

Lección 5. División entre fracciones

5.1. Repasa tus conocimientos

1. Escribe el recíproco de cada número.

a. $\frac{7}{8} \rightarrow$ _____

b. $1\frac{2}{5} \rightarrow$ _____

c. $\frac{1}{3} \rightarrow$ _____

d. $6 \rightarrow$ _____

2. Anota el resultado de las siguientes divisiones.

a. $\frac{3}{4} \div 1 =$ _____

b. $2\frac{1}{2} \div 1 =$ _____

c. $\frac{6}{5} \div 1 =$ _____

d. $5\frac{2}{7} \div 1 =$ _____

Cualquier número dividido entre 1 da como resultado el mismo número.

Por ejemplo:

$+ 4 \div 1 = 4$

$+ \frac{5}{3} \div 1 = \frac{5}{3}$

$+ 0,5 \div 1 = 0,5$



3. Escribe en los recuadros los datos faltantes para comprobar la propiedad de la división.

a. $6 \div 3 = 2$
 $\downarrow \times \square \quad \downarrow \times \square \quad \uparrow$
 $60 \div 30 = 2$

b. $45 \div 9 = 5$
 $\downarrow \times 2 \quad \downarrow \times 2 \quad \uparrow$
 $\square \div \square = \square$

c. $63 \div 9 = 7$
 $\downarrow \times \frac{1}{9} \quad \downarrow \times \frac{1}{9} \quad \uparrow$
 $\square \div \square = \square$

d. $27 \div \square = \square$
 $\downarrow \times \square \quad \downarrow \times \square \quad \uparrow$
 $81 \div 9 = \square$

En una división, al multiplicar el dividendo y el divisor por un mismo número, distinto de cero, el resultado no cambia.

Por ejemplo:

$12 \div 3 = 4$ $2400 \div 300 = 8$
 $\downarrow \times 5 \quad \downarrow \times 5 \quad \uparrow$ $\downarrow \times \frac{1}{100} \quad \downarrow \times \frac{1}{100} \quad \uparrow$
 $60 \div 15 = 4$ $24 \div 3 = 8$

Observa que la división c se ha transformado en otra donde el divisor es 1.



5.2. División de la unidad entre una fracción

A. Analiza

¿Cuál es el resultado de la división $1 \div \frac{2}{5}$?

B. Soluciona

Multiplica ambos términos de la división para obtener una división entre uno. Se multiplica el dividendo y el divisor por el recíproco de $\frac{2}{5}$, o sea, $\frac{5}{2}$:

$$\begin{array}{r} 1 \div \frac{2}{5} = \frac{5}{2} \\ \downarrow \times \frac{5}{2} \quad \downarrow \times \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} \div 1 = \frac{5}{2} \end{array}$$

R: $1 \div \frac{2}{5} = \frac{5}{2}$

C. Comprende

El resultado de **dividir la unidad entre una fracción** es igual al recíproco de la fracción. Se representa así:

$$1 \div \frac{a}{b} = \frac{b}{a}, \text{ donde } a \text{ y } b \text{ son números naturales.}$$

Por ejemplo: $1 \div \frac{3}{11} = \frac{11}{3}$.

D. Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones.

a. $1 \div \frac{2}{3} =$

b. $1 \div \frac{3}{5} =$

c. $1 \div \frac{2}{7} =$

d. $1 \div \frac{4}{9} =$

e. $1 \div \frac{5}{14} =$

f. $1 \div \frac{13}{100} =$

2. Un litro de agua se reparte en botellas de $\frac{2}{4}$ L de capacidad. ¿Cuántas botellas se obtienen?

Recuerda

Un número multiplicado por su recíproco siempre da 1.

Piensa qué número debe multiplicarse por el dividendo y por el divisor para que el nuevo divisor sea 1.

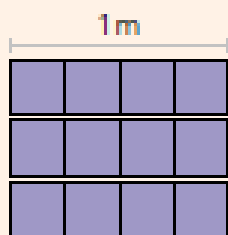


5.3. División de números naturales entre fracciones

¿Qué pasaría?



Para resolver gráficamente la primera situación, se podrían dibujar 3 unidades de manera que cada una represente 1 m. Luego, se divide cada una en cuartos para observar cuántos trozos se obtienen.



De esta manera se observa que se obtienen 12 trozos.

Recuerda



Para multiplicar números naturales por fracciones, multiplica el número natural por el numerador y deja el mismo denominador.

A. Analiza

Ana tiene dos cintas, una de 3 m de longitud que cortará en cintas más pequeñas de $\frac{1}{4}$ m, y otra de 4 m de longitud que cortará en cintas más pequeñas de $\frac{2}{5}$ m.

¿Cuántas cintas pequeñas obtendrá en cada caso?

B. Soluciona

a. O: $3 \div \frac{1}{4}$

Utiliza la propiedad de la división y multiplica el dividendo y el divisor por 4 para obtener una operación equivalente que ya sepas resolver.

$$\begin{array}{r} 3 \div \frac{1}{4} \\ \downarrow \times 4 \quad \downarrow \times 4 \\ 12 \div 1 = 12 \end{array}$$

Observa que $3 \div \frac{1}{4} = 3 \times 4$.

R: Ana obtendrá 12 cintas de $\frac{1}{4}$ m.

