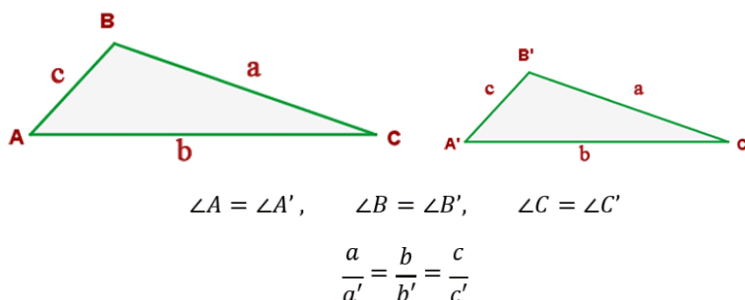


TEMA 10. SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Uno de los conceptos geométricos que suele crear cierta confusión es el de "semejanza". Posiblemente, dicha confusión se deba a que en el lenguaje cotidiano utilizamos el término "semejante" como sinónimo de "parecido". Pero, parecido ¿en qué?, ¿en tamaño?, ¿en forma?...

En matemáticas "dos figuras son semejantes cuando tienen la misma forma, pero distinto tamaño".

Dos triángulos se dicen ser semejantes si tienen la misma forma, aunque no necesariamente igual tamaño. Los lados homólogos de dos triángulos semejantes son aquellos que son adyacentes a cada uno de los ángulos congruentes, es decir son los lados correspondientes.



Los lados homólogos de los triángulos de la figura son: a y a' ; b y b' ; c y c' respectivamente. Los ángulos homólogos son: $\angle A$ y $\angle A'$; $\angle B$ y $\angle B'$; $\angle C$ y $\angle C'$ respectivamente.

Simbólicamente en matemáticas indicamos de la siguiente manera que dos triángulos son semejantes:

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

Que se lee: El triángulo ABC es semejante al triángulo $A'B'C'$.

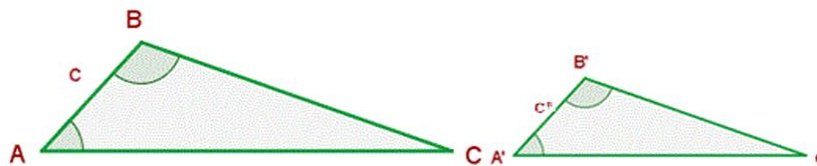
Para los triángulos tenemos los siguientes criterios que nos ayudan a determinar cuando éstos son semejantes:

Propiedades fundamentales

1. Criterio Angulo-Ángulo-Ángulo (AAA)

Dos triángulos son semejantes si sus ángulos correspondientes son iguales:





$$\angle A = \angle A'$$

$$\angle B = \angle B'$$

$$\text{Si } \angle A = \angle A' \text{ y } \angle B = \angle B' \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

2. Criterio Lado-Lado-Lado (LLL)

Dos triángulos son semejantes si la razón de sus lados correspondientes es constante. Dicho de otra forma, sus lados correspondientes son respectivamente proporcionales.

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

Si $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$

3. Criterio Lado-Ángulo-Lado (LAL)

Dos triángulos son semejantes si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es igual.



$$\angle B = \angle B'$$

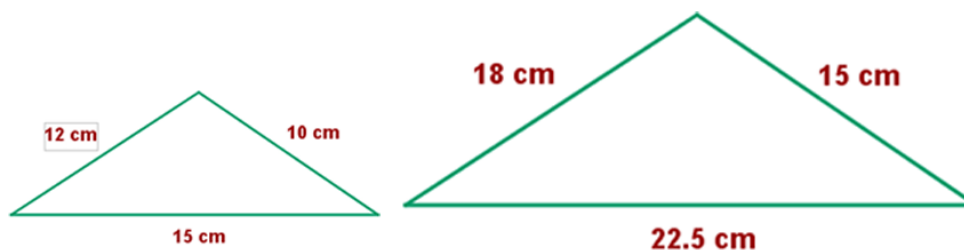
$$\frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$$

$$\text{Si } \angle B = \angle B' \text{ y } \frac{a}{a'} = \frac{c}{c'} \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

