

TEMA 9. PRIMER TEOREMA DE THALES

El primer teorema de Thales recoge uno de los postulados más básicos de la geometría, a saber, que:

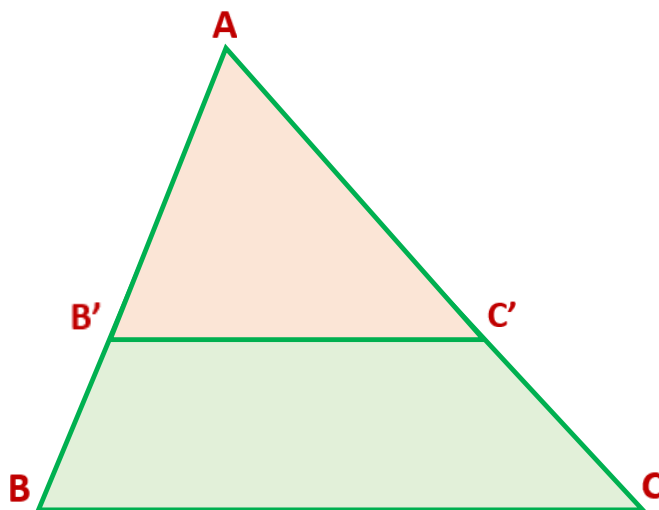
“Si en un triángulo se traza una línea paralela a cualquiera de sus lados, se obtienen dos triángulos semejantes.”

Entonces, veamos el primer Teorema de Tales en un triángulo:

Dado un triángulo ABC, si se traza un segmento paralelo, B'C', a uno de los lados del triángulo, se obtiene otro triángulo AB'C', cuyos lados son proporcionales a los del triángulo ABC.

Lo que se traduce en la fórmula:

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'}$$



Ejemplo 3: En el triángulo, hallar las medidas de los segmentos **a** y **b**.

Solución:

Aplicamos la fórmula, y tenemos:

$$\frac{4}{2} = \frac{a}{4} \quad a = 8 \text{ cm}$$

$$\frac{4}{2} = \frac{6}{b} \quad b = 3 \text{ cm}$$

Como vemos, la principal aplicación del teorema, y la razón de su fama, se deriva del establecimiento de la condición de semejanza de triángulos, a raíz de la cual se obtiene el siguiente corolario.



Guía de Aprendizaje de Matemática 10°- Bachillerato en Ciencias

El Mundo Maravilloso de la Matemática

- Principios de Proporcionalidad

Corolario

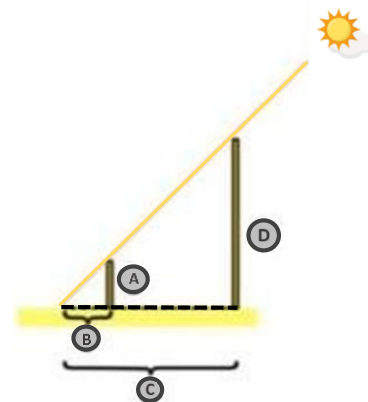
Al establecer la existencia de una relación de semejanza entre ambos triángulos se deduce la necesaria proporcionalidad entre sus lados. Ello significa que la razón entre la longitud de dos de ellos en un triángulo se mantiene constante en el otro.

Por ejemplo, en la figura se observan dos triángulos que, en virtud del Teorema de Tales, son semejantes. Entonces, como corolario, el cociente entre los lados A y B del triángulo pequeño es el mismo que el cociente entre los lados D y C en el triángulo grande.

En virtud del teorema de Tales, ambos triángulos son semejantes y se cumple que:

$$\frac{A}{B} = \frac{D}{C}$$

Este corolario es la base de la geometría descriptiva. Su utilidad es evidente; según Heródoto, el propio Tales empleó el corolario de su teorema para medir la altura de la pirámide de Keops en Egipto.



Revisa la siguiente dirección para que compruebes el Teorema de Tales:

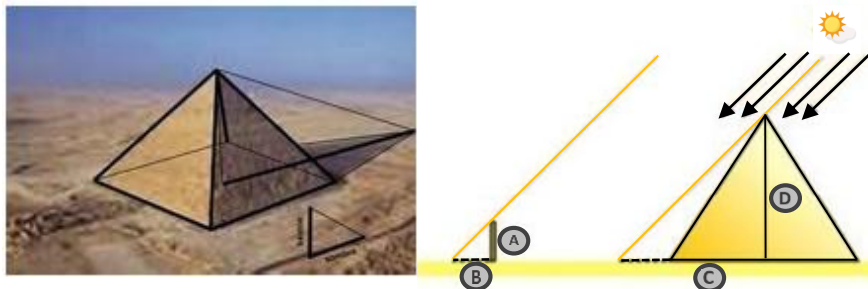
https://www.edu.xunta.gal/espazoAbalar/sites/espazoAbalar/files/datos/1491478128/contenido/ud7_proporcionalidad_geometrica_y_teorema_Thales/21_problema_inicial.html



PARA SABER MÁS...

La leyenda de Tales y las pirámides

Según la leyenda (relatada por **Plutarco**), Tales de Mileto en un viaje a Egipto, visitó las pirámides de Guiza (Keops, Kefrén y Micerinos), construidas varios siglos antes. Admirado ante tan portentosos monumentos, quiso saber su altura. La leyenda dice que solucionó el problema aprovechando la semejanza de triángulos (**y bajo la suposición de que los rayos solares incidentes eran paralelos**).