Observa que la división se podría escribir así:
 $(3 \times 4) \div 1$



b. O: $4 \div \frac{2}{5}$

Multiplica el dividendo y el divisor por el recíproco de $\frac{2}{5}$ para obtener una operación equivalente que ya sepas resolver.

$$\begin{array}{r} 4 \div \frac{2}{5} \\ \downarrow \times \frac{5}{2} \quad \downarrow \times \frac{5}{2} \\ 10 \div 1 = 10 \end{array}$$

Observa que $4 \div \frac{2}{5} = 4 \times \frac{5}{2}$.

R: Ana obtendrá 10 cintas de $\frac{2}{5}$ m.

Observa que la división se podría escribir así:
 $(4 \times 5) \div 2$



5.4. División de fracciones entre fracciones

Recuerda

Para multiplicar fracciones, se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores entre sí. Se simplifica antes siempre que sea posible.

Observa que la división entre 1 no se considera, pues el resultado siempre será el mismo dividendo.



¿Qué pasaría?

Si en la pregunta **b** se representa la cantidad de cintas como número mixto, es posible dar una mejor interpretación a la respuesta.

$$\frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$$

Es decir, se pueden obtener 2 trozos y $\frac{2}{3}$ de otro.

A. Analiza

- ¿Cuántas cintas pequeñas de $\frac{3}{8}$ m se pueden obtener de una cinta de $\frac{3}{4}$ m?
- ¿Cuántas cintas pequeñas de $\frac{3}{10}$ m se pueden obtener de una cinta de $\frac{4}{5}$ m?

B. Soluciona

a. O: $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$

Utiliza la propiedad de la división y multiplica el dividendo y el divisor por $\frac{8}{3}$ para obtener una división equivalente que ya sepas resolver.

$$\begin{array}{ccc} \frac{3}{4} & \div & \frac{3}{8} \\ \downarrow \times \frac{8}{3} & & \downarrow \times \frac{8}{3} \\ \frac{3}{4} \times \frac{8}{3} & \div & 1 = 2 \end{array} \rightarrow \text{Se multiplica por el recíproco para obtener 1.}$$

Observa que $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{3}$.

R: Se pueden obtener 2 cintas de $\frac{3}{8}$ m.

b. O: $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10}$

Multiplica por el recíproco de $\frac{3}{10}$ para obtener una operación equivalente que ya sepas resolver.

$$\begin{array}{ccc} \frac{4}{5} & \div & \frac{3}{10} \\ \downarrow \times \frac{10}{3} & & \downarrow \times \frac{10}{3} \\ \frac{4}{5} \times \frac{10}{3} & \div & 1 = \frac{8}{3} \end{array} \rightarrow \text{Se multiplica por el recíproco para obtener 1.}$$

Observa que $\frac{4}{5} \div \frac{3}{10} = \frac{4}{5} \times \frac{10}{3}$.

R: Se pueden obtener $\frac{8}{3}$ de cinta de $\frac{10}{3}$ m.

C. Comprende

En general, **dividir una fracción entre otra fracción** equivale a multiplicar el dividendo por el recíproco del divisor. Se representa así:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}, \text{ donde } a, b, c \text{ y } d \text{ son números naturales.}$$

Observa cómo se hace

Calcula $\frac{4}{7} \div \frac{2}{3}$.

$$\rightarrow \frac{4}{7} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{7} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{4 \times 3}{7 \times 2} \rightarrow \text{Se multiplica por el recíproco del divisor.}$$

$$= \frac{2 \times 3}{7 \times 1} \rightarrow \text{Se simplifica.}$$

$$= \frac{6}{7} \rightarrow \text{Se resuelve.}$$

El método para dividir fracciones también puede verse como una multiplicación en cruz.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a \times d}{b \times c}$$



D. Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones con fracciones.

a. $\frac{3}{5} \div \frac{3}{10}$

b. $\frac{3}{4} \div \frac{5}{8}$

c. $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7}$

d. $\frac{6}{7} \div \frac{5}{3}$

e. $4 \div \frac{5}{3}$

f. $\frac{3}{8} \div 2$

g. $\frac{1}{4} \div \frac{5}{6}$

El procedimiento para dividir fracciones se puede aplicar en general en todos los casos. Recuerda incluso que un número natural se puede expresar como fracción.



2. Si $\frac{4}{5}$ L de jugo se reparten en vasos de $\frac{2}{15}$ L de capacidad, ¿cuántos vasos se obtienen?

5.5. División con números mixtos

A. Analiza



Una ambulancia tiene que atender una emergencia a $13\frac{1}{2}$ km de distancia del hospital. Si recorre $1\frac{1}{2}$ km por minuto, ¿cuántos minutos tardará en llegar?

¿Sabías que...?



Los números mixtos se usan para expresar las dimensiones de artículos de construcción. Por ejemplo, un tubo para desagüe puede tener un ancho de $2\frac{1}{2}$ pulg.

B. Soluciona

Si calculas cuántos $1\frac{1}{2}$ hay en $13\frac{1}{2}$, eso te dará los minutos que tardará en llegar la ambulancia.

$$O: 13\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$$

→ Para calcular el resultado de la división, se convierten los números mixtos en fracciones impropias.

$$13\frac{1}{2} = \frac{27}{2}$$

$$1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

→ Se reemplazan los números mixtos por las fracciones impropias y se resuelve.

$$\begin{aligned} 13\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2} &= \frac{27}{2} \div \frac{3}{2} \\ &= \frac{27}{2} \times \frac{2}{3} \rightarrow \text{Se multiplica por el recíproco del divisor.} \\ &= \frac{9}{1} \times \frac{1}{1} \rightarrow \text{Se simplifica.} \\ &= \frac{9}{1} = 9 \end{aligned}$$

R: Tardará 9 minutos en llegar.

