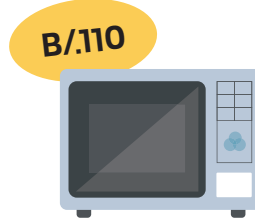
- 7 % de impuesto: \_\_\_\_\_
- 20 % de descuento: \_\_\_\_\_

c.



- 7 % de impuesto: \_\_\_\_\_
- 30 % de descuento: \_\_\_\_\_

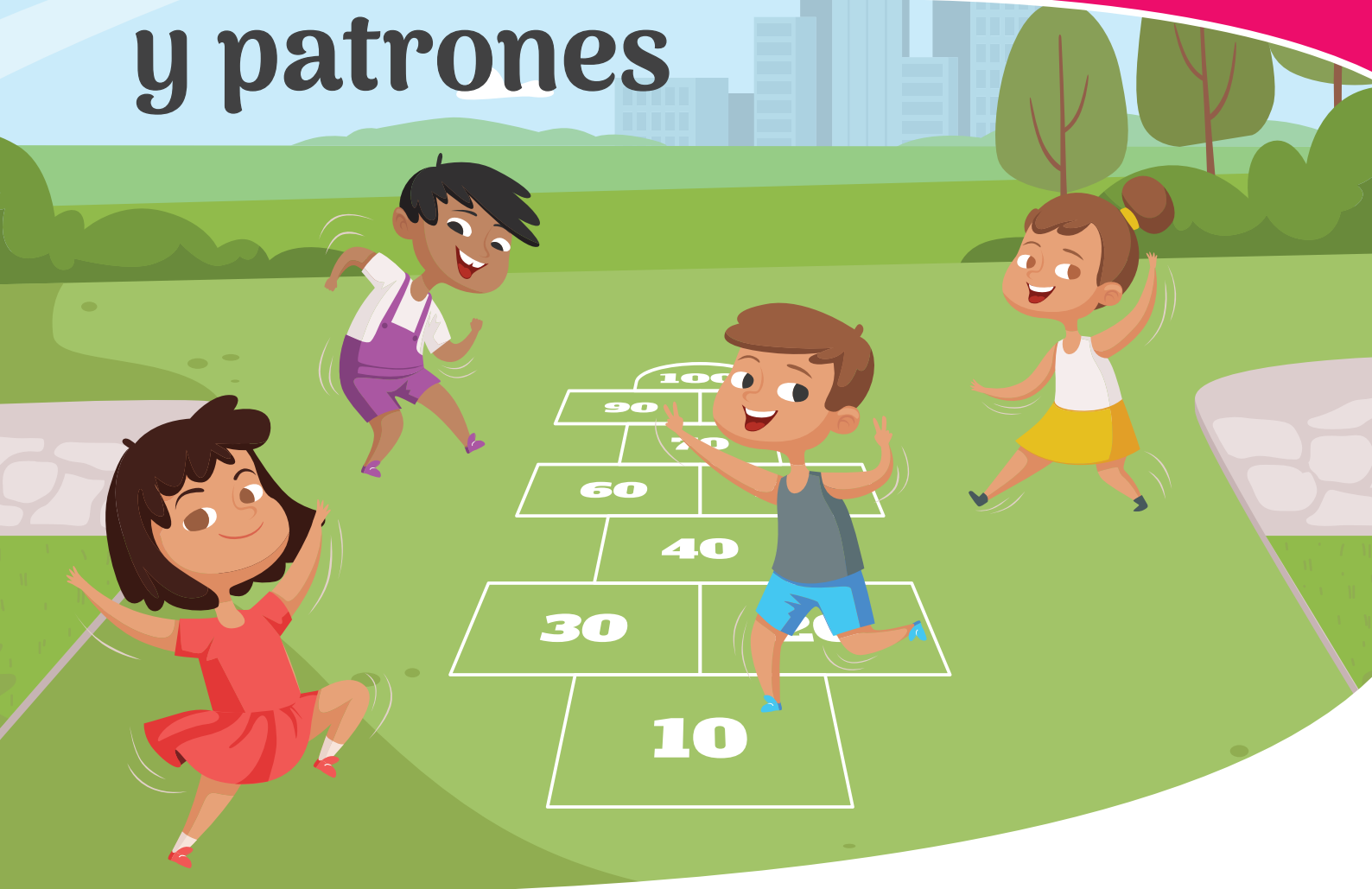
d.



- 7 % de impuesto: \_\_\_\_\_
- 25 % de descuento: \_\_\_\_\_

2. Un vendedor recibe 5 % de comisión por la venta de un automóvil de B/.12 100, mientras que el comprador debe pagar 2 % de interés mensual por un préstamo que solicitó para hacer la compra. ¿Cuál fue el monto que recibió el vendedor y cuánto debe pagar el comprador, en total, por intereses si solicitó el préstamo por un año?

## Secuencias y patrones



En esta unidad aprenderás a:

- Reconocer secuencias numéricas
- Comprender de qué manera se construye una secuencia
- Identificar patrones con sumas y multiplicaciones
- Identificar patrones con restas y divisiones
- Generalizar el patrón de formación de una secuencia
- Construir secuencias a partir de un patrón dado
- Resolver problemas que involucren secuencias

## Secuencias y patrones

### Las secuencias numéricas y los patrones numéricos

#### Comprende

Una **secuencia numérica** es un conjunto de números ordenados bajo una ley de formación llamada **patrón numérico**. Cada uno de los números que forman la secuencia recibe el nombre de "término de la secuencia".

En algunos casos se plantea una fórmula que permite calcular cualquiera de los términos de la secuencia según su posición. Esa fórmula se conoce como "término general".

#### Resuelve

1. Explica el patrón de cada secuencia y completa con los siguientes tres términos.

a.  $2 \rightarrow 5 \rightarrow 11 \rightarrow 23 \rightarrow 47 \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square$

Patrón: \_\_\_\_\_

b.  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 16 \rightarrow \square \rightarrow \square \rightarrow \square$

Patrón: \_\_\_\_\_

2. Relaciona cada secuencia con la fórmula del término general correspondiente.

- Considera que en todos los casos se inició con  $n = 1$ .

$1, 4, 9, 16, 25, \dots$   $\rightarrow$

$3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots$   $\rightarrow$

$3, 8, 13, 18, 23, \dots$   $\rightarrow$

$\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \dots$   $\rightarrow$

$1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, \dots$   $\rightarrow$

$\leftarrow 2 \times n + 1$

$\leftarrow \frac{n}{2}$

$\leftarrow n^2$

$\leftarrow \frac{n+1}{2}$

$\leftarrow 5 \times n - 2$

## Patrones con sumas y multiplicaciones

### Comprende

El **patrón de una secuencia** puede estar definido por **sumas o multiplicaciones**. Para identificar ese patrón se debe observar la relación entre cada término y el término anterior o bien con el número de posición del término.

### Resuelve

1. Escribe los primeros cinco términos de la secuencia según la fórmula del término general.

- Inicia en  $n = 1$ .

a.  $5 \times n + 1 \rightarrow$   —  —  —  —

b.  $n \times (n + 1) \rightarrow$   —  —  —  —

c.  $10 + 2 \times n \rightarrow$   —  —  —  —

Considera la prioridad de las operaciones.



2. Diana ha leído 5 libros y decidió que a partir de ahora leerá 3 libros por año. ¿Cuántos libros habrá leído en total al pasar 5 años y cuántos al pasar 11 años? Escribe la fórmula del término general.

3. El mundial de fútbol es un evento deportivo que se realiza cada 4 años. El último se llevó a cabo en Rusia, en el año 2018. ¿Cuáles serán los siguientes tres años en que se realizará este evento? Escribe la fórmula del término general.



### Desafíate

1. Crea una secuencia que involucre una multiplicación y una suma.

a. Escribe la fórmula del término general.  $\rightarrow$

b. Calcula los primeros ocho términos de la secuencia.

\_\_\_\_\_

## Patrones con restas y divisiones

### Comprende

El **patrón de una secuencia** puede estar definido por **restas o divisiones**. Para identificar ese patrón se debe observar la relación entre cada término y el término anterior o bien con el número de posición del término.

### Resuelve

1. Escribe los primeros cinco términos de la secuencia según la fórmula del término general.

- Inicia en  $n = 1$ .

a.  $\frac{1}{n}$  →  —  —  —  —

b.  $100 - 2 \times n$  →  —  —  —  —

c.  $\frac{n}{3}$  →  —  —  —  —

2. En un laboratorio una sustancia que se encuentra a  $50^\circ\text{C}$ , reduce su temperatura en  $5^\circ\text{C}$  por minuto. ¿Cuál será su temperatura al transcurrir 3 minutos y a los 8 minutos? Escribe la fórmula del término general.

3. Los Juegos Olímpicos son otro evento deportivo que también se realiza cada 4 años. Si el último se llevó a cabo en Japón, considerando el año como 2020, ¿en qué años se realizaron los tres eventos anteriores? Escribe la fórmula del término general.



### Desafíate

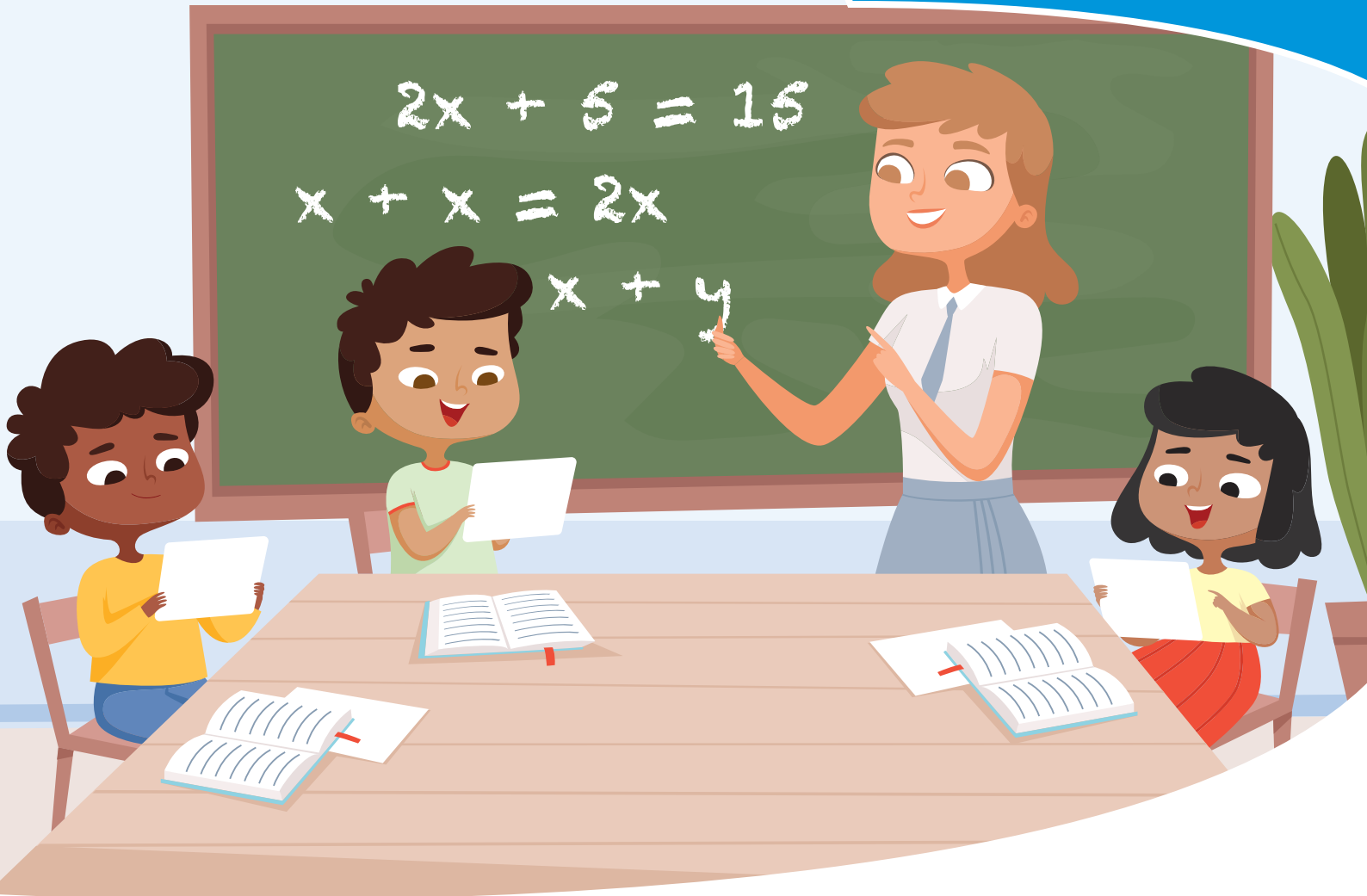
1. Crea una secuencia que involucre una división y una resta.

a. Escribe la fórmula del término general. →

b. Calcula los primeros ocho términos de la secuencia.