Así, estableció una relación de semejanza (Primer teorema de Tales) entre dos triángulos rectángulos, los que se grafican en la figura superior. Por un lado, el que tiene por catetos (**C y D**) a la longitud de la sombra de la pirámide (C, conocida) y la longitud de su altura (D, desconocida), y por otro lado, valiéndose de una vara (**clavada en el suelo de modo perfectamente vertical**) otro cuyos catetos conocidos (**A y B**) son, la longitud de la vara (A) y la longitud de su sombra (B). Como en triángulos semejantes, se cumple que $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ por lo tanto la altura de la pirámide es $D = \frac{AC}{B}$, con lo cual resolvió el problema.

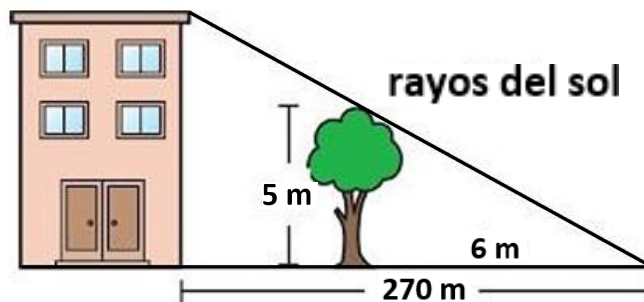
- **Aplicaciones del Primer Teorema de Tales**

El método de Tales tiene una enorme utilidad, puesto que lo podemos emplear para averiguar la altura de cualquier objeto que sea muy grande. Sirve para calcular alturas de edificios teniendo referencias de otros elementos que, sí que nos es fácil medir, como por ejemplo un árbol y ayudándonos en los rayos del sol, las proyecciones de sombra.



Ejemplo 4: Calcule la altura de un edificio

Solución:



Escribimos la proporción:

$$\frac{6}{5} = \frac{270}{h}$$

(Siendo h la altura del edificio)

Y resolvemos la proporción:

$$\begin{aligned} 6x &= 270 * 5 \\ &1350 \\ x &= \frac{1350}{6} \\ x &= 225 \end{aligned}$$

Ejemplo 5: El siguiente esquema nos permite ver cómo Tales calculó la altura de la pirámide clavando su bastón en la arena.

Solución:

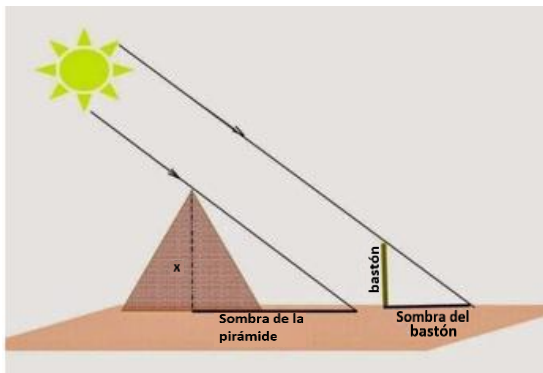
La sombra es la región donde no dan los rayos del sol. Se supone que los rayos que inciden en la pirámide y en el bastón son paralelos (consecuencia de la gran distancia que separa al Sol de la Tierra) y el bastón está clavado perpendicularmente al suelo. De esta forma, los ángulos de los dos triángulos que observamos en la figura son iguales entre sí y, por tanto, dichos triángulos son semejantes. En dos triángulos semejantes, se cumple que sus lados homólogos son proporcionales. En nuestro caso, se cumple que:

$$\frac{\text{Sombra de la pirámide}}{\text{Sombra del bastón}} = \frac{\text{Altura de la pirámide}}{\text{Altura del bastón}}$$

Supongamos ahora que, a una hora determinada del día, la sombra de la pirámide medía 280 metros, la sombra del bastón medía 2,87 metros y dicho bastón era de 1,5 metros.



Según lo que hemos visto antes, tendríamos que:



$$\frac{280m}{2,87m} = \frac{\text{Altura de la pirámide}}{1,5m}$$

De donde obtenemos:

$$\begin{aligned} \text{Altura de la pirámide} &= \frac{280m \cdot 1,5m}{2,87m} \\ &= 146,34m \end{aligned}$$

Que **146,34m** es el valor aproximado que tenía la pirámide de Keops en la antigüedad (actualmente 136,86 m).

Ejemplo 6: Calcula los valores de los segmentos que faltan:

Solución:

Observamos que faltan el segmento «x» y el segmento «y».

Aplicando la relación de Tales tenemos:

$$\frac{12\text{ cm}}{30\text{ cm}} = \frac{7\text{ cm}}{x}$$

Despejamos al segmento «x».

$$x = \frac{7}{12\text{ cm}} (30\text{ cm})$$

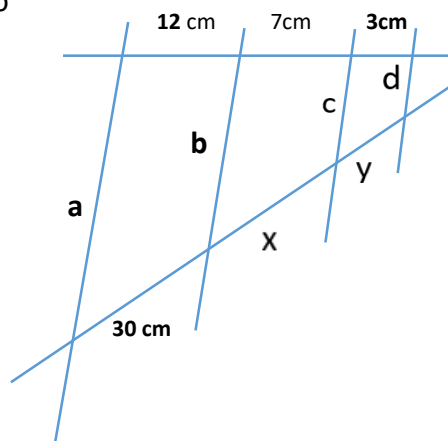
$$x = 17,5\text{ cm}$$

Ahora procedemos a calcular el segmento «y».

$$\frac{12\text{ cm}}{30\text{ cm}} = \frac{3\text{ cm}}{y}$$

$$y = \frac{3}{12\text{ cm}} (30\text{ cm})$$

$$y = 7,5\text{ cm}$$



Por tanto, hemos encontrado los valores de x e y .