C. Comprende

Para **dividir números mixtos**, se convierten estos a fracciones impropias y se utiliza el procedimiento estudiado para dividir fracciones.

Si el resultado de la división es una fracción impropia, puede expresarse como número mixto.

Observa cómo se hace

Calcula la siguiente operación: $2\frac{2}{3} \div 2\frac{2}{5}$

→ Se convierten los números mixtos a fracción.

$$2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$2\frac{2}{5} = \frac{12}{5}$$

→ Se reemplazan y se resuelve.

$$\frac{8}{3} \div \frac{12}{5} = \frac{8}{3} \times \frac{5}{12}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} \rightarrow \text{Se multiplica por el recíproco del divisor.}$$

$$= \frac{10}{9} \rightarrow \text{Se simplifica.}$$

$$= 1\frac{1}{9} \rightarrow \text{Se expresa como número mixto.}$$

D. Resuelve

1. Resuelve las siguientes divisiones.

a. $2\frac{1}{2} \div \frac{1}{3}$

b. $3\frac{4}{7} \div \frac{1}{7}$

c. $7 \div 2\frac{4}{5}$

2. Se quieren repartir los $1\frac{1}{3}$ L de una botella de perfume en frascos de $\frac{1}{9}$ L de capacidad. ¿Cuántos frascos se pueden llenar?

3. ¿Cuántos balboas vale 1 m de alambre, si $5\frac{1}{3}$ m valen $8\frac{1}{2}$ balboas?

Desafíate

1. Sofia compró $1\frac{1}{4}$ kg de pasitas y $2\frac{3}{5}$ de maní. Si separó las pasitas en 5 paquetes y el maní en 13, ¿es más pesado un paquete de pasitas o uno de maní?

¿Sabías que...?

El escritor ruso León Tolstói dijo algo muy interesante relacionado con las fracciones: *Una persona es como una fracción cuyo numerador corresponde a lo que es, y el denominador, a lo que cree ser. Cuanto mayor es el denominador, más pequeño es el valor de la fracción.*

En fracciones con igual numerador, es mayor la que tiene el menor denominador.



5.6. Practica lo aprendido

1. Resuelve las operaciones.

a. $1 \div \frac{1}{7}$

b. $1 \div \frac{5}{9}$

c. $1 \div \frac{10}{7}$

d. $3 \div \frac{1}{5}$

e. $4 \div \frac{2}{3}$

f. $\frac{3}{7} \div \frac{1}{5}$

g. $\frac{5}{8} \div \frac{10}{11}$

h. $1\frac{1}{6} \div \frac{5}{14}$

i. $1\frac{7}{9} \div 1\frac{1}{3}$

Soluciona problemas

2. Andrés compró 5 libras de clavos y los quiere repartir en grupos de $\frac{1}{3}$ libras cada uno. ¿Cuántos grupos de $\frac{1}{3}$ libras obtendrá?

3. Marta pinta $2\frac{1}{2} \text{ m}^2$ de una pared con $\frac{1}{4}$ de galón de pintura. ¿Cuántos metros cuadrados pintará con 1 galón de pintura?

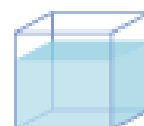
4. Un vehículo consume $\frac{5}{24}$ de un galón de combustible para recorrer $6\frac{1}{4} \text{ km}$. ¿Cuántos kilómetros recorre con 1 galón de combustible?

En los problemas 3 y 4, considera que al dividir el total cubierto o recorrido entre la cantidad de pintura o gasolina usada respectivamente, se obtiene lo que se abarca con una unidad.



Desafíate

1. Con 65 L de agua se llenan $\frac{5}{7}$ de un recipiente con forma de prisma. ¿Con cuántos litros de agua se llena el recipiente completo?



Lección 6. Operaciones combinadas

6.1. Suma y resta de fracciones

A. Analiza

Calcula la suma: $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$

B. Soluciona

Para realizar la suma, homogeneiza todas las fracciones.

→ El m. c. m. de 5, 3 y 2 es 30. Entonces, se determinan las fracciones equivalentes con denominador 30.

$$\frac{1}{5} = \frac{6}{30}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{10}{30}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{15}{30}$$

→ Las fracciones homogéneas de $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ son $\frac{6}{30}$, $\frac{10}{30}$ y $\frac{15}{30}$, respectivamente.

→ Suma las fracciones homogéneas:

$$\begin{aligned} &= \frac{6}{30} + \frac{10}{30} + \frac{15}{30} \\ &= \frac{31}{30} = 1\frac{1}{30} \end{aligned}$$

$$\text{R: } \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{30}$$

C. Comprende

Para sumar tres fracciones heterogéneas:

- Se homogeneizan las fracciones.
- Se resuelve asociando de izquierda a derecha o de derecha a izquierda.

Para restar tres fracciones heterogéneas:

- Se homogeneizan las fracciones.
- Se resuelve en orden de izquierda a derecha.

Recuerda

Al sumar fracciones homogéneas, se suman los numeradores y se escribe el mismo denominador, simplificando el resultado de ser posible.