\_\_\_\_\_

## Álgebra



En esta unidad aprenderás a:

- Calcular cantidades desconocidas en sumas, restas, multiplicaciones y divisiones
- Plantear relaciones entre cantidades con un valor que varía
- Representar cantidades en forma algebraica
- Simplificar expresiones algebraicas
- Plantear y resolver ecuaciones sencillas
- Evaluar expresiones algebraicas por sustitución
- Resolver problemas de palabras usando expresiones algebraicas

## Cantidades desconocidas

### Cantidades desconocidas en la suma y en la resta

#### Comprende

Para averiguar una **cantidad desconocida en una suma** se aplica la resta, así:

$$\blacksquare + a = b \rightarrow \blacksquare = b - a$$

Para averiguar una **cantidad desconocida en una resta** se aplica la suma o la resta, así:

Si se desconoce el minuendo:  $\blacksquare - a = b \rightarrow \blacksquare = b + a$

Si se desconoce el sustraendo:  $a - \blacksquare = b \rightarrow \blacksquare = a - b$

#### Resuelve

1. Determina el valor de cada figura según las operaciones dadas.

a.  $50 + \blacksquare = 130$

$\blacksquare = \underline{\hspace{2cm}}$

b.  $\blacktriangle - 20 = 45$

$\blacktriangle = \underline{\hspace{2cm}}$

c.  $1200 + \blacklozenge = 1450$

$\blacklozenge = \underline{\hspace{2cm}}$

d.  $95 - \bullet = 65$

$\bullet = \underline{\hspace{2cm}}$

e.  $\star + 240 = 505$

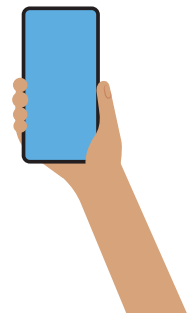
$\star = \underline{\hspace{2cm}}$

f.  $\heartsuit - 410 = 345$

$\heartsuit = \underline{\hspace{2cm}}$

2. El sábado y el domingo se realizó una campaña para ayudar a los afectados por las lluvias. En total se recaudaron 1524 balboas. Si el sábado se obtuvieron 892 balboas, ¿cuánto dinero se recolectó el domingo? Expresa con una suma y representa el valor desconocido con una figura.

3. Ariel tenía 850 balboas y compró un celular. Si le quedaron 380 balboas, ¿cuánto gastó en la compra? Expresa con una resta y representa el valor desconocido con una figura.



## Cantidades desconocidas en la multiplicación y en la división

### Comprende

Para averiguar una **cantidad desconocida en una multiplicación** se aplica la división, así:

$$\blacksquare \times a = b \rightarrow \blacksquare = b \div a$$

Para averiguar una **cantidad desconocida en una división** se aplica la multiplicación o la división, así:

$$\text{Si se desconoce el dividendo: } \blacksquare \div a = b \rightarrow \blacksquare = b \times a$$

$$\text{Si se desconoce el divisor: } a \div \blacksquare = b \rightarrow \blacksquare = a \div b$$

### Resuelve

1. Determina el valor de cada figura según las operaciones dadas con números enteros.

a.  $5 \times \blacksquare = -45$

$\blacksquare = \underline{\hspace{2cm}}$

b.  $\blacktriangle \div 8 = -4$

$\blacktriangle = \underline{\hspace{2cm}}$

c.  $-12 \times \blacklozenge = 84$

$\blacklozenge = \underline{\hspace{2cm}}$

d.  $60 \div \bullet = 15$

$\bullet = \underline{\hspace{2cm}}$

e.  $\star \times -13 = -78$

$\star = \underline{\hspace{2cm}}$

### Recuerda

En las multiplicaciones y divisiones, si los signos son iguales el resultado es positivo y si son diferentes, es negativo.

2. La maestra compró 28 manzanas para la fiesta de fin de trimestre. Si pagó 11,2 balboas en total, ¿cuánto le costó cada una? Expresa con una multiplicación y representa el valor desconocido con una figura.

3. Raúl cosechó cierta cantidad de maíz y lo separó en paquetes con 2,5 kg cada uno. Si obtuvo 6 paquetes, ¿cuántos kilogramos de maíz cosechó en total? Expresa con una división y representa el valor desconocido con una figura.

## Relaciones entre cantidades

### Relación de suma de un valor constante

#### Comprende

Dos **cantidades** están **relacionadas** si, conociendo una de ellas, es posible encontrar la otra mediante una operación que involucre la primera, esa operación puede ser una suma.

Esa relación entre las cantidades se puede representar usando una figura que corresponde a una de las cantidades, que además es el sumando que cambia de valor en la suma.

#### Resuelve

1. David y Andrey entrenan juntos todos los días, pero Andrey siempre corre 2 km más que David.
  - a. Anota lo que corrió Andrey cada día según lo que corrió David.

|                          |   |   |     |   |     |
|--------------------------|---|---|-----|---|-----|
| David (distancia en km)  | 6 | 5 | 4,5 | 8 | 6,8 |
| Andrey (distancia en km) |   |   |     |   |     |

- b. Si la distancia que corre David se representa con ●, ¿cómo se representa la distancia que corre Andrey?

2. Observa, en la tabla, la relación que hay entre el tiempo que estudia Ana y el tiempo que estudia Sonia cada día.

|                           |    |    |    |    |    |
|---------------------------|----|----|----|----|----|
| Ana (tiempo en minutos)   | 30 | 50 | 25 | 45 | 35 |
| Sonia (tiempo en minutos) | 40 | 60 | 35 | 55 | 45 |

Observa en cuánto aumenta el tiempo de estudio de Sonia con respecto al de Ana en cada caso.

- a. ¿Cuál es la relación que observaste entre los tiempos de estudio?

---



---

- b. Si el tiempo de estudio de Ana se representa con ★, ¿cómo se representa el tiempo de estudio de Sonia?

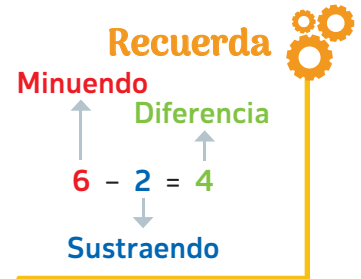


## Relación de resta de un valor constante

### Comprende

Dos **cantidades** pueden estar **relacionadas mediante una resta**. En estos casos, se resta siempre una cantidad fija (constante) a una de las cantidades relacionadas y de esa manera se obtiene la otra cantidad.

La cantidad que varía es el minuendo y se representa con una figura.



### Resuelve

1. Fabián decidió que va a ahorrar 100 balboas de lo que gane cada mes en su trabajo.

- a. Anota el dinero que le queda disponible a Fabián cada mes si gana las siguientes cantidades de dinero.

|  |      |     |     |     |     |
|--|------|-----|-----|-----|-----|
| <b>Monto ganado mensual en balboas</b>     | 1000 | 900 | 850 | 725 | 610 |
| <b>Monto disponible mensual en balboas</b> |      |     |     |     |     |

- b. Si la cantidad de dinero mensual que gana Fabián se representa con ●, ¿cómo se representa lo que le queda disponible cada mes?

2. Observa, en la tabla, la relación que hay entre la edad de Sofía y la edad de su mamá.

|                        |    |    |    |    |    |
|------------------------|----|----|----|----|----|
| <b>Edad de la mamá</b> | 30 | 35 | 42 | 50 | 87 |
| <b>Edad de Sofía</b>   | 3  | 8  | 15 | 23 | 60 |

Observa en cuánto disminuye la edad de Sofía con respecto a la de su mamá en cada caso.

- a. ¿Cuál es la relación que observaste entre las edades?

---



---

- b. Si la edad de la mamá se representa con ★, ¿cómo se representa la edad de Sofía?



## Otras relaciones de resta

### Comprende

En una **relación de dos cantidades que involucra una resta**, el valor constante puede ser el minuendo y el valor que cambia el sustraendo. En estos casos, es el sustraendo el que se representa con una figura.

### Resuelve

1. María compró paletas de los sabores fresa y piña. En total compró 15 paletas.
- a. Anota la cantidad de paletas de piña, si hubiese comprado las siguientes cantidades de paletas de fresa.

|                  |   |   |   |   |    |    |    |
|------------------|---|---|---|---|----|----|----|
| Paletas de fresa | 2 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 | 15 |
| Paletas de piña  |   |   |   |   |    |    |    |

- b. Si la cantidad de paletas de fresa que compró se representa con ●, ¿cómo se representa la cantidad de paletas de piña?
2. Carlos compra un rollo de tela de 109 m.
- a. ¿Cuántos metros le quedan en el rollo, si utiliza 25 m?, ¿y si utiliza 50 m?, ¿y si utiliza 75 m?
- b. Si Carlos utiliza ▲ m de tela, ¿cuántos le quedan en el rollo?
3. Daniela tiene un billete de \$5.
- a. ¿Cuánto dinero le queda si gasta \$2,40?, ¿y si gasta \$1,90?
- b. Si Daniela gasta ■ dólares, ¿cuánto dinero le queda?



## Relación de multiplicación

### Comprende

Dos **cantidades** pueden estar **relacionadas mediante una multiplicación**, en la que cualquiera de los factores es un valor constante. Para representar la relación se utilizan figuras. Al cambiar el valor de la figura, el producto también cambia.

### Resuelve

1. El precio de una manzana es 0,5 balboas.

a. Anota el monto total que se debe pagar si se compran las siguientes cantidades de manzanas.

|                      |   |   |   |   |   |   |    |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|----|
| Cantidad de manzanas | 3 | 5 | 2 | 6 | 4 | 8 | 10 |
| Total a pagar        |   |   |   |   |   |   |    |

b. Si la cantidad de manzanas que se compró se representa con ●, ¿cómo se representa el monto total que se debe pagar?

2. Un paquete de galletas contiene 6 unidades.

a. ¿Cuántas galletas hay en 9 paquetes?, ¿y cuántas en 6 paquetes?

b. Si se compran ▲ paquetes, ¿cuántas galletas habrá en total?

3. En una oficina de atención al público hay filas con 7 sillas cada una.

a. Si hay 3 filas completamente ocupadas, ¿cuántas personas hay en total?, ¿y si hay 5 filas ocupadas?

b. Si hay ■ filas de sillas completamente ocupadas, ¿cuántas personas hay en total?

## Expresiones algebraicas simples

### Expresiones de suma y resta de variables

#### Comprende

Para expresar cantidades que varían pueden utilizarse letras en lugar de figuras. Esas letras se llaman variables y pueden estar relacionadas mediante la suma y la resta.

#### Resuelve

1. Escribe la expresión que representa lo solicitado en cada caso, según las cantidades indicadas de cada producto.



Hay **m** manzanas.



Hay **n** naranjas.



Hay **f** fresas.



Hay **p** peras.

- a. ¿Cuántas manzanas y naranjas hay en total? → \_\_\_\_\_
  - b. ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de fresas y la cantidad de peras? → \_\_\_\_\_
  - c. ¿Cuántas frutas de color rojo hay? → \_\_\_\_\_
  - d. ¿Cuál es la diferencia entre la cantidad de naranjas y la cantidad de peras? → \_\_\_\_\_
  - e. ¿Cuántas frutas hay en total por todas? → \_\_\_\_\_
2. Tania es 2 años mayor que Javier y Jimena, 2 años menor. Si Javier tiene  $x$  años, ¿cuáles expresiones representan las edades de Tania y de Jimena?



#### Desafíate

1. La edad de Marta es 5 años menos que la edad de Ana, y la edad de Miguel es igual a la suma de las edades de Marta y Ana. Si la edad de Ana se representa con  $x$ , ¿cómo se representan las edades de Marta y Miguel?

## Expresiones de multiplicación y división de variables

### Comprende

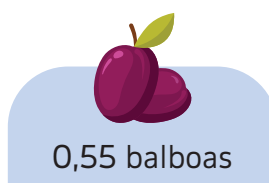
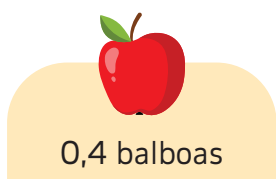
Las expresiones también pueden incluir multiplicaciones y divisiones con variables y con cantidades constantes. Las multiplicaciones o divisiones con variables se pueden representar de varias formas. Por ejemplo:

$$5 \cdot x = 5x$$

$$y \div 2 = \frac{y}{2} = \frac{1}{2} \cdot y$$

### Resuelve

1. Escribe el costo de comprar la cantidad de frutas indicada según su precio.



a. Precio de  $x$  manzanas.  $\rightarrow$  \_\_\_\_\_

b. Precio de  $w$  ciruelas.  $\rightarrow$  \_\_\_\_\_

c. Precio de  $y$  naranjas.  $\rightarrow$  \_\_\_\_\_

d. Precio de  $z$  peras.  $\rightarrow$  \_\_\_\_\_

2. En un salón para eventos tienen sillas (con 4 patas) y banquillos (con 3 patas). Si hay  $x$  sillas y  $w$  banquillos, ¿cuál expresión representa la cantidad total de patas?

Las expresiones pueden contener multiplicaciones, sumas, restas y divisiones.



3. Si se tienen 25 L de refresco para llenar una cantidad  $x$  de vasos, ¿qué expresión representa la cantidad de líquido que se debe colocar en cada uno?

4. Una finca tiene una superficie de  $x$  metros cuadrados. Si la tercera parte de la finca se dedica a ganado y el resto a cultivos, ¿cuál expresión representa el área destinada a los cultivos?