EJEMPLOS

1. Razona si son semejantes los siguientes triángulos:



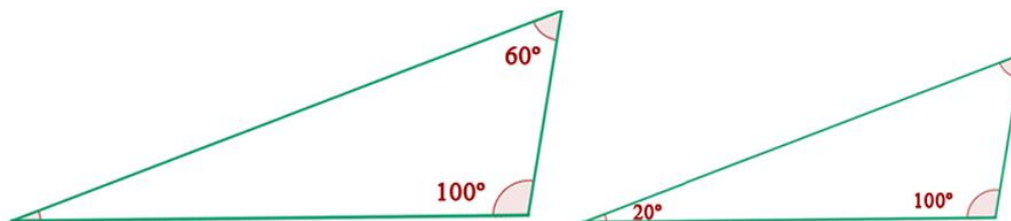
Solución:

$$\frac{12}{18} = \frac{10}{15} = \frac{15}{22,5}$$

$$0,667 = 0,667 = 0,667$$

Son **semejantes** porque tienen sus **3 lados proporcionales**.

2. Analice si los siguientes triángulos son semejantes:

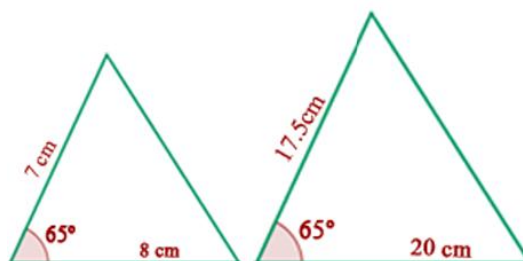


Solución:

$$180^\circ - 100^\circ - 60^\circ = 20^\circ$$

Son semejantes porque tienen dos ángulos iguales.

3. Analice si los siguientes triángulos son semejantes:



Solución:

$$\frac{7}{17,5} = \frac{8}{20} \text{ y } 65^\circ = 65^\circ$$

$$0,4 = 0,4 \text{ y } 65^\circ = 65^\circ$$

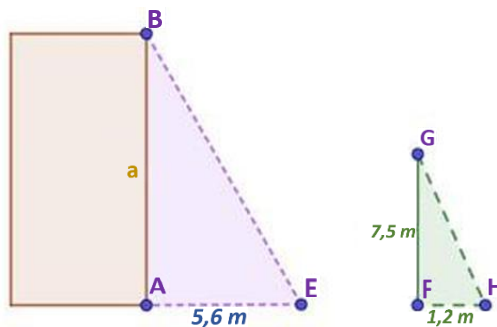
Son **semejantes** porque tienen **dos lados proporcionales** y un **ángulo igual**.



Guía de Aprendizaje de Matemática 10°- Bachillerato en Ciencias

El Mundo Maravilloso de la Matemática

4. Calcular la altura de un edificio que proyecta una sombra de 5,6 m en el mismo instante que un poste de 7,5m proyecta una sombra de 1,2 m.



$$\begin{aligned}\frac{a}{7,5} &= \frac{5,6}{1,2} \\ 1,2a &= 7,5 \cdot 5,6 \\ a &= \frac{42}{1,2} \\ a &= 35 \text{ metros}\end{aligned}$$

5. Determine si los triángulos de la imagen son semejantes (justifique su respuesta). Si hay semejanza determinar el valor de x.

B

Los triángulos son semejantes ya que tienen dos ángulos homólogos, además los lados opuestos al ángulo θ (correspondientes) son proporcionales. AB es proporcional a EF porque se oponen a θ y BC es correspondiente a DE por oponerse al ángulo α

$$\frac{15}{5} = \frac{9}{x}$$

$$15 \cdot x = 5 \cdot 9$$

$$x = \frac{45}{15}$$

$$x = 3$$

El valor del lado DE es 3 metros.