Para sumar, se puede aplicar la propiedad asociativa, pero para restar, no.



¿Qué pasaría?



Si se resuelve la resta de derecha a izquierda, contrario a lo indicado, se obtiene un resultado incorrecto.

Observa cómo se hace

Realiza la resta $2\frac{7}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4}$

- Se homogeneizan las tres fracciones.
 - El m. c. m. de los denominadores 9, 6 y 4 es 36.
 - Se calculan las fracciones equivalentes con denominador 36.

$$\frac{7}{9} = \frac{28}{36}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{6}{36}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{9}{36}$$

- Las fracciones homogéneas de $\frac{7}{9}$, $\frac{1}{6}$ y $\frac{1}{4}$ son: $\frac{28}{36}$, $\frac{6}{36}$ y $\frac{9}{36}$

- Se restan las fracciones homogéneas de izquierda a derecha:

$$\begin{aligned} 2\frac{28}{36} - \frac{6}{36} - \frac{9}{36} &= \\ 2\frac{22}{36} - \frac{9}{36} &= \\ 2\frac{13}{36} & \end{aligned}$$

$$R: 2\frac{7}{9} - \frac{1}{6} - \frac{1}{4} = 2\frac{13}{36}$$

D. Resuelve

1. Efectúa las operaciones y simplifica los resultados.

a. $\frac{5}{6} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8}$

b. $\frac{1}{6} + \frac{2}{9} + \frac{5}{12}$

c. $1\frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \frac{10}{21}$

d. $\frac{2}{3} - \frac{1}{6} - \frac{2}{9}$

e. $5\frac{6}{7} - \frac{1}{2} - \frac{1}{14}$

f. $1\frac{3}{4} - \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$

2. Por la mañana, Carlos bebió $\frac{3}{8}$ de un litro de agua; al mediodía, $\frac{2}{3}$ de litro, y por la noche, $\frac{3}{4}$ de litro, ¿qué cantidad de agua bebió en todo el día?



6.2. Suma y resta combinada de fracciones

A. Analiza

Julia tiene $3\frac{5}{8}$ litros de jugo, le regala $\frac{5}{6}$ litros a Carlos y $\frac{3}{4}$ litros a José. ¿Cuántos litros de jugo le quedan a Julia?

B. Soluciona

Para resolver el problema se plantea la siguiente operación:

$$\begin{array}{ccc} \text{Cantidad de} & & \text{Cantidad de} \\ \text{litros de jugo que} & \leftarrow \boxed{3\frac{5}{8}} - \boxed{\left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right)} \rightarrow & \text{litros de jugo que} \\ \text{tiene Julia.} & & \text{regaló Julia.} \end{array}$$

Observa cómo se resuelve la operación:

$$3\frac{5}{8} - \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) = 3\frac{5}{8} - \left(\frac{10}{12} + \frac{9}{12}\right) \rightarrow$$

$$= 3\frac{5}{8} - \left(\frac{19}{12}\right) \rightarrow$$

$$= 3\frac{5}{8} - 1\frac{7}{12} \rightarrow$$

$$= 3\frac{15}{24} - 1\frac{14}{24} = 2\frac{1}{24} \rightarrow \text{Realiza la resta.}$$

Primero realiza la operación del paréntesis, por lo que se homogeneizan las fracciones $\frac{5}{6}$ y $\frac{3}{4}$, y se realiza la suma.

Como la fracción resultante es impropia, se convierte en un número mixto.

Efectúa la resta de números mixtos. Para ello, homogeneiza las partes fraccionarias.

R: A Julia le quedan $2\frac{1}{24}$ litros de jugo.

C. Comprende

Para realizar sumas y restas combinadas de fracciones, se siguen estos pasos:

1. Realiza la operación que está dentro del paréntesis.
2. Realiza las operaciones en orden de izquierda a derecha.

Recuerda homogeneizar cuando las fracciones por operar son heterogéneas.

Desarrollo sostenible

Compartir con los demás cuando tenemos la posibilidad de hacerlo genera una mejor sociedad, menos consumista y más empática. Tenemos empatía cuando entendemos las emociones de otras personas.

Recuerda convertir las fracciones impropias en números mixtos.



¿Qué pasaría?



¿Cómo se efectúa la operación

$$3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} - \frac{1}{5}?$$

Se homogeneizan los denominadores y se resuelven las operaciones en orden de izquierda a derecha:

$$3\frac{10}{20} + 2\frac{5}{20} - \frac{4}{20} =$$

$$5\frac{15}{20} - \frac{4}{20} =$$

$$5\frac{11}{20}$$

Observa cómo se hace

Calcula lo siguiente: $\frac{7}{10} + \left(4\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)$:

→ Se resuelve la operación que está dentro del paréntesis. Como son fracciones heterogéneas, se homogeneizan para poder restar:

$$\begin{aligned}\frac{7}{10} + \left(4\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) &= \frac{7}{10} + \left(4\frac{3}{6} - \frac{1}{6}\right) \rightarrow \text{Se realiza la resta.} \\ &= \frac{7}{10} + \left(4\frac{2}{6}\right)\end{aligned}$$

→ Se resuelve la operación resultante homogeneizando las fracciones heterogéneas:

$$\frac{7}{10} + \left(4\frac{2}{6}\right) = \frac{21}{30} + 4\frac{10}{30} = 4\frac{31}{30} \rightarrow \text{Se realiza la suma.}$$