## Simplificación de expresiones

### Comprende

Cuando en una expresión con sumas y restas se repite una variable es posible **simplificarla**. Para **simplificar** se debe observar el número que está al lado de la variable, pues ese número indica cuántas veces se repite. Por ejemplo:

- $2x = x + x$
- $3y = y + y + y$
- $4w = w + w + w + w$

### Resuelve

1. Relaciona las expresiones equivalentes.

|           |           |          |         |           |           |
|-----------|-----------|----------|---------|-----------|-----------|
| $2x + 7x$ | $7x - 2x$ | $5x + x$ | $x + x$ | $5x - 2x$ | $3x - 2x$ |
| $5x$      | $6x$      | $x$      | $9x$    | $2x$      | $3x$      |

2. Simplifica cada expresión con sumas y restas.

- $3y + 15y + 2y = \underline{\hspace{2cm}}$
- $10w + 10w - 5w = \underline{\hspace{2cm}}$
- $6z - 4z + 9z = \underline{\hspace{2cm}}$
- $25x - 12x - 5x = \underline{\hspace{2cm}}$

Suma o resta los números que acompañan las variables, de izquierda a derecha.



3. Roberto vende helados caseros a  $x$  balboas cada uno. Si el viernes vendió 12, el sábado 15 y el domingo 20, ¿cuál expresión simplificada representa el total de dinero obtenido por las ventas de esos tres días?

## Valor numérico de una expresión

### Comprende

Para calcular el **valor numérico de una expresión** se sustituye la variable por un número dado y se resuelven las operaciones. Se debe tener en cuenta la prioridad en las operaciones combinadas; es decir, primero divisiones y multiplicaciones; luego sumas y restas.

### Resuelve

1. Colorea la expresión con el **mayor** valor numérico si  $x = 5$ .

$2x$        $5x - 8$        $x + 9$        $50 - 8x$        $\frac{6x}{2}$        $4x - 2x$

2. Colorea la expresión con el **menor** valor numérico si  $y = 2$ .

$5 + 3y$        $5y$        $\frac{7y + 4}{2}$        $18 - 4y$        $10y - 6y$        $5y + 5$

3. La ganancia diaria, en balboas, que obtiene Adriana por la venta de ceviches se representa con la expresión  $2,5x - 20$ , donde  $x$  corresponde a la cantidad de ceviches vendidos. Si  $x = 24$ , ¿cuál es la ganancia obtenida?; ¿qué significa  $x = 24$ ?

4. El monto, en balboas, que se debe pagar por usar un servicio de transporte privado se representa con la expresión  $2 + 0,6y$ ; donde  $y$  corresponde a la cantidad de kilómetros del viaje. ¿Cuánto se debe pagar por un viaje de 5 km?

## Igualdades y variables

### Comprende

Cuando dos expresiones con variables representan el mismo valor, se utiliza el símbolo "=" para conectarlas. Al plantear la expresión se deben tener en cuenta palabras clave como "más", "menos", "doble" o "mitad" para identificar la operación involucrada.

### Recuerda

- Más: suma
- Menos: resta
- Doble: por 2
- Mitad: entre 2

### Resuelve

1. Cristian preparó el doble de empanadas de pollo que de queso para vender.
- a. ¿Cuál igualdad representa la relación entre la cantidad de empanadas de pollo ( $x$ ) y la cantidad de empanadas de queso ( $y$ )?

En la pregunta b, calcula el valor numérico si  $y = 12$ .

- b. Si hizo 12 empanadas de queso, ¿cuántas hizo de pollo?



2. Para una fiesta se utilizan globos verdes y amarillos; hay 15 globos verdes menos que amarillos.
- a. ¿Cuál igualdad representa la relación entre la cantidad de globos amarillos ( $x$ ) y la cantidad de globos verdes ( $y$ )?

- b. Si hay 23 globos amarillos, ¿cuántos verdes hay?



3. En una clase de yoga, la cantidad de hombres es igual a la mitad de la cantidad de mujeres.
- a. ¿Cuál igualdad representa la relación entre la cantidad de mujeres ( $x$ ) y la cantidad de hombres ( $y$ )?

- b. Si hay 18 mujeres en la clase, ¿cuántos hombres hay?



## Distinguir las expresiones algebraicas

### Comprende

**Expresión aritmética:** Contiene valores numéricos y operaciones.

**Expresión algebraica:** Incluye números, letras (variables) y operaciones.

**Ecuación:** Es una igualdad que involucra expresiones algebraicas.

### Recuerda

Una situación en lenguaje común se puede expresar en lenguaje algebraico y viceversa.

### Resuelve

1. Escribe tres ejemplos de expresiones aritméticas.

\_\_\_\_\_

2. Escribe tres ejemplos de expresiones algebraicas.

\_\_\_\_\_

3. Escribe tres ejemplos de ecuaciones.

\_\_\_\_\_

4. Completa la tabla con la situación escrita en lenguaje algebraico y su clasificación.

| Situación  | Lenguaje algebraico | Tipo |
|--|---------------------|------|
| El triple de cinco menos cuatro.   |                     |      |
| La mitad de equis es igual a ye.   |                     |      |
| Veinte menos el doble de equis.  |                     |      |
| Al multiplicar un número por cinco se obtiene como resultado veinte.       |                     |      |
| Al elevar cinco al cuadrado y sumarle ocho el resultado es treinta y tres. |                     |      |

5. Escribe en lenguaje común cada expresión. Considera  $x$  como un número desconocido.

a.  $3x - 5$  → \_\_\_\_\_

b.  $x^2 + x$  → \_\_\_\_\_

## Solución de ecuaciones sencillas

### Comprende

**Resolver una ecuación** consiste en despejar la variable. Para esto debes:

- Simplificar la expresión lo más que sea posible.
- Si hay una suma o una resta, aplicar la operación inversa en ambos lados del igual.
- Si hay una multiplicación o una división, aplicar la operación inversa en ambos lados del igual.

### Resuelve

1. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a.  $x - 10 = 0$

b.  $20 + x = 25$

c.  $12x - 6x = 30$

d.  $\frac{x}{2} + 2 = 6$

e.  $10x + 4x - 28 = 0$

f.  $6x - 2 = 0$

2. Karen compró paquetes con 15 tortillas cada uno para una fiesta. Si tiene 90 tortillas, ¿cuántos paquetes compró? Usa  $x$  para la cantidad de paquetes y plantea una ecuación.

3. Al sumar un número natural con su sucesor se obtiene 43. ¿Cuáles son esos números? Usa  $x$  para el número,  $x + 1$  para el sucesor y plantea una ecuación.



### Desafíate

1. Resuelve las siguientes ecuaciones con números enteros.

a.  $x - 7 = -3$

b.  $2x = -8$

c.  $x + 10 = -6$

d.  $\frac{x}{2} = -5$

e.  $x + 5 = 0$

f.  $5x - 2x + 1 = 0$

# Unidades de medida



En esta unidad aprenderás a:

- Estimar diferentes medidas
- Identificar unidades de medida de tiempo, longitud, masa, superficie y volumen
- Realizar conversiones entre medidas de longitud, masa, superficie y volumen utilizando el Sistema Internacional de unidades (SI) y el Sistema Inglés
- Resolver problemas relacionados con unidades de medida

## Medición del tiempo

### Unidades de medida de tiempo

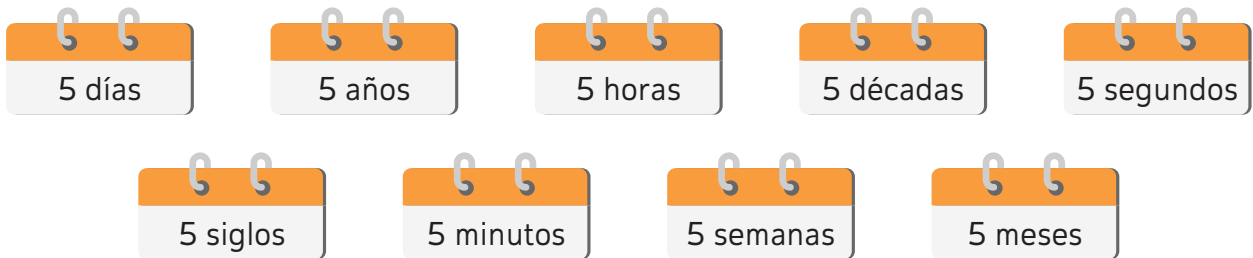
#### Comprende

El **segundo** es la unidad fundamental de **medida de tiempo** y se representa con el símbolo **s**. Existen otras unidades de medida de tiempo para referirse a espacios de tiempo cortos, y otras, para periodos más largos, como las siguientes:

- minuto
- hora
- día
- semana
- mes
- año
- lustro
- década
- siglo
- milenio

#### Resuelve

1. Ordena las siguientes medidas del tiempo de menor a mayor.



\_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_,

\_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_

2. Escribe el tiempo aproximado que se emplea en realizar cada actividad.

- Usa la unidad de medida que consideres más adecuada.

- a. Asistir a la escuela. → \_\_\_\_\_      b. Leer un libro de 100 páginas. → \_\_\_\_\_
- c. Tomar un baño. → \_\_\_\_\_      d. Aprender a hablar. → \_\_\_\_\_
- e. Dormir por la noche. → \_\_\_\_\_      f. Escribir mi nombre. → \_\_\_\_\_

3. Adrián se levanta a las 5:00 a. m. Sale a entrenar durante 2 horas, se baña y desayuna en una hora, luego en una hora llega a su trabajo y labora por 8 horas. Si nuevamente tarda una hora de regreso a su casa, ¿a qué hora llega?

## Lectura del reloj analógico y digital

### Comprende

Para **leer la hora** se usa el reloj digital o el analógico.

- En el **reloj digital**, la hora se muestra directamente con números. El primero indica las horas, el segundo los minutos, y si hay un tercero, los segundos.
- En el **reloj analógico**, la manecilla corta indica las horas, la larga los minutos y si hay una tercera más delgada y larga, los segundos.

### Resuelve

1. Relaciona con líneas los relojes que marcan la misma hora.



04 : 50 : 30



12 : 30 : 45



10 : 25 : 10



02 : 20 : 50

2. Dibuja las manecillas en el reloj analógico, según la hora indicada en el digital.

a. 05 : 15 : 40



b. 01 : 35 : 55



c. 11 : 20 : 10



d. 15 : 45 : 5



e. 22 : 10 : 30



Considera que la hora indicada en los relojes digitales de los ejercicios d y e está en el formato de 24 horas.



3. Resuelve las situaciones. Considera la hora indicada en cada reloj como base.

a. Miriam observa el reloj y se da cuenta que en media hora inicia su programa favorito. ¿A qué hora es el programa?



b. Elsa colocó un pan en el horno y debe hornearlo durante 1 hora. ¿A qué hora debe sacarlo?



c. Rodrigo inició la tarea hace 1 hora. ¿A qué hora empezó?

5 : 45

d. Arturo tarda 45 minutos alistándose. ¿A qué hora terminará?

10 : 10

## Conversiones de medidas de tiempo

### Comprende

Para realizar **conversiones entre medidas de tiempo** toma en cuenta estas equivalencias:

- 1 milenio = 1000 años
- 1 siglo = 100 años
- 1 década = 10 años
- 1 lustro = 5 años
- 1 año = 12 meses o 365 días
- 1 mes = de 28 a 31 días
- 1 semana = 7 días
- 1 día = 24 horas
- 1 hora = 60 minutos
- 1 minuto = 60 segundos

### Resuelve

1. Aplica las equivalencias entre las unidades de medida de tiempo para responder las preguntas.

a. Se cree que hace 65 000 milenios que se extinguieron los dinosaurios. Según ese dato, ¿hace cuántos años sucedió eso?



b. La primera llegada de Cristóbal Colón a América sucedió el 12 de octubre del año 1492. ¿Cuántos siglos y años han pasado desde ese acontecimiento histórico?

c. La Segunda Guerra Mundial se desarrolló desde septiembre del año 1939 hasta septiembre de 1945. ¿Cuántos meses duró este conflicto?

d. La construcción del Canal de Panamá se realizó en aproximadamente 10 años. ¿Cuántos meses, días y horas se demoró en completar ese trabajo?

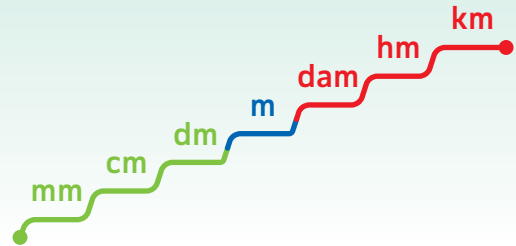
## Medidas de longitud

### Unidades de medida de longitud del SI

#### Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de medida de longitud del SI**, usa la escalera de conversiones:

- Multiplica por 10 por cada escalón que se baja.
- Divide entre 10 por cada escalón que se sube.



#### Resuelve

1. Expresa cada medida de longitud en las unidades indicadas.

a. 56 dam

|       |    |
|-------|----|
| _____ | m  |
| _____ | km |
| _____ | cm |

b. 2,6 m

|       |    |
|-------|----|
| _____ | hm |
| _____ | dm |
| _____ | mm |

c. 5600 dm

|       |    |
|-------|----|
| _____ | km |
| _____ | m  |
| _____ | mm |

2. Tatiana compró 12,5 m de elástico para confeccionar unas pijamas. Si confeccionó 15 pijamas y en cada una utilizó 50 cm de elástico, ¿cuántos centímetros le sobraron?

3. Julián vive a 5,2 km de la casa de Édgar y a 65 hm de la casa de Rubén. ¿Cuál de los dos vive más lejos de Julián?; ¿cuántos metros más lejos?

## Unidades de medida de longitud del Sistema Inglés

### Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de medida de longitud del Sistema Inglés**, usa las equivalencias:

- Para convertir de una unidad mayor a una menor, multiplica según la equivalencia de la tabla.
- Para convertir de una unidad menor a una mayor, divide.

| Sistema inglés |             |
|----------------|-------------|
| 1 pie          | 12 pulgadas |
| 1 yarda        | 3 pies      |
| 1 yarda        | 36 pulgadas |
| 1 milla        | 1760 yardas |

### Resuelve

1. Expresa cada medida de longitud en las unidades indicadas.
- Usa calculadora y redondea a la centésima si es necesario.

a. 54 yd

|       |      |
|-------|------|
| _____ | pie  |
| _____ | pulg |
| _____ | mi   |

b. 345 pie

|       |      |
|-------|------|
| _____ | pulg |
| _____ | yd   |
| _____ | mi   |

c. 0,7 mi

|       |      |
|-------|------|
| _____ | pulg |
| _____ | pie  |
| _____ | yd   |

2. Pamela mide 4,5 pie de altura mientras que su hermana mide 1,2 yd. ¿Cuál es la diferencia de las estaturas en pulgadas?
3. Alonso compró un rollo de valla metálica de 450 yd. Si la utilizó para cercar un terreno rectangular de 270 pie de largo y 240 pie de ancho, ¿cuántas yardas le sobraron?
4. Angie vive a 1,3 mi del Parque Natural Metropolitano. Si ella va caminando y avanza 65 yd por minuto, ¿cuántos minutos tardará en llegar al parque?

## Conversiones entre unidades de longitud del SI y el Sistema Inglés

### Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de medida de longitud del SI y el Sistema Inglés**, usa las equivalencias:

- Multiplica por la equivalencia correspondiente, si vas a convertir del Sistema Inglés al Sistema Internacional, y divide para pasar del Sistema Internacional al Inglés.

| Inglés | SI                  |
|--------|---------------------|
| 1 pulg | 2,54 cm = 25,4 mm   |
| 1 pie  | 30,4 cm = 304 mm    |
| 1 yd   | 91,44 cm = 0,9144 m |
| 1 mi   | 1609 m = 1,609 km   |

### Resuelve

1. Expresa cada medida de longitud en las unidades indicadas.
  - Usa calculadora y redondea a la centésima si es necesario.

a. 18 pulg

|       |    |
|-------|----|
| _____ | cm |
| _____ | mm |
| _____ | m  |

b. 15 m

|       |      |
|-------|------|
| _____ | pulg |
| _____ | pie  |
| _____ | yd   |

c. 1,2 mi

|       |    |
|-------|----|
| _____ | cm |
| _____ | m  |
| _____ | km |

2. Roberto tiene tablas de madera de 2 yd de largo cada una. Si quiere hacer un cajón que mida 10 m de longitud, ¿cuántas tablas debe usar como mínimo?
3. Nicol quiere sembrar tres hileras con semillas de lechuga. Si desea que cada hilera sea de 3 m de largo y se recomienda sembrar cada semilla a una distancia de 10 pulg, ¿cuántas podrá sembrar como máximo?
4. Fernando debe trasladarse 14 km para llegar a su trabajo. Si realiza el viaje con una rapidez constante de 70 mi por hora. ¿Cuánto tiempo tardará en llegar?

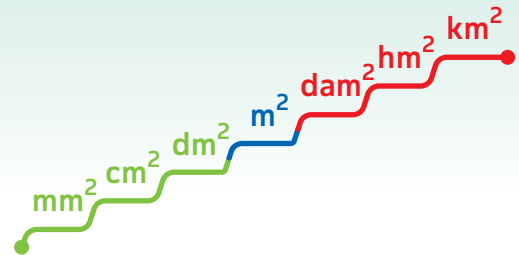
## Medidas de superficie

### Conversión de entre las unidades de medida de superficie del Sistema Internacional (SI)

#### Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de medida de superficie del SI**, usa la escalera de conversiones:

- Multiplica por 100 por cada escalón que se baja.
- Divide entre 100 por cada escalón que se sube.



#### Resuelve

1. Expresa cada medida de longitud en las unidades indicadas.

a.  $18 \text{ m}^2$

|       |               |
|-------|---------------|
| _____ | $\text{cm}^2$ |
| _____ | $\text{dm}^2$ |
| _____ | $\text{hm}^2$ |

b.  $2000 \text{ dm}^2$

|       |                |
|-------|----------------|
| _____ | $\text{dam}^2$ |
| _____ | $\text{m}^2$   |
| _____ | $\text{mm}^2$  |

c.  $0,07 \text{ hm}^2$

|       |               |
|-------|---------------|
| _____ | $\text{km}^2$ |
| _____ | $\text{m}^2$  |
| _____ | $\text{cm}^2$ |

2. En un terreno de  $5 \text{ dam}^2$  se construye una casa de  $120 \text{ m}^2$  y una piscina de  $4800 \text{ dm}^2$ . Si se quiere colocar césped en la superficie libre del terreno y cada metro cuadrado cuesta 3 balboas, ¿cuánto dinero se necesita?



3. Mireya quiere sembrar un terreno de  $500 \text{ m}^2$  con maíz. Si se recomienda sembrar 75 000 plantas por hectárea, ¿cuántas plantas debe sembrar Mireya?



Una hectárea es igual que  $1 \text{ hm}^2$ .



## Unidades de medida de superficie del Sistema Inglés

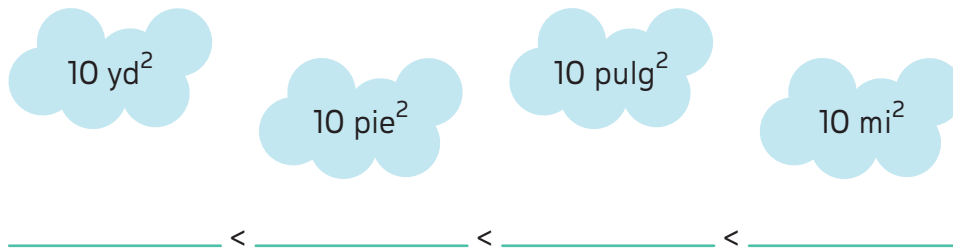
### Comprende

Las **unidades de medida de superficie del Sistema Inglés** son las siguientes:

- Pie cuadrado ( $\text{pie}^2$ )
- Pulgada cuadrada ( $\text{pulg}^2$ )
- Yarda cuadrada ( $\text{yd}^2$ )
- Milla cuadrada ( $\text{mi}^2$ )

### Resuelve

1. Ordena las siguientes medidas de superficie de la menor a la mayor.



2. Escribe la unidad de medida de superficie del Sistema Inglés más adecuada según la situación descrita.

- Una habitación de una casa ocupa 195 \_\_\_\_\_.
- La superficie de una hoja es de 88 \_\_\_\_\_.
- El territorio panameño abarca 29 157 \_\_\_\_\_.
- Un centro comercial abarca una superficie de 95 000 \_\_\_\_\_.

3. Realiza las siguientes conversiones. Considera las equivalencias de la tabla.

- Usa calculadora y redondea a la centésima si es necesario.

- $5 \text{ pie}^2 =$  \_\_\_\_\_  $\text{pulg}^2$
- $8 \text{ yd}^2 =$  \_\_\_\_\_  $\text{pie}^2$
- $0,5 \text{ yd}^2 =$  \_\_\_\_\_  $\text{pulg}^2$
- $0,03 \text{ mi}^2 =$  \_\_\_\_\_  $\text{yd}^2$
- $250 \text{ pulg}^2 =$  \_\_\_\_\_  $\text{pie}^2$
- $36 \text{ pie}^2 =$  \_\_\_\_\_  $\text{yd}^2$
- $5000 \text{ pulg}^2 =$  \_\_\_\_\_  $\text{yd}^2$
- $1\,000\,000 \text{ yd}^2 =$  \_\_\_\_\_  $\text{mi}^2$

| Sistema Inglés   |                         |
|------------------|-------------------------|
| 1 $\text{pie}^2$ | 144 $\text{pulg}^2$     |
| 1 $\text{yd}^2$  | 9 $\text{pie}^2$        |
| 1 $\text{yd}^2$  | 1296 $\text{pulg}^2$    |
| 1 $\text{mi}^2$  | 3 097 600 $\text{yd}^2$ |

## Conversión entre unidades cuadradas del SI y del Sistema Inglés

### Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades cuadradas del SI y el Sistema Inglés**, usa las equivalencias:

- De una unidad que está a la izquierda de la igualdad a una a la derecha, se multiplica.
- De una unidad que está a la derecha de la igualdad a una a la izquierda, se divide.

|  |  |
|--|--|
| $1 \text{ pulg}^2 = 6,45 \text{ cm}^2$ | $1 \text{ pie}^2 = 144 \text{ pulg}^2$ |
| $1 \text{ yd}^2 = 1296 \text{ pulg}^2$ | $1 \text{ yd}^2 = 9 \text{ pie}^2$     |
| $1 \text{ m}^2 = 10,76 \text{ pie}^2$  | $1 \text{ m}^2 = 1,196 \text{ yd}^2$   |
| $1 \text{ mi}^2 = 2,59 \text{ km}^2$   | $1 \text{ yd}^2 = 0,836 \text{ m}^2$   |

### Resuelve

1. Expresa cada medida de longitud en las unidades indicadas.
- Usa calculadora y redondea a la centésima si es necesario.

a.  $150 \text{ m}^2$

|       |                |
|-------|----------------|
| _____ | $\text{yd}^2$  |
| _____ | $\text{pie}^2$ |

b.  $1,5 \text{ yd}^2$

|       |               |
|-------|---------------|
| _____ | $\text{m}^2$  |
| _____ | $\text{cm}^2$ |

c.  $0,5 \text{ km}^2$

|       |               |
|-------|---------------|
| _____ | $\text{mi}^2$ |
| _____ | $\text{yd}^2$ |

2. Luisa tiene  $2 \text{ m}^2$  de cuero para hacer artesanías. Si en cada artesanía gasta  $150 \text{ pulg}^2$ , ¿cuántas podrá hacer como máximo?
3. El piso de una habitación de  $224 \text{ pie}^2$  se quiere cubrir con cuadros de cerámica. Si cada cuadro cubre una superficie de  $288 \text{ pulg}^2$ , ¿cuántos se necesitan?



### Desafíate

1. Un terreno de  $0,8 \text{ km}^2$  se quiere dividir en 10 parcelas para ponerlas a la venta. Si el valor de una yarda cuadrada es de 0,5 balboas, ¿cuál es el precio de cada parcela?

## Cálculo del área

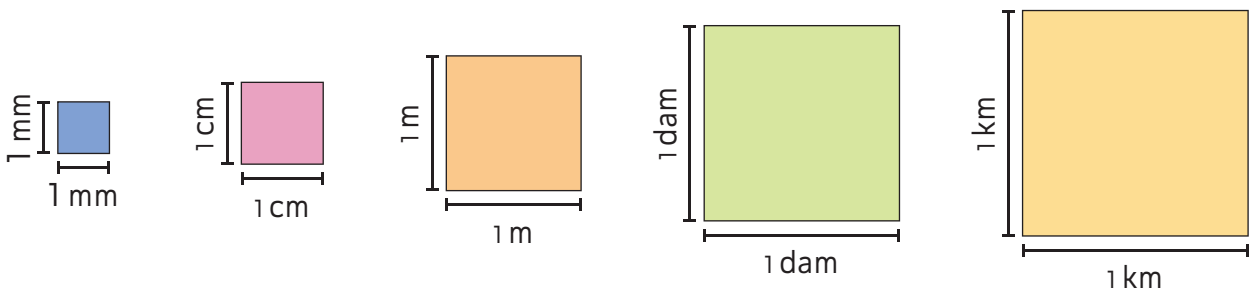
### Concepto de área

#### Comprende

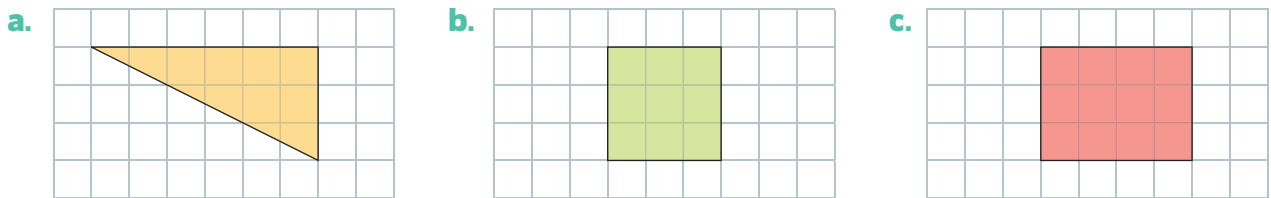
El **área** de una región o figura geométrica es la medida que se le asigna a su superficie. Esta medida se representa utilizando las unidades métricas cuadradas estudiadas.

#### Resuelve

1. Relaciona cada cuadrado con su área.



2. Marca con un gancho (✓) la figura que tiene la mayor área y encierra la de menor área.



### Desafíate

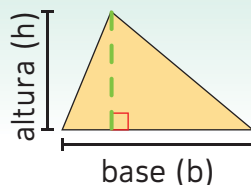
1. Dibuja, en una hoja blanca, un cuadrado de  $1 \text{ dm}^2$  de área.
2. Traza la diagonal y recorta el cuadrado en dos triángulos iguales. ¿Cuál es el área de cada triángulo en centímetros cuadrados?