Como en la parte fraccionaria del resultado se obtiene una fracción impropia, se convierte a número mixto.

$$4 + \frac{31}{30} = 4 + 1\frac{1}{30} = 5\frac{1}{30}$$

Por lo tanto, $\frac{7}{10} + \left(4\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right) = 5\frac{1}{30}$

D. Resuelve

1. Efectúa las operaciones y expresa el resultado en fracción propia o número mixto.

a. $5\frac{3}{4} - \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{8}\right)$ b. $\frac{5}{6} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right)$ c. $2\frac{2}{3} + 1\frac{3}{5} - \frac{2}{15}$

d. $4\frac{7}{8} + 2\frac{2}{3} - 1\frac{3}{4}$ e. $\left(1\frac{4}{7} - \frac{1}{8}\right) + \frac{5}{8}$ f. $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{10}$

Desafiate

1. Fernanda vende dulces, por lo que compró 5 kg de harina la semana pasada. El lunes usó $2\frac{2}{3}$ kg para preparar mantecados, y el martes, $\frac{5}{6}$ kg para unas orejas. ¿Qué cantidad de harina le quedó?



6.3. Suma o resta de fracciones y números decimales

A. Analiza

Antonio y Daniela recorren primero $\frac{1}{4}$ km y luego 0,2 km. ¿Cuántos kilómetros recorren en total?

B. Soluciona

Expresa ambas distancias en la misma notación, para luego sumarlas. Se pueden utilizar dos estrategias.

Estrategia I: Expresar ambas distancias en fracción.

Se convierte 0,2 a fracción.

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Se suman las distancias.

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} + 0,2 &= \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \\ &= \frac{5}{20} + \frac{4}{20} \quad \leftarrow \text{Se homogeneizan.} \\ &= \frac{9}{20} \quad \leftarrow \text{Se suman los numeradores} \\ &\quad \text{y se mantiene el denominador.}\end{aligned}$$

Estrategia II: Expresar ambas distancias en decimal.

Se convierte $\frac{1}{4}$ a decimal.

$$\frac{1}{4} = 0,25 \quad \leftarrow \text{Se resuelve } 1 \div 4.$$

Se suman las distancias.

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} + 0,2 &= 0,25 + 0,2 \\ &= 0,45\end{aligned}$$

C. Comprende

Para sumar o restar fracciones y números decimales se puede convertir todo a fracción o todo a número decimal, según convenga. En el caso de números decimales de periodo infinito se debe trabajar siempre con su forma fraccionaria.

Homogeneizar dos o más fracciones es expresarlas como fracciones equivalentes a las dadas, pero que sean homogéneas (igual denominador).



Recuerda

En un número decimal de periodo infinito, la parte decimal es una repetición de números que no se acaba. Por ejemplo:

5,22222...

0,151515...

Recuerda



Cuando en una división el dividendo es menor que el divisor, se agrega un cero al dividendo y se coloca 0 en el cociente para iniciar el procedimiento de división. Por ejemplo, para resolver $3 \div 4$.

$$30 \div 4 = 0,$$

Observa cómo se hace

- a. Calcula $\frac{3}{4} - 0,65$ convirtiendo 0,65 a fracción.

$$0,65 = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$$

$$\frac{3}{4} - 0,65 = \frac{3}{4} - \frac{13}{20} \quad \leftarrow \text{ Se cambia el decimal por la fracción.}$$

$$= \frac{15}{20} - \frac{13}{20} \quad \leftarrow \text{ Se homogeneizan.}$$

$$= \frac{2}{20} \quad \leftarrow \text{ Se resta.}$$

$$= \frac{1}{10} \quad \leftarrow \text{ Se simplifica.}$$

- b. Calcula $\frac{3}{4} - 0,65$ convirtiendo $\frac{3}{4}$ a número decimal.

$$3 \div 4 = 0,75$$

$$\frac{3}{4} - 0,65 = 0,75 - 0,65 \quad \leftarrow \text{ Se cambia la fracción por el decimal.}$$

$$= 0,1 \quad \leftarrow \text{ Se resta.}$$

D. Resuelve

1. Convierte a fracción y resuelve.

a. $0,6 + \frac{1}{5}$

b. $\frac{2}{5} - 0,25$

c. $1,8 + 1\frac{1}{2}$

2. Convierte a decimal y resuelve.

a. $\frac{5}{4} - 1,2$

b. $2,12 - 2\frac{1}{10}$

c. $\frac{3}{5} + 0,4$

3. Javier compró las cantidades de productos que se indican en las imágenes.

- a. ¿Cuántos kilogramos más compró de zanahoria que de papa?

- b. ¿Cuántos kilogramos compró en total?



6.4. Multiplicación o división de fracciones y números decimales

A. Analiza

Adriana compró un rollo de cinta como el de la imagen. Si para hacer un lazo necesita 0,5 m de cinta, ¿cuántos lazos completos podrá elaborar?



B. Soluciona

Para resolver es necesario expresar ambas longitudes en forma fraccionaria y luego dividir.