## Cálculo de áreas de triángulos

### Comprende

Para calcular el **área (A)** de un triángulo se multiplica la base por la altura y se divide entre 2.

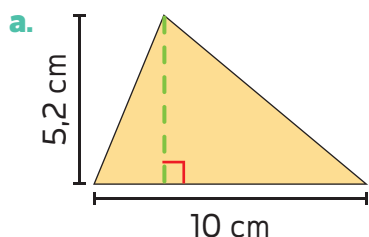


Fórmula del área

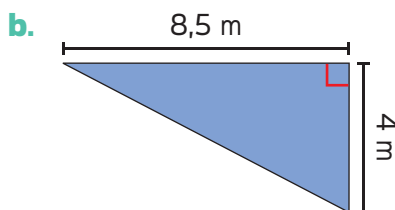
$$A = \frac{b \times h}{2}$$

### Resuelve

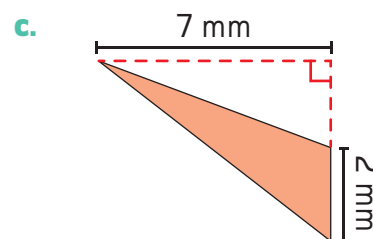
1. Calcula el área de cada triángulo.



A = \_\_\_\_\_



A = \_\_\_\_\_



A = \_\_\_\_\_

2. Determina el valor indicado en cada caso.

a. La medida de la base de un triángulo de 5 cm de altura y 25 cm<sup>2</sup> de área.

\_\_\_\_\_

b. La medida de la altura de un triángulo de 12 cm de base y 96 cm<sup>2</sup> de área.

\_\_\_\_\_

Primero determina cuál es el producto de la base por la altura, para eso debes multiplicar el área por 2, pues en la fórmula el último paso es dividir entre 2.



### Desafíate

1. Anota las medidas de la base y de la altura de dos triángulos distintos en los que el área sea de 15 cm<sup>2</sup>.

**Triángulo 1**

Base: \_\_\_\_\_ Altura: \_\_\_\_\_

**Triángulo 2**

Base: \_\_\_\_\_ Altura: \_\_\_\_\_

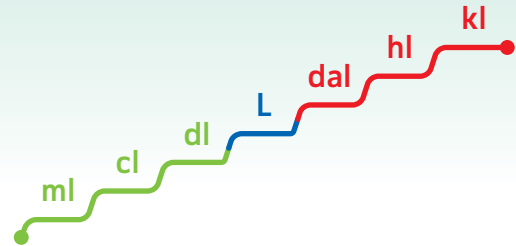
## Medidas de volumen

### Unidades de medida de volumen en el SI

#### Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de medida de volumen del SI**, usa la escalera de conversiones:

- Multiplica por 10 por cada escalón que se baja.
- Divide entre 10 por cada escalón que se sube.



#### Resuelve

1. Expresa cada medida de volumen en las unidades indicadas.

a. 65 L

|       |     |
|-------|-----|
| _____ | dal |
| _____ | cl  |
| _____ | ml  |

b. 3,4 hl

|       |    |
|-------|----|
| _____ | kl |
| _____ | L  |
| _____ | dl |

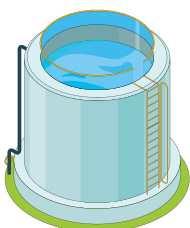
c. 500 dl

|       |    |
|-------|----|
| _____ | hl |
| _____ | L  |
| _____ | ml |

2. Un veterinario debe administrar 5 ml de cierto medicamento a un perro dos veces al día. Si usa un frasco que contiene 6 cl de medicamento, ¿le alcanzará para completar el tratamiento durante 5 días?; ¿por qué?



3. Un depósito de agua de un barrio tiene una capacidad de 10 kl. Si 25 personas se abastecen de ese depósito y cada una utiliza aproximadamente 50 L de agua diarios, ¿cuántos días tardará en vaciarse por completo el depósito si no le ingresa agua?



## Unidades de medida de volumen en el Sistema Inglés

### Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de medida de volumen del Sistema Inglés**, usa las equivalencias:

- Para convertir de una unidad mayor a una menor, multiplica según la equivalencia de la tabla.
- Para convertir de una unidad menor a una mayor, divide.

| Sistema Inglés |         |
|----------------|---------|
| 1 gl           | 4 qt    |
| 1 qt           | 2 pt    |
| 1 pt           | 2 c     |
| 1 c            | 8 fl oz |

### Resuelve

1. Expresa cada medida de volumen en las unidades indicadas. Usa calculadora.

a. 0,34 gl

|       |       |
|-------|-------|
| _____ | pt    |
| _____ | c     |
| _____ | fl oz |

b. 55 pt

|       |       |
|-------|-------|
| _____ | qt    |
| _____ | c     |
| _____ | fl oz |

c. 1600 fl oz

|       |    |
|-------|----|
| _____ | gl |
| _____ | qt |
| _____ | c  |

2. Adela compró 2 gl de jugo de naranja en el supermercado y pagó 12 balboas. Daniel compró 4 pt en el mercado y pagó 3 balboas. ¿Cuál es el lugar más económico para comprar jugo de naranja?

Averigua el precio por pinta en cada caso.



3. Carlos necesita 3 pt de leche para una receta. Si tiene 1 qt, 3 c y 4 fl oz, ¿cuántas onzas fluidas le sobran?

4. Mariela ordeñó una vaca y obtuvo 2 gl de leche. Si la guardó en botellas de 3 pt, ¿cuántas botellas completas pudo llenar y cuántas tazas le sobraron?

## Conversiones entre medidas de volumen del SI y del Sistema Inglés

### Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de medida de volumen del SI y el Sistema Inglés**, usa las equivalencias:

- Multiplica por la equivalencia correspondiente, si vas a convertir del Sistema Inglés al Sistema Internacional, y divide para pasar del Sistema Internacional al Inglés.

| Sistema Inglés | SI                |
|----------------|-------------------|
| 1 gal          | 3,785 L = 3785 ml |
| 1 qt           | 0,946 L = 946 ml  |
| 1 pt           | 0,473 L = 473 ml  |
| 1 c            | 0,236 L = 236 ml  |
| 1 fl oz        | 0,029 L = 29,6 ml |

### Resuelve

1. Expresa cada medida de volumen en las unidades indicadas.
- Usa calculadora y redondea a la centésima si es necesario.

a. 3 qt

|       |     |
|-------|-----|
| _____ | L   |
| _____ | ml  |
| _____ | dal |

b. 25 fl oz

|       |    |
|-------|----|
| _____ | L  |
| _____ | dl |
| _____ | ml |

c. 40 L

|       |     |
|-------|-----|
| _____ | gal |
| _____ | qt  |
| _____ | pt  |

2. En un restaurante usan 200 ml de leche para preparar un batido. Si tienen 2 gal de leche y les encargaron 35 batidos, ¿les alcanzará la leche para prepararlos todos? ¿por qué?

3. La señora María preparó 2 L de un remedio casero de hierbas para el dolor estomacal. Si debe beber 2 fl oz cada 8 horas, ¿para cuántos días completos le alcanzará?

Considera que cada 8 h son 3 veces al día.



4. Eduardo compró 3 pt de aceite para cocinar y pagó 2,4 balboas. Pamela compró 1,5 L y pagó 2,5 balboas. ¿Quién compró el aceite más económico?

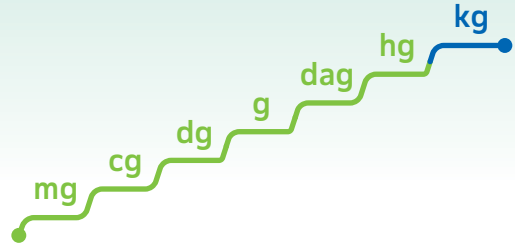
## Medidas de masa

### Unidades de medida de masa en el SI

#### Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de medida de masa del SI**, usa la escalera de conversiones:

- Multiplica por 10 por cada escalón que se baja.
- Divide entre 10 por cada escalón que se sube.



#### Resuelve

1. Expresa cada medida de masa en las unidades indicadas.

a. 25 dag

|       |    |
|-------|----|
| _____ | kg |
| _____ | g  |
| _____ | cg |

b. 1,7 g

|       |    |
|-------|----|
| _____ | hg |
| _____ | dg |
| _____ | mg |

c. 4500 mg

|       |     |
|-------|-----|
| _____ | kg  |
| _____ | dag |
| _____ | dg  |

2. Susan trata de comer saludable y sirve un plato con 5 dag de granos, 1500 dg de carne y 7500 cg de vegetales. ¿Cuál es el peso total, en gramos, de los alimentos que consumirá Susan en ese plato?

3. En una panadería tenían un saco con 20 kg de harina. Para una receta de galletas usan 35 hg y para una receta de panes flauta, 2500 g. Si prepararon 3 recetas de galletas y 2 de panes flauta, ¿cuántos kilogramos de harina les quedó?



## Unidades de medida de masa en el Sistema Inglés

### Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de medida de masa del Sistema Inglés**, usa las equivalencias:

- Para convertir de una unidad mayor a una menor, multiplica según la equivalencia de la tabla.
- Para convertir de una unidad menor a una mayor, divide.

| Sistema Inglés |        |
|----------------|--------|
| 1 ton          | 20 q   |
| 1 q            | 100 lb |
| 1 lb           | 16 oz  |

### Resuelve

1. Expresa cada medida de masa en las unidades indicadas.

- Usa calculadora.

a. 1,5 ton

|       |    |
|-------|----|
| _____ | q  |
| _____ | lb |
| _____ | oz |

b. 35 q

|       |     |
|-------|-----|
| _____ | ton |
| _____ | lb  |
| _____ | oz  |

c. 50 lb

|       |     |
|-------|-----|
| _____ | ton |
| _____ | q   |
| _____ | oz  |

2. Gerardo debe transportar 100 bloques de construcción en su camión. Si cada pieza pesa 20 lb y el camión soporta una carga máxima de 1 ton, ¿podrá transportar todos los bloques en un solo viaje?; ¿por qué?
3. Raquel pesó 6,2 lb al nacer. Si su hermano gemelo pesó 56 oz más, ¿cuál fue el peso de los dos juntos en libras?
4. Gabriela obtuvo una producción de 20 q de porotos de su finca. Si los vendió en paquetes de 10 lb a 8 balboas cada uno, ¿cuánto dinero obtuvo por la venta?

## Conversiones entre medidas de masa del SI y del Sistema Inglés

### Comprende

Para realizar **conversiones entre unidades de medida de masa del SI y el Sistema Inglés**, usa las equivalencias:

- Multiplica por la equivalencia correspondiente, si vas a convertir del Sistema Inglés al Sistema Internacional, y divide para pasar del Sistema Internacional al Inglés.

| Inglés | SI                   |
|--------|----------------------|
| 1 ton  | 907 kg = 907 000 g   |
| 1 q    | 45,35 kg = 45 350 g  |
| 1 lb   | 0,4535 kg = 453,5 g  |
| 1 oz   | 0,02835 kg = 28,35 g |

### Resuelve

1. Expresa cada medida de masa en las unidades indicadas.

- Usa calculadora.

a. 2 ton

|       |    |
|-------|----|
| _____ | kg |
| _____ | hg |
| _____ | g  |

b. 30 q

|       |     |
|-------|-----|
| _____ | kg  |
| _____ | dag |
| _____ | g   |

c. 25 oz

|       |    |
|-------|----|
| _____ | g  |
| _____ | dg |
| _____ | mg |

2. Para una receta se deben utilizar 0,5 lb de mantequilla y 5 oz de azúcar. Si se deben medir los ingredientes en gramos, ¿cuánto se necesita de cada uno?

3. Armando pesa 45 kg y su amigo Lucas, pesa 100 lb, ¿cuál de los dos es más pesado?, ¿cuántas onzas más?



### Desafíate

1. Camilo necesita calcular el precio de 1 kg de cebolla. Si sabe que 1 lb de cebolla cuesta 0,5 balboas, ¿cuánto cuesta 1 kg de ese producto?

# Geometría



En esta unidad aprenderás a:

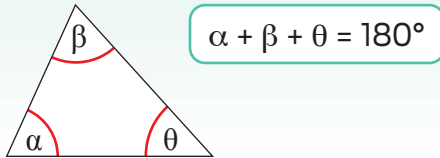
- Calcular la medida de ángulos internos y externos
- Determinar el valor de ángulos entre paralelas a partir de su posición
- Comprender y representar el enunciado del teorema de Pitágoras
- Calcular la medida de la hipotenusa en un triángulo rectángulo
- Resolver situaciones sencillas utilizando el teorema de Pitágoras
- Identificar la circunferencia, el círculo y sus elementos
- Comprender la relación entre el diámetro y la longitud de la circunferencia
- Calcular el perímetro de la circunferencia
- Calcular el área del círculo

## Los ángulos

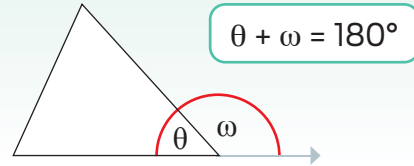
### Ángulos internos y externos

#### Comprende

- En un triángulo, la suma de las medidas de los ángulos internos es igual a  $180^\circ$ .



- En un triángulo, al sumar un ángulo interno y el externo consecutivo el resultado es  $180^\circ$ .



#### Resuelve

1. Marca con un gancho (✓) las tripletas que corresponden a las medidas de los ángulos internos de un triángulo.

a.   $34^\circ, 28^\circ, 56^\circ$

b.   $45^\circ, 90^\circ, 45^\circ$

c.   $60^\circ, 60^\circ, 70^\circ$

d.   $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$

e.   $46^\circ, 38^\circ, 96^\circ$

f.   $25^\circ, 25^\circ, 50^\circ$

2. Escribe tres ejemplos de las medidas de los tres ángulos internos de un triángulo.

\_\_\_\_\_

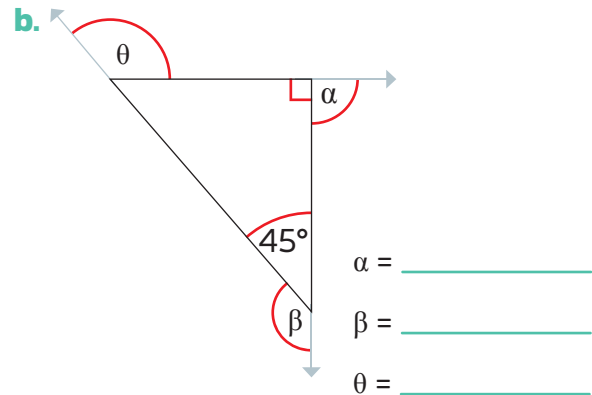
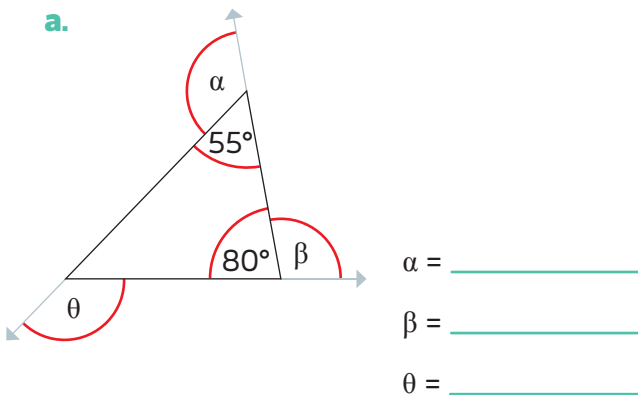
3. Calcula, en cada caso, la medida del ángulo que falta para completar las tres medidas de los ángulos internos de un triángulo.

a.  $120^\circ, 30^\circ, \underline{\hspace{2cm}}$

b.  $65^\circ, 40^\circ, \underline{\hspace{2cm}}$

c.  $100^\circ, 15^\circ, \underline{\hspace{2cm}}$

4. Calcula la medida de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\theta$  en cada triángulo.

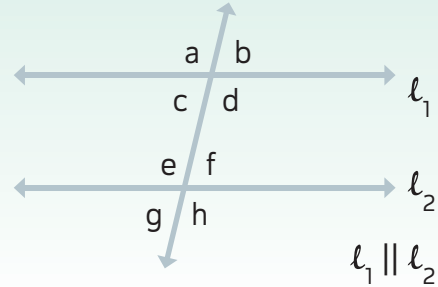


## Ángulos entre paralelas y una transversal

### Comprende

Entre las **rectas paralelas y la transversal**, las siguientes parejas de ángulos miden lo mismo:

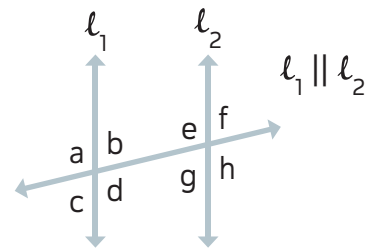
- Alternos internos:  
 $\sphericalangle d$  y  $\sphericalangle e$ ,  $\sphericalangle c$  y  $\sphericalangle f$
- Alternos externos:  
 $\sphericalangle a$  y  $\sphericalangle h$ ,  $\sphericalangle g$  y  $\sphericalangle b$
- Opuestos por el vértice:  
 $\sphericalangle a$  y  $\sphericalangle d$ ,  $\sphericalangle c$  y  $\sphericalangle b$ ,  $\sphericalangle e$  y  $\sphericalangle h$ ,  $\sphericalangle g$  y  $\sphericalangle f$



### Resuelve

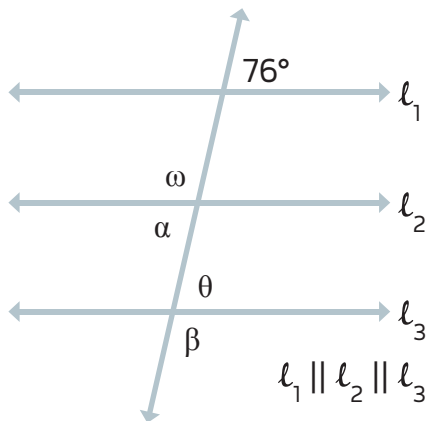
1. Escribe el tipo de ángulos dado en cada caso, según la figura.

- $\sphericalangle b$  y  $\sphericalangle g \rightarrow$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle a$  y  $\sphericalangle d \rightarrow$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle a$  y  $\sphericalangle h \rightarrow$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle g$  y  $\sphericalangle f \rightarrow$  \_\_\_\_\_
- $\sphericalangle f$  y  $\sphericalangle c \rightarrow$  \_\_\_\_\_



2. Determina la medida de los ángulos indicados en cada figura.

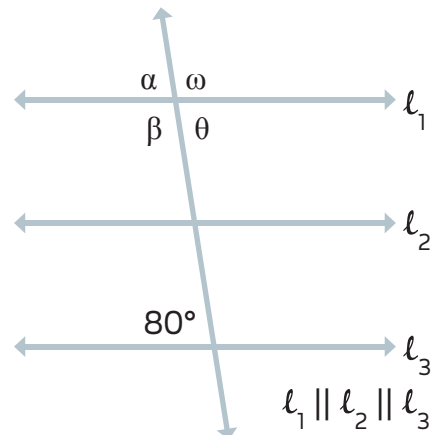
a.



$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}} \quad \theta = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\beta = \underline{\hspace{2cm}} \quad \omega = \underline{\hspace{2cm}}$$

b.



$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}} \quad \theta = \underline{\hspace{2cm}}$$

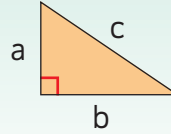
$$\beta = \underline{\hspace{2cm}} \quad \omega = \underline{\hspace{2cm}}$$

## Teorema de Pitágoras

### El teorema de Pitágoras. Cálculo de la hipotenusa

#### Comprende

- En un triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.
- Para calcular la hipotenusa, si se conocen las medidas de los catetos, se usa esta fórmula:  $c = \sqrt{a^2 + b^2}$



$$c^2 = a^2 + b^2$$

**a** y **b** son los catetos y **c** la hipotenusa.



#### Resuelve

1. Calcula la medida de la hipotenusa en cada triángulo según las medidas de sus catetos.

a. Cateto: 6 cm

b. Cateto: 10 cm

c. Cateto: 12 cm

Cateto: 8 cm

Cateto: 24 cm

Cateto: 16 cm

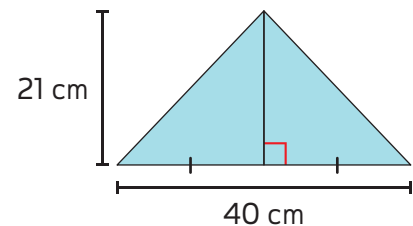
Hipotenusa: \_\_\_\_\_

Hipotenusa: \_\_\_\_\_

Hipotenusa: \_\_\_\_\_

2. Una tableta electrónica mide 15 cm de ancho y 20 cm de largo. ¿Cuál es la medida de la diagonal de la tableta en pulgadas?

3. Alonso hizo una cometa con la forma que se muestra en la figura. Si desea colocar cinta decorativa en todo su contorno, ¿cuántos centímetros necesitará?



#### Desafíate

1. Escribe tres medidas que correspondan a los lados de un triángulo rectángulo y comprueba con ellas el teorema de Pitágoras.

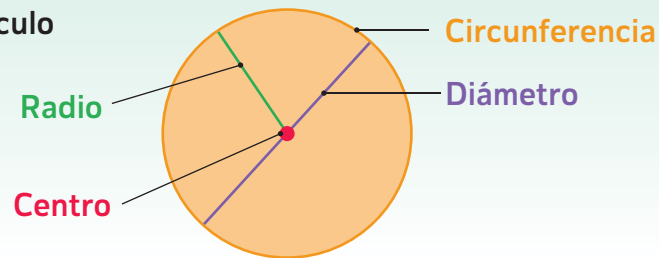
\_\_\_\_\_

## Longitud de la circunferencia y área del círculo

### Círculo, circunferencia y sus elementos

#### Comprende

Elementos de un círculo



#### Recuerda

En cualquier círculo el diámetro mide el doble que el radio.

#### Resuelve

1. Explica la diferencia entre círculo y circunferencia.

---



---

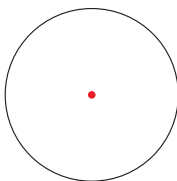
2. Dibuja un objeto que represente un círculo y uno que represente una circunferencia.

a. Círculo

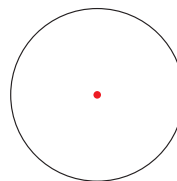
b. Circunferencia

3. Traza el elemento indicado en cada circunferencia.

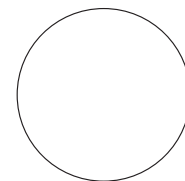
a. Un radio



b. Un diámetro



c. El centro



4. Completa con la medida correspondiente.

a. Si el diámetro de una circunferencia mide 25 cm, el radio mide \_\_\_\_\_.

b. Si el radio de una circunferencia mide 23 cm, el diámetro mide \_\_\_\_\_.

## Perímetro de la circunferencia

### Comprende

El perímetro **P** de una circunferencia de diámetro **d**, se calcula con la siguiente fórmula, en la que  $\pi \approx 3,14$ :

$$P = d \times \pi$$

Si lo que se conoce es el radio, la fórmula es:

$$P = 2 \times \pi \times r$$



### Resuelve

- Calcula el perímetro de una circunferencia con el valor indicado en cada caso.
  - Usa calculadora.
    - Diámetro: 8,2 m  
Perímetro: \_\_\_\_\_
    - Radio: 5,25 cm  
Perímetro: \_\_\_\_\_
    - Diámetro: 15,5 mm  
Perímetro: \_\_\_\_\_
- Calcula el valor indicado según el perímetro de cada circunferencia.
  - Usa calculadora.
    - Perímetro: 37,68 cm  
Diámetro: \_\_\_\_\_
    - Perímetro: 21,98 m  
Radio: \_\_\_\_\_
- Durante una investigación, los oficiales a cargo deben cercar una zona circular con un radio de 50 m. ¿Cuántos metros de cinta policial necesitarán para delimitar ese espacio?
- Emilia tiene 32,97 m de alambre para cercar un terreno con forma circular. Si ella desea usar todo el alambre, ¿cuál debe ser el radio del terreno?

### Recuerda

Si se conoce el perímetro, el diámetro se calcula así:

$$d = P \div 3,14$$



### Desafíate

- Cada llanta de la bicicleta de Tomás tiene un diámetro de 55 cm. Si Tomás recorrió una distancia de 200 m, ¿cuántas vueltas completas dio cada llanta?

## Área del círculo

### Comprende

El área **A** de un círculo de radio **r**, se calcula con la siguiente fórmula, en la que  $\pi \approx 3,14$ :

$$A = r \times r \times \pi$$

Si lo que conoces es el diámetro lo divides entre 2 para aplicar la fórmula; es decir,  $r = \frac{d}{2}$ .



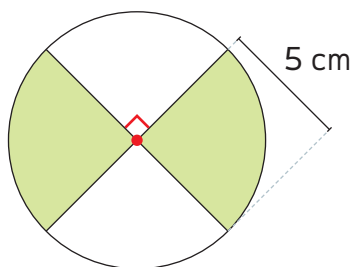
### Resuelve

- Calcula el área de una circunferencia con el valor indicado en cada caso.
  - Usa calculadora y redondea a las centésimas.
    - Diámetro: 15 mm  
Área: \_\_\_\_\_
    - Radio: 2,2 cm  
Área: \_\_\_\_\_
    - Diámetro: 0,3 m  
Área: \_\_\_\_\_
- Rebeca compró una manta para playa con forma circular de 2 m de diámetro. ¿Qué superficie cubre esa manta en centímetros cuadrados?
- Juan tiene una lámina de cartón de forma cuadrada de 45 cm de lado. Si recorta dos círculos de 20 cm de diámetro, ¿cuántos centímetros cuadrados le quedan de la lámina?



### Desafíate

- Calcula el área de la región sombreada en el siguiente círculo.



Considera que cada sector representa una cuarta parte del círculo.