→ Se convierte $5\frac{1}{4}$ y 0,5 a fracción.

$$5\frac{1}{4} = \frac{21}{4}$$

$$0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

→ Se divide la longitud de la cinta completa entre lo que se requiere para cada lazo.

$$5\frac{1}{4} \div \frac{1}{2} = \frac{21}{4} \div \frac{1}{2} \rightarrow \text{Se cambian los números por las fracciones.}$$

$$= \frac{21}{\cancel{4}^2} \times \cancel{2}^1 \rightarrow \text{Se multiplica por el recíproco.}$$

$$= \frac{21}{2} \rightarrow \text{Se simplifica.}$$

$$= 10\frac{1}{2} \rightarrow \text{Se expresa como número mixto.}$$

Es necesario convertir el resultado a número mixto para interpretar adecuadamente la respuesta.

El resultado anterior representa 10 lazos y medio.

R: Adriana podrá elaborar 10 lazos completos.



C. Comprende

Para **multiplicar o dividir fracciones y números decimales**, sigue estos pasos:

→ Se convierten los números decimales y mixtos a fracciones propias o impropias.

→ Se efectúa la multiplicación o la división (se simplifica antes, si es posible, para evitar cálculos complejos).

Es recomendable trabajar solo con fracciones, pues es más sencillo multiplicar y dividir fracciones que operar con números decimales. Sin embargo, también podrían usarse decimales.

Observa cómo se hace

Para resolver $\frac{6}{5} \times 0,875$ se convierte a fracción.

$$0,875 = \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{6}{5} \times 0,875 = \frac{6}{5} \times \frac{7}{8} \leftarrow \text{Se cambia el decimal por la fracción.}$$

$$= \frac{\cancel{6}^3}{5} \times \frac{7}{\cancel{8}_4} \leftarrow \text{Se simplifica.}$$

$$= \frac{3 \times 7}{5 \times 4} = \frac{21}{20}$$

D. Resuelve

1. Convierte a fracción y resuelve.

a. $0,2 \times \frac{1}{5}$

b. $3 \frac{1}{3} \times 1,7$

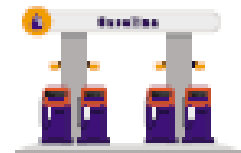
c. $1,05 \times 1 \frac{1}{7}$

d. $\frac{3}{5} \div 1,5$

e. $0,4 \div 2 \frac{2}{3}$

f. $2 \frac{2}{5} \div 0,07$

2. Un galón de gasolina tiene un costo de 2,8 balboas. Si Marcos quiere comprar $\frac{2}{5}$ gal de gasolina, ¿cuánto pagará?



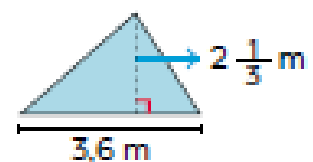
3. El timbre de la escuela de Felipe se atrasa $\frac{3}{4}$ de minuto cada día. ¿Cuántos días deberán pasar para que el atraso sea de 37,5 min?



Desafiate

1. Calcula el área del triángulo.

→ El área de un triángulo se calcula así: $\frac{1}{2} \times \text{base} \times \text{altura}$



6.5. Combinación de multiplicación y división

A. Analiza

En una panadería tienen $5\frac{1}{3}$ paquetes de harina como el de la imagen. Si utilizaron la mitad del total de harina para preparar pan bon, ¿cuánta harina gastaron?



B. Soluciona

El total de harina se calcula multiplicando la cantidad de paquetes por el peso de cada uno.

$$5\frac{1}{3} \times 1,5$$

Lo que gastaron se calcula dividiendo el dato anterior entre 2. Así la operación queda de la siguiente manera:

$$O: 5\frac{1}{3} \times 1,5 \div 2$$

Se plantea todo en forma fraccionaria y se resuelve.

$$5\frac{1}{3} \times 1,5 \div 2 = \frac{16}{3} \times \frac{3}{2} \div \frac{2}{1} \rightarrow \text{Se expresa 2 como fracción.}$$

$$= \frac{16}{3} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} \rightarrow \text{Se multiplica por el recíproco.}$$

$$= \frac{16^1}{\cancel{3}^1} \times \frac{\cancel{3}^1}{\cancel{2}^1} \times \frac{1}{\cancel{2}^1} \rightarrow \text{Se simplifica.}$$

$$= \frac{4 \times 1 \times 1}{1 \times 1 \times 1}$$

$$= \frac{4}{1} = 4$$

R: Gastaron 4 kg de harina.

C. Comprende

En operaciones combinadas de multiplicación y división con números decimales y fracciones:

- Se convierten los números decimales y los números mixtos a fracciones.
- Las divisiones se escriben como multiplicación (por el recíproco).
- Se simplifica si es posible.
- Se efectúa la multiplicación de izquierda a derecha; para esto se pueden multiplicar todos los numeradores a la vez y todos los denominadores a la vez.

Recuerda



La multiplicación es asociativa; es decir, el orden en que se agrupan los factores no cambia el resultado.