## Áreas con círculos y diversas regiones

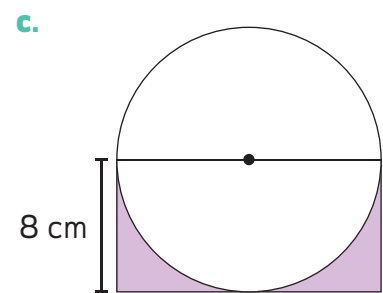
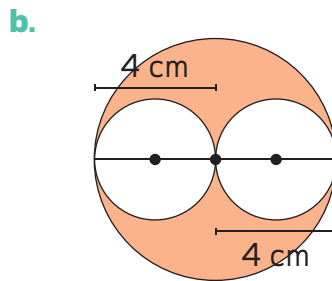
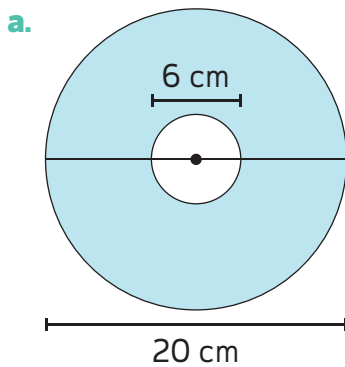
### Comprende

Para calcular el **área de una región** debes identificar las figuras involucradas y las medidas de sus elementos como lados, alturas, bases y radios, entre otros.

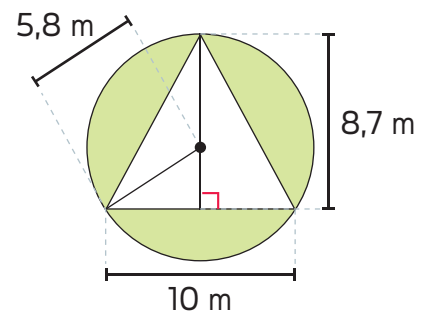
Luego, calcula el área de cada figura conocida y suma o resta según sea más conveniente. En algunos casos también es apropiado multiplicar o dividir.

### Resuelve

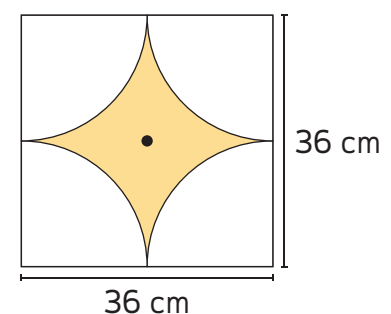
1. Calcula el área de la región coloreada en cada caso. Usa calculadora.
  - Considera que las líneas curvas son circunferencias.



2. En una zona verde circular de 5,8 m de radio se construye una plazoleta con forma triangular como se muestra en la imagen. ¿Cuántos metros cuadrados de césped quedan en esa zona?



3. Un artesano pintó una pieza cuadrada de cerámica, definiendo cuartos de círculo en cada esquina como se muestra en la figura. ¿Qué superficie de la pieza pintó en color amarillo?



# Estadística y probabilidad



En esta unidad aprenderás a:

- Leer e interpretar la información de tablas y gráficas
- Representar datos mediante tablas y gráficas
- Calcular la media, la mediana y la moda de un grupo de datos
- Resolver problemas relacionados con tablas, gráficas y medidas de tendencia central
- Identificar eventos y sucesos simples en situaciones aleatorias
- Calcular la probabilidad de un evento

## Técnicas de recolección y representación de datos

### Organización y tabulación de datos

#### Comprende

Para completar una tabla de frecuencias se calculan diferentes valores:

- **Frecuencia absoluta:** Es la cantidad de veces que se repite cada dato.
- **Frecuencia absoluta acumulada:** Es la suma por fila de las frecuencias absolutas anteriores.
- **Frecuencia relativa:** Es el porcentaje que representa cada tipo de dato del total.

#### Resuelve

1. Completa la tabla para representar cada grupo de datos.

a. **Número de pacientes diarios atendidos por un dentista**

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 7 | 8 | 6 | 8 |
| 8 | 7 | 9 | 6 | 7 |
| 5 | 6 | 8 | 7 | 8 |
| 6 | 7 | 5 | 8 | 7 |
| 5 | 8 | 6 | 9 | 7 |

**Número de pacientes diarios atendidos por un dentista**

| Nº de pacientes | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa | F. absoluta acumulada |
|-----------------|---------------------|---------------------|-----------------------|
|                 |                     |                     |                       |
|                 |                     |                     |                       |
|                 |                     |                     |                       |
|                 |                     |                     |                       |
|                 |                     |                     |                       |
|                 |                     |                     |                       |
| Total           |                     |                     |                       |

b. **Cantidad de hijos de un grupo de personas**

|   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 | 0 | 2 | 4 | 3 | 2 |
| 2 | 1 | 2 | 3 | 0 | 1 | 2 | 4 |
| 3 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 0 | 3 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 1 |
| 2 | 3 | 0 | 1 | 1 | 4 | 1 | 2 |

**Cantidad de hijos de un grupo de personas**

| Nº de hijos | Frecuencia absoluta | Frecuencia relativa | F. absoluta acumulada |
|-------------|---------------------|---------------------|-----------------------|
|             |                     |                     |                       |
|             |                     |                     |                       |
|             |                     |                     |                       |
|             |                     |                     |                       |
|             |                     |                     |                       |
|             |                     |                     |                       |
|             |                     |                     |                       |
|             |                     |                     |                       |
| Total       |                     |                     |                       |

## Interpretación de tablas

### Comprende

Para **interpretar una tabla de frecuencias** debes:

- Leer con atención el título y obtener una idea general de la información que se presenta.
- Observar los valores más altos y más bajos que aparecen, y a qué categorías corresponden.
- Identificar variaciones constantes en las frecuencias, como aumentos o disminuciones.

### Resuelve

1. Responde cada grupo de preguntas según la información de la tabla correspondiente.

a.

| Peso de un grupo de personas |             |              |
|------------------------------|-------------|--------------|
| Peso (kg)                    | F. Absoluta | F. Acumulada |
| 40-50                        | 4           | 4            |
| 50-60                        | 6           | 10           |
| 60-70                        | 8           | 18           |
| 70-80                        | 2           | 20           |
| Total                        | 20          |              |

- ¿En cuál rango de peso se encuentra la mayor cantidad de personas?  
\_\_\_\_\_
- ¿Cuántas personas pesan más de 60 kg?  
\_\_\_\_\_
- ¿Cuántas pesan menos de 70 kg?  
\_\_\_\_\_

b.

| Automóviles en circulación en la República según provincia durante el 2018 |             |             |
|--|-------------|-------------|
| Provincia  | F. Absoluta | F. Relativa |
| Bocas del Toro   | 1762        | 0,2 %       |
| Coclé  | 22 538      | 2,56 %      |
| Colón  | 23 553      | 2,68 %      |
| Chiriquí   | 82 229      | 9,36 %      |
| Darién   | 115         | 0,01 %      |
| Herrera  | 22 168      | 2,52 %      |
| Los Santos   | 17 444      | 1,99 %      |
| Panamá   | 648 565     | 73,8 %      |
| Panamá Oeste   | 31 311      | 3,56 %      |
| Veraguas   | 29 077      | 3,31%       |
| Total  | 894 286     | 100%        |

- ¿Qué porcentaje de los vehículos se ubicaban en Veraguas en el 2018?  
\_\_\_\_\_
- ¿Cuántos vehículos había en Coclé y Colón juntos en el 2018?  
\_\_\_\_\_
- ¿Cuál era la provincia con menor cantidad de vehículos en ese año?  
\_\_\_\_\_
- ¿Cuál era la provincia con mayor cantidad de vehículos en ese año?  
\_\_\_\_\_
- ¿En qué provincia se ubicaba cerca del 2 % de los vehículos en el 2018?  
\_\_\_\_\_

Fuente: INEC, Panamá

## Interpretación de gráficas estadísticas

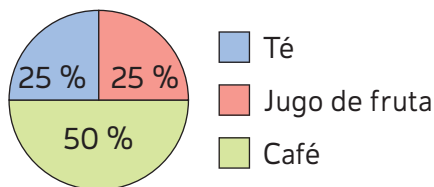
### Comprende

- **Gráfica de barras:** La altura de cada barra representa la frecuencia de la categoría.
- **Gráfica lineal:** La altura a la que se ubica el punto representa la frecuencia de la categoría.
- **Gráfica circular:** Presenta la frecuencia relativa de cada categoría en sectores circulares.
- **Histograma:** La altura de cada barra representa la frecuencia del rango correspondiente.

### Resuelve

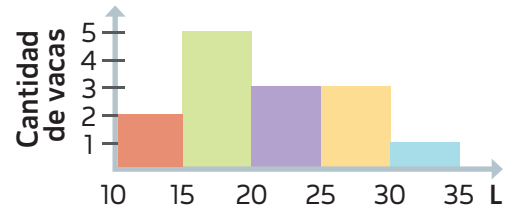
1. Responde cada grupo de preguntas según la gráfica correspondiente.

a. **Distribución de 60 personas según bebida favorita**



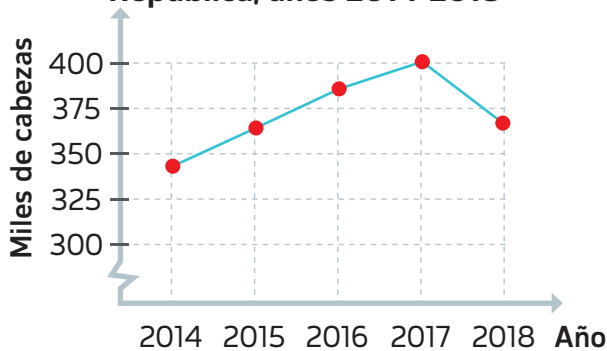
- ¿Cuáles bebidas son igualmente preferidas?  
\_\_\_\_\_
- ¿Cuántas personas prefieren el té?  
\_\_\_\_\_
- ¿Cuántas personas prefieren el café?  
\_\_\_\_\_

b. **Cantidad de vacas según producción diaria de leche en litros**



- ¿Cuántas producen entre 20 y 25 L?  
\_\_\_\_\_
- ¿Cuántas producen más de 25 L?  
\_\_\_\_\_
- ¿Cuántas producen menos de 20 L?  
\_\_\_\_\_

c. **Existencia de ganado porcino en la República, años 2014-2018**



Fuente: INEC, Panamá

- ¿En qué año hubo aproximadamente 400 000 cabezas de ganado porcino?  
\_\_\_\_\_
- ¿En qué años hubo una cantidad similar?  
\_\_\_\_\_
- ¿En qué año hubo menos de 350 000?  
\_\_\_\_\_

## Representación de datos mediante gráficas

### Comprende

La información presentada en una tabla se puede representar mediante cualquiera de los siguientes tipos de **gráficas**, identificando las frecuencias o porcentajes de cada categoría:

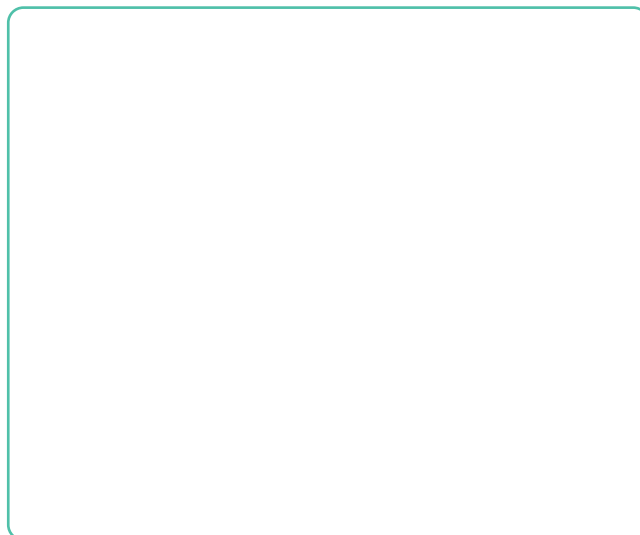
- Gráfica de barras
- Gráfica lineal
- Gráfica circular
- Histograma

### Resuelve

1. Construye el tipo de gráfica indicado para representar la información de cada tabla.

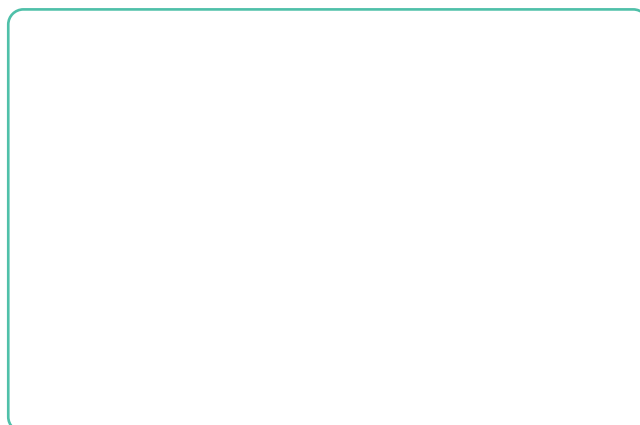
a. Gráfica de barras

| Cantidad de perros atendidos en una veterinaria en una semana |                    |
|---|--------------------|
| Día   | Cantidad de perros |
| Lunes   | 8                  |
| Martes  | 6                  |
| Miércoles   | 3                  |
| Jueves  | 7                  |
| Viernes   | 10                 |
| Sábado  | 6                  |
| Total   | 40                 |



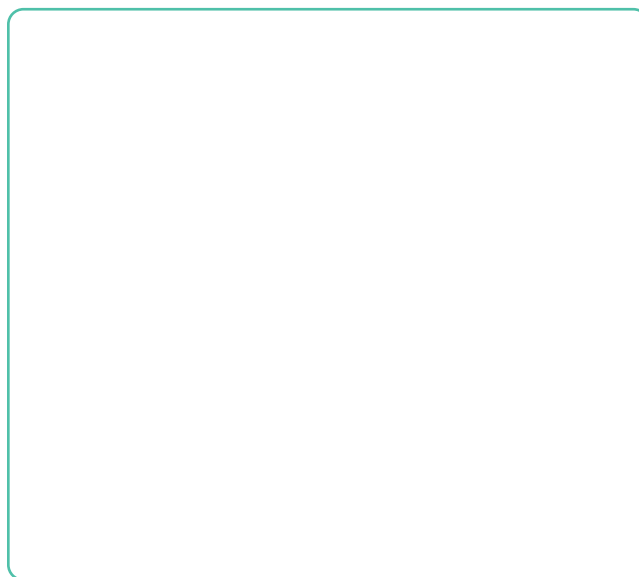
b. Gráfica lineal

| Registro del peso de una persona durante cinco meses |                    |
|--|--------------------|
| Mes  | Peso en kilogramos |
| Enero  | 98                 |
| Febrero  | 87                 |
| Marzo  | 86                 |
| Abril  | 80                 |
| Mayo   | 75                 |



c. Histograma

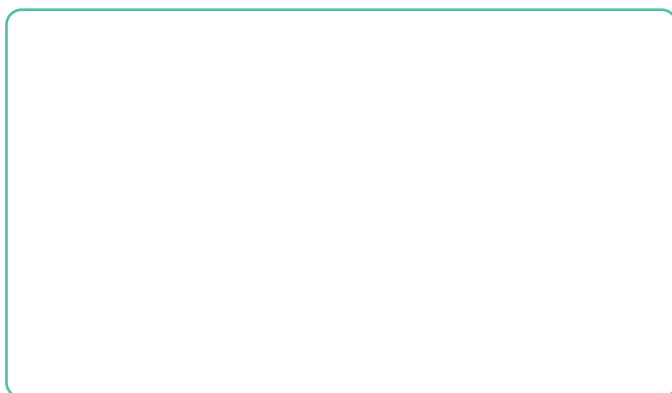
| Monto del salario mensual de un grupo de personas |            |
|---|------------|
| Monto en balboas                                  | Frecuencia |
| 0-500   | 4          |
| 500-1000  | 12         |
| 1000-1500   | 10         |
| 1500-2000   | 5          |
| 2000-2500   | 1          |
| 2500-3000   | 2          |
| <b>Total</b>                                      | <b>34</b>  |



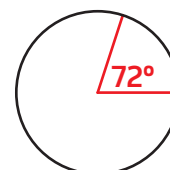
d. Gráfica circular

- Completa la columna de las frecuencias relativas.

| Distribución de 50 personas según tipo de película preferida |             |             |
|--|-------------|-------------|
| Tipo de película   | F. Absoluta | F. Relativa |
| Animadas   | 20          |             |
| Comedia  | 12          |             |
| Drama  | 8           |             |
| Acción   | 10          |             |
| <b>Total</b>   | <b>50</b>   |             |



Para construir la gráfica circular, dibuja primero un círculo con un compás. Luego, calcula el ángulo que debe tener cada sector con la siguiente fórmula:  $F. Relativa \times 3,6$ . Por ejemplo, el ángulo del sector correspondiente a las películas de acción sería:  $20 \times 3,6 = 72$ . Y se dibuja así:



**Cálculo de los ángulos**

- Animadas:
- Comedia:
- Drama:
- Acción:

## Medidas de tendencia central

### Media o promedio

#### Comprende

- Para **calcular la media** de un grupo de datos simples se suman todos los valores y se divide el total entre el número de datos.
- Si los datos están representados en tablas o gráficas se calcula así:
  - ◆ Multiplica cada valor por la frecuencia correspondiente y suma los productos.
  - ◆ Divide el resultado entre el número total de datos.

#### Resuelve

1. Calcula la media de cada grupo de datos. Usa calculadora.

a. **Edades de los integrantes de una banda de marcha**

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 25 | 22 | 20 | 18 | 30 |
| 26 | 15 | 20 | 24 | 38 |
| 35 | 33 | 27 | 28 | 19 |
| 20 | 25 | 31 | 30 | 20 |
| 36 | 22 | 18 | 16 | 29 |

Media: \_\_\_\_\_

b. **Horas diarias que estudian los estudiantes de sexto grado**

| Horas        | Estudiantes |
|--------------|-------------|
| 0,5          | 2           |
| 1            | 5           |
| 1,5          | 12          |
| 2            | 3           |
| <b>Total</b> | <b>22</b>   |

Media: \_\_\_\_\_

2. Los estudiantes de sexto grado participaron en una carrera. Cada uno de ellos anotó el tiempo que tardó en finalizarla: 3 min, 6 min, 5 min, 6 min, 7 min, 3 min, 6 min, 4 min. ¿Cuánto tiempo tardaron en promedio?

3. En un examen cinco estudiantes obtuvieron 4 de calificación, tres estudiantes obtuvieron 5 y dos estudiantes obtuvieron 3. ¿Cuál fue el promedio de las calificaciones?

## Mediana

### Comprende

- Para **calcular la mediana** de un grupo de datos simples se ordenan de menor a mayor y se ubica el dato central. Si es una cantidad par de datos, se suman los dos valores centrales y se divide entre 2.
- Si los datos están representados en tablas o gráficas se calcula así:
  - ◆ Calcula las frecuencias absolutas acumuladas.
  - ◆ Divide el total de datos entre 2 e identifica el primer valor cuya frecuencia acumulada supera al cociente anterior. Ese valor será la mediana.

### Resuelve

1. Calcula la mediana de cada grupo de datos.

a. **Edades de los integrantes de una banda de marcha**

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 25 | 22 | 20 | 18 | 30 |
| 26 | 15 | 20 | 24 | 38 |
| 35 | 33 | 27 | 28 | 19 |
| 20 | 25 | 31 | 30 | 20 |
| 36 | 22 | 18 | 16 | 29 |

Mediana: \_\_\_\_\_

b. **Horas diarias que estudian los estudiantes de sexto grado**

| Horas        | Estudiantes |
|--------------|-------------|
| 0,5          | 2           |
| 1            | 5           |
| 1,5          | 12          |
| 2            | 3           |
| <b>Total</b> | <b>22</b>   |

Mediana: \_\_\_\_\_

2. En un hospital se mide la estatura de ocho recién nacidos, obteniendo los siguientes datos: 47 cm, 51 cm, 48 cm, 52 cm, 53 cm, 48 cm, 50 cm, 51 cm. ¿Es correcto afirmar que la mitad de los bebés midió más de 50,5 cm?; ¿por qué?

3. En el grupo de sexto grado hay cinco estudiantes de 11 años, diez que tienen 12 años y dos que tienen 13 años. ¿Cuál es la mediana del grupo de datos?

## Moda

### Comprende

- Para **calcular la moda** de un grupo de datos simples se observa cuál es el que más se repite.
- Si los datos están representados en tablas o gráficas se observa a cuál le corresponde la mayor frecuencia.

### Resuelve

1. Calcula la moda de cada grupo de datos.

a. **Edades de los integrantes de una banda de marcha**

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 25 | 22 | 20 | 18 | 30 |
| 26 | 15 | 20 | 24 | 38 |
| 35 | 33 | 27 | 28 | 19 |
| 20 | 25 | 31 | 30 | 20 |
| 36 | 22 | 18 | 16 | 29 |

Moda: \_\_\_\_\_

b. **Horas diarias que estudian los estudiantes de sexto grado**

| Horas        | Estudiantes |
|--------------|-------------|
| 0,5          | 2           |
| 1            | 5           |
| 1,5          | 12          |
| 2            | 3           |
| <b>Total</b> | <b>22</b>   |

Moda: \_\_\_\_\_

2. Un profesor pregunta a sus estudiantes de qué color prefieren el birrete de graduación y obtiene la siguiente información: rojo, verde, rosado, rojo, café, azul, amarillo, morado, verde, rosado, café, rojo, azul, morado, azul, azul, verde, azul, rojo, café, verde, negro. ¿Qué color se debe elegir?; ¿por qué?



3. Un supermercado tiene en existencia las siguientes cantidades de jugos: 25 de manzana, 15 de pera, 5 de frutas, 35 de piña, 30 de melocotón y 20 de naranja. ¿Cuál es la moda en el sabor de jugo?

## Aplicación de las medidas de tendencia central

### Comprende

Si conoces el promedio de un grupo de datos, pero se desconoce uno de ellos, este se calcula planteando una ecuación:

- Utiliza una letra para el valor desconocido y plantea la ecuación con base en la fórmula para calcular el promedio y su valor dado. Luego, resuelve la ecuación.

Para calcular datos desconocidos si se tiene la mediana o la moda debes analizar los datos dados y proponer valores considerando que la moda debe ser el que más se repite y la mediana el valor central.

### Resuelve

1. Al tomar la temperatura a 15 personas para ingresar al cine se obtuvieron los datos de la tabla. Al llegar dos personas más, las frecuencias cambiaron de manera que la moda ahora era  $36^{\circ}\text{C}$ . Si esas dos temperaturas son distintas entre sí, ¿cuáles fueron las temperaturas de las últimas dos personas que llegaron?

| Temperatura          | Frecuencia |
|----------------------|------------|
| $35^{\circ}\text{C}$ | 6          |
| $36^{\circ}\text{C}$ | 6          |
| $37^{\circ}\text{C}$ | 5          |

2. Cinco de seis niños tienen las siguientes edades: 7 años, 4 años, 11 años, 6 años y 2 años. Si la media aritmética de la edad de los seis niños es 7, ¿cuál es la edad del niño faltante?
3. Durante 6 días de una semana, Dilan ahorró las siguientes cantidades de dinero: 25 ctv., 30 ctv., 50 ctv., 75 ctv., 45 ctv., 80 ctv. Si se sabe que la mediana de lo que ahorró en la semana completa es 50 ctv., ¿lo que ahorró el séptimo día fue más o menos de 50 ctv.? ¿por qué?



## Probabilidad

### Evento y suceso probabilístico

#### Comprende

Un **suceso simple o evento simple** es cada uno de los posibles resultados de un experimento.

Un **evento** puede estar compuesto por el acontecimiento de uno o varios sucesos.

#### Resuelve

1. Describa un experimento que se puede asociar a cada imagen y dos posibles eventos.

a.



Experimento:

---



---

Eventos:

---



---

b.



Experimento:

---



---

Eventos:

---



---

2. La maestra de sexto grado debe elegir a un representante de la clase para que cargue la bandera. Si en la clase hay 12 hombres y 10 mujeres, ¿cuántos sucesos distintos se pueden dar si elige el representante al azar?; ¿cuáles son dos eventos que se pueden definir?

3. En una canasta hay 5 manzanas verdes, 4 rojas y 3 amarillas. Si Vanesa toma una manzana sin mirar, ¿cuántos sucesos podrían ocurrir?; ¿cuáles son tres eventos que se pueden definir?

## Cálculo de la probabilidad

### Comprende

La **probabilidad de ocurrencia de un evento P(E)** corresponde a la razón entre la cantidad de sucesos simples a favor del evento y el total de sucesos simples posibles. Es decir:

$$P(E) = \frac{\text{Cantidad de sucesos a favor}}{\text{Total de sucesos simples posibles}}$$

Luego, esta razón se puede expresar en forma de porcentaje.

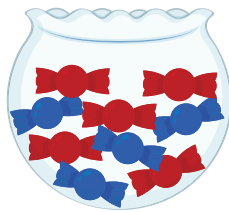
Los sucesos a favor de un evento son todos aquellos que permiten que el evento se cumpla.



### Resuelve

1. Calcula la probabilidad de cada evento según el experimento descrito.

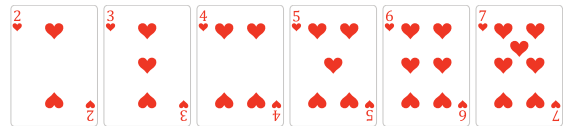
a. Tomar un caramelo sin mirar y observar su color.



Obtener un caramelo azul → \_\_\_\_\_

Obtener un caramelo rojo → \_\_\_\_\_

b. Extraer una carta de la baraja sin mirar y observar el número obtenido.



Sacar un número mayor que 1 → \_\_\_\_\_

Sacar el número 5 → \_\_\_\_\_

2. Mónica compró 2 tiquetes para una rifa. Si en total hay 100 números participantes, ¿cuál es el porcentaje de probabilidad que tiene Mónica de ganar el premio?

3. Keneth está jugando bingo y observa que solo le falta un número para llenar su cartón. Si en la tómbola aún quedan 5 bolitas, ¿qué porcentaje de ganar tiene Keneth con el siguiente número que salga?



# Panamática 6

Cuaderno de actividades

$a^n \times a^m = a^{n+m}$

km  $\xrightarrow{\times 10}$  hm  $\xrightarrow{\times 10}$  dam  $\xrightarrow{\times 10}$  m

$\uparrow +10$   $\uparrow +10$   $\uparrow +10$

$c^2 = a^2 + b^2$

$P = \pi \times d$   
 $P = 2 \cdot \pi \times r$

$\pi = 3,1416$

$+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$

De la mano con los Objetivos  
de Desarrollo Sostenible (ODS)