Observa cómo se hace

Para resolver $\frac{5}{8} \div 1\frac{7}{8} \times 0,4$ se convierten a fracción el número mixto y el número decimal.

$$1\frac{7}{8} = \frac{15}{8}$$

$$0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

Se cambian los números por las fracciones y se resuelve.

$$\frac{5}{8} \div 1\frac{7}{8} \times 0,4 = \frac{5}{8} \div \frac{15}{8} \times \frac{2}{5}$$

$$= \frac{\cancel{5}^1}{8_1} \times \frac{\cancel{8}^1}{15_3} \times \frac{2}{5} \quad \leftarrow \text{ Se multiplica por el recíproco.}$$

$$= \frac{1}{1} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} \quad \leftarrow \text{ Se simplifica.}$$

$$= \frac{1 \times 1 \times 2}{1 \times 3 \times 5} \quad \leftarrow \text{ Se multiplican todos los numeradores y todos los denominadores.}$$

$$= \frac{2}{15}$$

D. Resuelve

1. Resuelve las siguientes operaciones.

a. $\frac{3}{8} \times \frac{4}{5} \div \frac{3}{5}$

b. $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3} \times \frac{1}{5}$

c. $5 \times 0,1 \div \frac{1}{2}$

d. $\frac{3}{4} \times 2\frac{1}{2} \div \frac{5}{6}$

e. $\frac{3}{4} \div 6 \times \frac{4}{7}$

f. $3,5 \div \frac{1}{3} \times 12$

g. $\frac{2}{5} \div \frac{2}{3} \times \frac{7}{8}$

h. $2\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} \div \frac{6}{7}$

i. $4,5 \div 1,8 \times \frac{5}{6}$

2. Jaime tenía 10 botellas con $\frac{3}{4}$ L de leche cada una. Si usó la mitad de la leche, ¿cuánta gastó?

6.6. Operaciones combinadas

A. Analiza

¿Cuál es el resultado de la operación?

$$0,6 - 1\frac{2}{3} \div 5$$

B. Soluciona

Se expresan el número decimal y el número mixto como fracciones.

$$0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

Se reemplazan y se resuelve.

$$\begin{aligned} 0,6 - 1\frac{2}{3} \div 5 &= \frac{3}{5} - \frac{5}{3} \div 5 \\ &= \frac{3}{5} - \frac{\cancel{5}}{3} \times \frac{1}{\cancel{5}} \rightarrow \text{Se multiplica por el recíproco.} \\ &= \frac{3}{5} - \frac{1}{3} \rightarrow \text{Se simplifica.} \\ &= \frac{9}{15} - \frac{5}{15} \rightarrow \text{Se homogeneizan.} \\ &= \frac{4}{15} \rightarrow \text{Se restan los numeradores y se mantiene el denominador.} \end{aligned}$$

C. Comprende

Para efectuar **operaciones combinadas** (suma, resta, multiplicación y división) que involucran números decimales, mixtos y fracciones, se realiza lo siguiente:

- Se convierten los números naturales, decimales y mixtos a fracción.
- Se efectúan primero las multiplicaciones y divisiones en el orden en que aparecen (se simplifica antes, si es posible).
- Por último, se realizan las sumas y restas de izquierda a derecha.

A veces no hace falta convertir los números naturales a fracción; por ejemplo, si no son parte de una división o multiplicación. En ese caso se realiza el resto del cálculo y se expresa el resultado como número mixto. Por ejemplo:

$$\frac{7}{10} + 5 = 5\frac{7}{10}$$

Recuerda



En una operación combinada se resuelven primero las multiplicaciones y las divisiones y luego las sumas y las restas, siempre respetando el orden de izquierda a derecha.

Para homogeneizar $\frac{3}{5}$ y $\frac{1}{3}$ se calcula el m. c. m. de 5 y 3, que es 15. Este será el denominador de ambas fracciones. Para calcular los numeradores se divide 15 entre el denominador y se multiplica por el numerador.



Para resolver $\frac{3}{4} \div 1,5 + 1$ se convierte a fracción el número decimal.

$$1,5 = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

Se cambia el decimal por la fracción y se resuelve.

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} \div 1,5 + 1 &= \frac{3}{4} \div \frac{3}{2} + 1 \\ &= \frac{\cancel{3}^1}{4_2} \times \frac{\cancel{2}^1}{\cancel{3}^1} + 1 \rightarrow \text{Se resuelve primero la multiplicación.} \\ &= \frac{1}{2} + 1 \rightarrow \text{Se simplifica.} \\ &= 1\frac{1}{2} \rightarrow \text{Se expresa como número mixto.}\end{aligned}$$

D. Resuelve

1. Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

a. $8 + \frac{1}{3} \times 0,3$

b. $\frac{4}{5} \div 0,75 + 3$

c. $25 \times 0,1 + 1\frac{1}{5}$

d. $5,4 - \frac{1}{2} \times 4$

e. $1,3 \div 2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$

f. $1,25 \div \frac{3}{4} - 1$

Desafíate

1. Alana compró 10 paquetes de café, como el de la imagen, para su restaurante. Si cada día gasta $\frac{3}{2}$ kg de café, ¿cuánto le quedará después de una semana?



A. Analiza

¿De qué manera se resuelve la operación del tablero?

$$\frac{1}{4} \div \left(1 - \frac{2}{5} - 0,2\right) \times 3$$

B. Soluciona

Se expresan el número mixto y el número decimal como fracciones.

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

$$0,2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

Se reemplazan y se resuelve.

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \div \left(1 - \frac{2}{5} - 0,2\right) \times 3 &= \frac{1}{4} \div \left(\frac{7}{5} - \frac{1}{5}\right) \times 3 \rightarrow \text{Se resuelve primero lo que está dentro del paréntesis.} \\ &= \frac{1}{4} \div \frac{6}{5} \times 3 \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{5}{6} \times 3 \rightarrow \text{Se multiplica por el recíproco.} \\ &= \frac{1}{4} \times \frac{5}{2} \rightarrow \text{Se simplifica.} \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

C. Comprende

Para resolver **operaciones combinadas que incluyan paréntesis** con números decimales, mixtos y fracciones, sigue estos pasos:

- Se convierten todos los números decimales y mixtos a fracción preferiblemente.
- Se realiza la operación dentro del paréntesis. Cuando se tiene el resultado, los paréntesis se quitan.
- Se efectúan las multiplicaciones y las divisiones en el orden en que aparecen (se simplifica antes, si es posible).
- Se realizan las sumas y las restas de izquierda a derecha. Si hay números naturales, se convierten a fracción solo si hay restas que realizar.

Recuerda

En una operación combinada que tiene uno o varios paréntesis, primero se resuelven las operaciones que están dentro de ellos.

Para restar $\frac{7}{5}$ y $\frac{1}{5}$ se mantiene el denominador y se restan los numeradores.



¿Qué pasaría?

Si dentro de un paréntesis hay más de una operación, se debe dar prioridad a las multiplicaciones y las divisiones.

Observa cómo se hace

Para resolver $0,3 + \left(1\frac{1}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2}$, se convierten a fracción el número decimal y el número mixto.

$$0,3 = \frac{3}{10}$$

$$1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

Se cambian los números y se resuelve primero lo que está dentro del paréntesis.

$$0,3 + \left(1\frac{1}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2} = \frac{3}{10} + \left(\frac{5}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2}$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \div \frac{5}{2}$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{1}{\cancel{4}_2} \times \frac{\cancel{2}^1}{5}$$

$$= \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \rightarrow \text{Se simplifica y se multiplica.}$$

$$= \frac{\cancel{4}^2}{\cancel{10}_5} \rightarrow \text{Se suman las fracciones homogéneas.}$$

$$= \frac{2}{5} \rightarrow \text{Se simplifica.}$$

Para resolver $\frac{5}{4} - 1$ se expresa el 1 como la fracción $\frac{4}{4}$, con el fin de obtener una resta de fracciones homogéneas, así:
 $\frac{5}{4} - \frac{4}{4} = \frac{1}{4}$



D. Resuelve

1. Resuelve las siguientes combinaciones de operaciones con paréntesis.

a. $\frac{5}{9} \div \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{5}$

b. $\frac{1}{6} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \frac{1}{3}$

c. $0,7 \times \frac{1}{7} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right)$

d. $2,5 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times 0,4$

e. $1 + \left(0,75 - \frac{1}{6}\right) \div \frac{7}{2}$

f. $1\frac{1}{2} + 0,3 \div \left(\frac{3}{4} + 1,5\right)$

Observa cómo se hace

Para resolver $0,3 + \left(1\frac{1}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2}$, se convierten a fracción el número decimal y el número mixto.

$$0,3 = \frac{3}{10}$$

$$1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

Se cambian los números y se resuelve primero lo que está dentro del paréntesis.

$$\begin{aligned} 0,3 + \left(1\frac{1}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2} &= \frac{3}{10} + \left(\frac{5}{4} - 1\right) \div \frac{5}{2} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \div \frac{5}{2} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{5} \\ &= \frac{3}{10} + \frac{1}{10} \rightarrow \text{Se simplifica y se multiplica.} \\ &= \frac{4}{10} \rightarrow \text{Se suman las fracciones homogéneas.} \\ &= \frac{2}{5} \rightarrow \text{Se simplifica.} \end{aligned}$$

Para resolver $\frac{5}{4} - 1$ se expresa el 1 como la fracción $\frac{4}{4}$, con el fin de obtener una resta de fracciones homogéneas, así:
 $\frac{5}{4} - \frac{4}{4} = \frac{1}{4}$



D. Resuelve

1. Resuelve las siguientes combinaciones de operaciones con paréntesis.

a. $\frac{5}{9} \div \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{5}$

b. $\frac{1}{6} \div \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \div \frac{1}{3}$

c. $0,7 \times \frac{1}{7} \div \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{10}\right)$

d. $2,5 \div \left(1 - \frac{2}{3}\right) \times 0,4$

e. $1 + \left(0,75 - \frac{1}{6}\right) \div \frac{7}{2}$

f. $1\frac{1}{2} + 0,3 \div \left(\frac{3}{4} + 1,5\right)$

Instrumento de autoevaluación

Marca con un gancho (✓) las evidencias de aprendizaje que has logrado.

Criterios	Desempeños		
	Lo domino.	Lo domino parcialmente.	Debo esforzarme para dominarlo.
1. Resuelvo sumas de fracciones heterogéneas.			
2. Soluciono sumas de números mixtos.			
3. Resuelvo restas de fracciones heterogéneas.			
4. Resto números mixtos y fracciones.			
5. Resuelvo restas de números mixtos.			
6. Multiplico fracciones y números mixtos por números naturales.			
7. Explico el procedimiento para multiplicar fracciones y números mixtos.			
8. Divido fracciones y números mixtos entre números naturales.			
9. Resuelvo multiplicaciones con distintos tipos de fracciones.			
10. Identifico el recíproco de un número.			
11. Resuelvo divisiones con distintos tipos de fracciones.			
12. Explico las reglas para dividir fracciones y números mixtos.			
13. Resuelvo sumas y restas combinadas de fracciones.			
14. Resuelvo sumas y restas combinadas de fracciones y números decimales.			
15. Resuelvo operaciones combinadas de fracciones sin paréntesis.			
16. Resuelvo operaciones combinadas de fracciones con paréntesis.			